**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА**

# ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО
# МАТЕМАТИКА

**1 септември 2009 г. – <u>Вариант 2</u>**

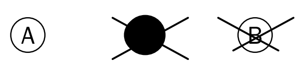
***УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,***

Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:

- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.

**Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително)** в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте със син/черен цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. Отбелязвайте верния отговор със знака **X** в кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:

Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и отбележете буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:



**За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е отбелязана със знака X .**

Отговорите на **задачите със свободен отговор (от 21. до 28. вкл.)** запишете в предоставения **свитък за свободните отговори**, като за задачи **от 26. до 28. вкл.** запишете пълнете решения с необходимите обосновки.

***ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!***

*Отговорите на задачите от 1. до 20. вкл. отбелязвайте в листа за отговори!*

**1. Дадени са числата** $M = 3\frac{1}{3}\%$ **от** $20$ **и** $N = 0,667$ **. Вярно е, че:**

**А)** $M > N$ **Б)** $M < N$ **В)** $M = N$ **Г)** $M$ и $N$ не могат да се сравнят

**2. Сумата** $\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}$ **е равна на:**

**А)** $4-2\sqrt{3}$ **Б)** $-4$ **В)** $0$ **Г)** $4+2\sqrt{3}$

**3. Изразът** $\frac{2-x}{x+3} : \frac{x^2-4}{2x}$ **е дефиниран при:**

**А)** $x \neq 0$ **Б)** $x \neq 0, x \neq -3$ **В)** $x \neq 0, x \neq 2, x \neq -2$ **Г)** $x \neq 0, x \neq -3, x \neq \pm 2$

**4. Ако** $x_1$ **и** $x_2$ **са корените на уравнението** $x^2 + 10x + 20 = 0$**, то стойността на израза** $\frac{x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2}{30 + x_1 + x_2}$ **е:**

**А)** $-10$ **Б)** $\frac{1}{4}$ **В)** $\frac{1}{2}$ **Г)** $5$

**5. Броят на пресечните точки на графиките на функциите** $f\left(x\right) = x^2 - 5x + 3$ **и** $g\left(x\right) = 1 + x^2$ **са:**

**А)** $0$ **Б)** $1$ **В)** $2$ **Г)** $3$

**6. Корените на уравнението** $\left(x-3\right).\sqrt{x-5} = 0$ **са числата:**

**А)** $3$ **Б)** $3$ **и** $5$ **В)** $5$ **Г)** $5$ **и** $9$

**7. Стойността на израза** $\log_3 9 - \lg\frac{1}{100} - 2^{2009}.\log_5 1$ **е равна на:**

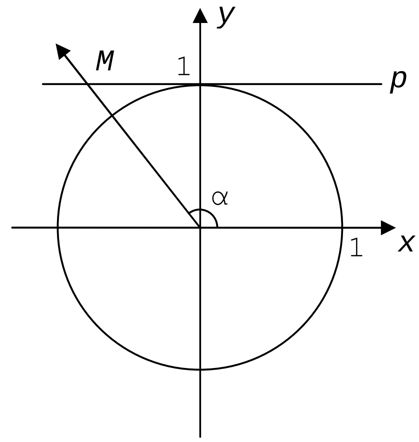
**А)** 0 **Б)** 1 **В)** 4 **Г)** 5

**8. Решенията на неравенството** $\frac{3-x}{x-1} \leq 0$ **са**:

**А)** $x \in \left[1;3\right]$ **Б)** $x \in \left(-\infty;1\right) \cup \left[3;+\infty\right)$

**В)** $x \in \left(1;3\right]$ **Г)** $x \in \left(-\infty;1\right] \cup \left(3;+\infty\right)$

**9. На чертежа е построена единичната окръжност и права** $p$, **която се допира до окръжността в точка с ордината 1. Първото рамо на ъгъл** $\alpha$ **съвпада с положителната посока на абсцисната ос. Второто рамо на ъгъл** $\alpha$ **пресича правата** $p$ **в точка** $M$**, както е показано на чертежа. За ъгъл** $\alpha$ **абсцисата на точка** $M$ **е стойността на функцията:**




**А)** синус **Б)** косинус

**В)** тангенс **Г)** котангенс

**10. Дадена е окръжност** $k(O, r = 0{,}8\ cm)$ **и точки** $A$ **и** $B$ **от окръжността, такива че радианната мярка на** $\angle AOB$ **е** $5$**. Дължината на принадлежащата дъга** $AB$ **на този ъгъл е:**

**А)** $2\ cm$ **Б)** $4\ cm$ **В)** $6\ cm$ **Г)** $8\ cm$

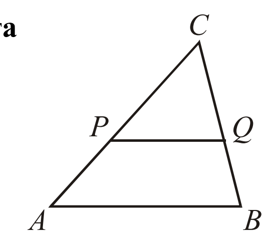
**11. За геометричната прогресия** $a_1, a_2, ..., a_5$ **е известно, че** $a_3 = -2$**. Произведението** $a_1.a_5$ **е равно на:**

**А)** $-4$ **Б)** $-2$ **В)** $2$ **Г)** $4$

**12. Ако средното аритметично на числата** $a, -5, -3$ **и** $-2$ **е равно на** $-1$**, то числото** $a$ **е:**

**А)** $-4$ **Б)** $5$ **В)** $6$ **Г)** $8$

**13. Ако на чертежа** $AC : PC = 5 : 3$ **и** $PQ \parallel AB,$ **то отношението на лицата** $S_{PQC} : S_{ABQP}$ **е равно на:**

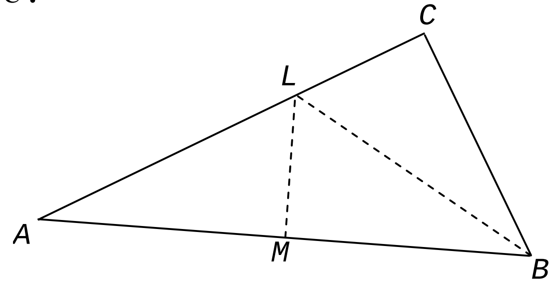



**А)** $3 : 5$ **Б)** $3 : 2$ **В)** $9 : 25$ **Г)** $9 : 16$

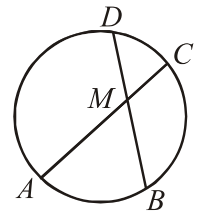
**14. В** $\Delta ABC$ $BL$ **е ъглополовящата на** $\angle ABC$**,** $LM$ **е медиана в** $\Delta ABL$**,** $AL = BL = 2\sqrt{3}$**,** $LC = \sqrt{3}$ **и** $\Delta ALM \sim \Delta ABC$**.**

**Страната** $BC$ **на** $\Delta ABC$ **е равна на:**

**А)** $3$ **Б)** $6$ **В)** $2\sqrt{3}$ **Г)** $3\sqrt{3}$



**15**. **На чертежа хордите $AC$ и $BD$ се пресичат в точка $M$. Ако $BM = 12\ cm$, $DM = 9\ cm$ и $AM : AC = 4:7$, то НЕ е вярно, че:**




**А)** $AB \parallel CD$ **Б)** $S_{AMB} : S_{DMC} = 2 : \sqrt{3}$

**В)** $S_{AMD} : S_{DMC} = 4:3$ **Г)** $DC : AB = 3:4$

**16. Вписаната в правоъгълен триъгълник окръжност се допира до хипотенузата $AB$ в точка $M$. Отсечката $AM$ е $4$, а хипотенузата е $10$. Лицето на триъгълника е:**

**А)** 12 **Б)** 24 **В)** 40 **Г)** 48

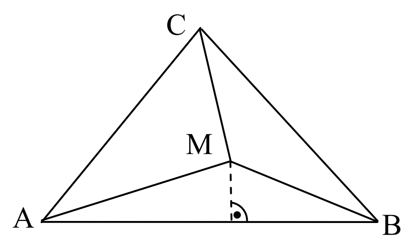
**17. Ако $BC$ е най-голямата страна в разностранния $\Delta ABC$, а $d$ е диаметърът на описаната около триъгълника окръжност и $BC : d = 1 : \sqrt{2}$, то мярката на $\angle BAC$ е:**

**А)** $45^\circ$ **Б)** $135^\circ$ **В)** $120^\circ$ **Г)** $60^\circ$

**18. В остроъгълния $\Delta ABC$ страната $BC = 7\ cm$ и $AB = 5\ cm$. Ако $R$ е радиусът на описаната около триъгълника окръжност и $BC : R = \sqrt{3}$, то дължината на страната $AC$ е равна на:**

**А)** $6\ cm$ **Б)** $\sqrt{39}\ cm$ **В)** $8\ cm$ **Г)** $\sqrt{109}\ cm$

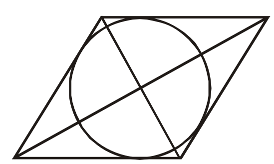
**19. $\Delta ABC$ е равностранен със страна $AB = 4\sqrt{3}\ cm$. Точка $M$ е вътрешна за триъгълника и е такава, че лицата на триъгълниците $ABM$, $BCM$ и $ACM$ се отнасят съответно както $1:2:3$. Разстоянието от $M$ до $AB$ е равно на:**




**А)** $1\ cm$ **Б)** $2\ cm$

**В)** $3\ cm$ **Г)** $6\ cm$

**20. Ако страната на ромб е $12\ cm$ и един от ъглите му е $60^\circ$, то радиусът на вписаната в ромба окръжност е равен на:**



**А)** $3\ cm$ **Б)** $3\sqrt{3}\ cm$

**В)** $6\ cm$ **Г)** $6\sqrt{3}\ cm$

*Отговорите на задачите от 21. до 25. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!*

**21. Запишете най-малкото цяло число** $x$**, за което е изпълнено неравенството**

$$2.\left(\frac{2}{3}\right)^{x}+5.\left(\frac{2}{3}\right)^{x}<7$$

**22. Ако се съберат първият и пети член на аритметична прогресия се получава** $18$**, а ако от седмия се извади сборът на втория и трети член на тази прогресия се получава** $1$**. Намерете сбора на първите** $10$ **члена на прогресията.**

**23. Намерете стойността на израза** $tg75^{\circ}+\dfrac{1}{tg75^{\circ}}$**.**

**24. Основата на равнобедрен триъгълник е** $30\ cm$**, а центърът на вписаната в триъгълника окръжност дели височината към основата в отношение** $5:13$**, считано от основата. Да се намери лицето на триъгълника в квадратни сантиметри.**

**25. Нека** $k$ **е случайно избрано число измежду** $5$ **цели числа. Намерете вероятността числото** $cotg\left(\dfrac{\pi}{4}+k\pi\right)$ **да е ирационално число.**

*Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от26. до 28. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!*

**26. Решете уравнението** $\sqrt{\dfrac{x+3}{x-3}}+1=6\sqrt{\dfrac{x-3}{x+3}}$**.**

**27. Дадени са пет отсечки с дължини** $2\ cm$**,** $3\ cm$**,** $4\ cm$ **,** $5\ cm$ **и** $6\ cm$**. Каква е вероятността три случайно избрани от тях да могат да образуват триъгълник?**

**28. В триъгълника** $ABC$ $BC=6\ cm$**,** $AC=8\ cm$**. Ъглополовящата през върха** $C$ **пресича описаната около триъгълника окръжност в точка** $L$**. Да се намери страната** $AB$ **в сантиметри, ако** $CL=AC$**.**

# ФОРМУЛИ

## Квадратно уравнение

$ax^2+bx+c=0 \qquad x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Формули на Виет $\quad x_1+x_2=-\dfrac{b}{a} \qquad x_1x_2=\dfrac{c}{a}$

## Квадратна функция

Графиката на $y=ax^2+bx+c$, $a\neq 0$ е парабола с връх точката $\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{D}{4a}\right)$

## Корен. Степен и логаритъм

$\sqrt[2k]{a^{2k}}=|a| \qquad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}}=a$; при $k\in\mathbb{N}$

$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}} \qquad \sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m} \qquad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$; при $a>0$, $n\geq 2$, $k\geq 2$ и $n, m, k\in\mathbb{N}$

$\log_a b=x \Leftrightarrow a^x=b \qquad \log_a a^x=x \qquad a^{\log_a b}=b$; при $b>0,\ a>0,\ a\neq 1$

## Комбинаторика

Брой на пермутациите на $n$ елемента: $P_n=1.2.3\ldots(n-1)n=n!$

Брой на вариациите на $n$ елемента $k$-ти клас: $V_n^k=n.(n-1)\ldots(n-k+1)$

Брой на комбинациите на $n$ елемента $k$-ти клас: $C_n^k=\dfrac{V_n^k}{P_k}=\dfrac{n.(n-1)\ldots(n-k+1)}{1.2.3\ldots(k-1)k}$

Вероятност $\quad P(A)=\dfrac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}} \qquad 0\leq P(A)\leq 1$

## Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n=a_1+(n-1)d \qquad S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n=\dfrac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$

Геометрична прогресия: $a_n=a_1.q^{n-1} \qquad S_n=\dfrac{a_nq-a_1}{q-1}=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1}$

Формула за сложна лихва: $K_n=K.q^n=K.\left(1+\dfrac{p}{100}\right)^n$

## Зависимости в триъгълник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1 c$ $b^2 = b_1 c$

$h_c{}^2 = a_1.b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\mathrm{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\mathrm{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

Формула за медиана: $m_a{}^2 = \frac{1}{4}\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)$ $m_b{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2c^2 - b^2\right)$

$m_c{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2b^2 - c^2\right)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - nm$

## Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab\sin\alpha$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

## Тригонометрични функции

| $\alpha^0$ | $0^0$ | $30^0$ | $45^0$ | $60^0$ | $90^0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha$ rad | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
| $\sin\alpha$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| $\cos\alpha$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| $\mathrm{tg}\alpha$ | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | – |
| $\mathrm{cotg}\alpha$ | – | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0 |

| | $-\alpha$ | $90^0-\alpha$ | $90^0+\alpha$ | $180^0-\alpha$ |
|---|---|---|---|---|
| sin | $-\sin\alpha$ | $\cos\alpha$ | $\cos\alpha$ | $\sin\alpha$ |
| cos | $\cos\alpha$ | $\sin\alpha$ | $-\sin\alpha$ | $-\cos\alpha$ |
| tg | $-\text{tg}\alpha$ | $\text{cotg}\alpha$ | $-\text{cotg}\alpha$ | $-\text{tg}\alpha$ |
| cotg | $-\text{cotg}\alpha$ | $\text{tg}\alpha$ | $-\text{tg}\alpha$ | $-\text{cotg}\alpha$ |

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta \qquad \cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\text{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\text{tg}\alpha\pm\text{tg}\beta}{1\mp\text{tg}\alpha\text{tg}\beta} \qquad \text{cotg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\text{cotg}\alpha\text{cotg}\beta\mp1}{\text{cotg}\beta\pm\text{cotg}\alpha}$$

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha \qquad \cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$$

$$\text{tg}2\alpha=\frac{2\text{tg}\alpha}{1-\text{tg}^2\alpha} \qquad \text{cotg}2\alpha=\frac{\text{cotg}^2\alpha-1}{2\text{cotg}\alpha} \qquad \sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos2\alpha) \qquad \cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos2\alpha)$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad \sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad \cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right) \qquad \cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right)$$

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**

**ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО**

**Учебен предмет – математика септември 2009 г.**

**ВАРИАНТ № 2**

**Ключ с верните отговори**

**Въпроси с изборен отговор**

| Въпрос № | Верен отговор | Брой точки |
|---|---|---|
| **1.** | **Б** | **2** |
| **2.** | **А** | **2** |
| **3.** | **Г** | **2** |
| **4.** | **А** | **2** |
| **5.** | **Б** | **2** |
| **6.** | **В** | **2** |
| **7.** | **В** | **2** |
| **8.** | **Б** | **2** |
| **9.** | **Г** | **2** |
| **10.** | **Б** | **2** |
| **11.** | **Г** | **2** |
| **12.** | **В** | **2** |
| **13.** | **Г** | **2** |
| **14.** | **А** | **2** |
| **15.** | **Б** | **2** |
| **16.** | **Б** | **2** |
| **17.** | **Б** | **2** |
| **18.** | **В** | **2** |
| **19.** | **А** | **2** |
| **20.** | **Б** | **2** |
| **21.** | 1 | **3** |
| **22.** | 140 | **3** |
| **23.** | 4 | **3** |
| **24.** | 540 | **3** |
| **25.** | 0 | **3** |

| Въпрос № | Верен отговор | Брой точки |
|---|---|---|
| **26.** | $x=5$ | **15** |
| **27.** | $P=\frac{7}{10}=0,7$ | **15** |
| **28.** | $AB=7\,cm$ | **15** |

**ВЪПРОСИ С РЕШЕНИЯ**

## КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАДАЧА 26

**Първо решение:**

**1.** Определяне множеството от допустими стойности: $\frac{x+3}{x-3}>0$

т.е. $x\in(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$ (2 т.)

**2.** Полагане $\sqrt{\frac{x+3}{x-3}}=y$ (2 т.)

**3.** Допустими стойности за $y$ : $y>0$ (1 т.)

**4.** Получаване на уравнението $y-6.\frac{1}{y}+1=0$ (1 т.)

**5.** Намиране на корените $y_1=-3$ , $y_2=2$ (2 т.)

**6.** Отбелязване, че $y_1=-3$ не е решение (2 т.)

**7.** Решаване на уравнението $\sqrt{\frac{x+3}{x-3}}=2$ и получаване на $x=5$ (3 т.)

**8**. Записване на отговора $x=5$ (2 т.)

***Забележка:** Ако вместо етап 1. и 6. е направена директна проверка с $y_1$ и $y_2$ и е установено , че $y_1=-3$ не е решение, а $y_2=2$ е решение на даденото уравнение ( 4 т.)

**Второ решение:**

**1.**Записване на уравнението така: $\sqrt{\frac{x+3}{x-3}}-6\sqrt{\frac{x-3}{x+3}}=-1$ и определяне множеството от допустими стойности: $\frac{x+3}{x-3}>0$ , т.е. $x\in(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$ (2 т.)

**2.** Повдигане двете страни на уравнението на втора степен и получаване

$\frac{x+3}{x-3}-12\sqrt{\frac{x+3}{x-3}}.\sqrt{\frac{x-3}{x+3}}+36.\frac{x-3}{x+3}=1$ (3 т.)

**3.**Еквивалентни преобразувания до : $\frac{(x+3)^2+36(x-3)^2}{(x+3).(x-3)}-12=1$ (2 т.)

**4.** $\frac{(x+3)^2+36(x-3)^2}{(x+3).(x-3)}=13\Leftrightarrow(x+3)^2+36(x-3)^2=13x^2-117$ (2 т.)

**5.** $24x^2-210x+450=0$ (2 т.)

**6.** Намиране корените на последното уравнение $x_1 = 5,\ \ x_2 = \dfrac{15}{4}$ (2 т.)

**7.** Проверка за принадлежност на корените към дефиниционното множество и отхвърляне на $x_2 = \dfrac{15}{4}$ като корен на даденото уравнение чрез пряка проверка (2 т.)

* **Забележка:** Ако вместо етап 1. и 7. е направена директна проверка за числата $x_1 = 5$ и $x_2 = \dfrac{15}{4}$ дали са корени на даденото уравнение

( 4 т.)

## КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАДАЧА 27

**1.**Като се приложи теоремата за неравенство на триъгълника, а именно, че триъгълникът съществува, ако сборът на двете най –малки страни е по-голям от третата, то преброяваме възможните триъгълници. Те са със страни съответно:

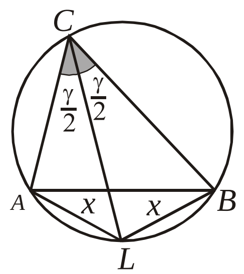
$2\,cm$, $3\,cm$ и $4\,cm$; $2\,cm$, $4\,cm$ и $5\,cm$; $2\,cm$, $5\,cm$ и $6\,cm$;
$3\,cm$ ,$4\ cm$ и $5\,cm$; $3\,cm$, $4\,cm$ и $6\,cm$; $3\,cm$, $5\,cm$ и $6\,cm$;
$4\,cm$, $5\,cm$ и $6\,cm$, т.е. броят на благоприятните изходи е 7**.** ( 7 т.)

**2.** Три от 5 отсечки можем да изберем по $C_5^3 = \dfrac{5.4.3}{3!} = 10$ начина. ( 5 т.)

**3.** Търсената вероятност е $P = \dfrac{7}{10}$ (3 т.)

## КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАДАЧА 28

**Първо решение:**




**1.** Нека $CL \cap AB = P$ и $CP = t,$ а $PL = 8 - t$ (2 т.)

**2**. От свойството на ъглополовящата $CP$ в $\triangle ABC$ следва, че

$\dfrac{AP}{PB} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{4}{3}$, следователно $AP = 4k$ и $PB = 3k$ (2 т.)

**3**. От формулата за ъглополовяща следва, че $CP^2 = AC.BC - AP.PB$

т.е. следва, че $t^2 = 48 - 12k^2$ (1) (4 т.)

**4.** От $\triangle APC \sim \triangle LPB$ следва, че $\dfrac{AP}{LP} = \dfrac{PC}{PB}$, т.е. $\dfrac{4k}{8-t} = \dfrac{t}{3k}$.

Следователно $12k^2 = 8t - t^2$ (2) (4 т.)

**5.** Заместваме $12k^2$ от (2) в (1) и получаваме

$t^2 = 48 - 8t + t^2$, т.е. $t = 6.$ Тогава $k = 1$ и $AB = 7\,cm$ (3 т.)

**Второ решение:**

**1.** Съобразяване че от $\sphericalangle ACL = \sphericalangle BCL \Rightarrow \overset{\frown}{AL} = \overset{\frown}{BL} \Rightarrow AL = BL = x$ (3 т.)

**2.** Два пъти прилагане на косинусова теорема съответно за $\triangle ACL$ и $\triangle BCL$

$x^2 = AC^2 + CL^2 - 2.AC.CL\cos\frac{\gamma}{2}$ и $x^2 = BC^2 + CL^2 - 2.BC.CL\cos\frac{\gamma}{2}$ или

$x^2 = 36 + 64 - 2.6.8\cos\frac{\gamma}{2}$ и $x^2 = 64 + 64 - 2.8.8\cos\frac{\gamma}{2}$ (2.2 т.) (4 т.)

**3.** Почленно изваждане на първото от второто уравнение и намиране

на $32\cos\frac{\gamma}{2} = 28$ и $\cos\frac{\gamma}{2} = \frac{7}{8}$ (3 т.)

**4.** Намиране на $\cos\gamma = 2\cos^2\frac{\gamma}{2} - 1 = 2.\frac{49}{64} - 1 = \frac{17}{32}$ (2 т.)

**5.** Прилагане на косинусовата теорема за $\triangle ABC$:

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2.AC.BC\cos\gamma$, $AB^2 = 36 + 64 - 2.6.8.\frac{17}{32}$ и

намиране на $AB = 7$ cm (3 т.)