МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

21.04.2012 година, гр. Хасково

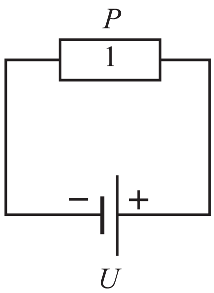
Тема за VII клас

Задача 1. Част 1. (7 *точки*) Отборът на математическата гимназия от град П тръгва с автобус за Националната олимпиада по физика в г. Хасково. За да пристигне навреме в Хасково, водачът на автобуса планира да се движи през целия път с постоянна скорост $v_1 = 60$ km/h. По време на пътуването обаче завалява дъжд и той е принуден да намали скоростта на $v_2 = 50$ km/h. Когато дъждът спира, до Хасково остават още 60 km, които автобусът изминава със скорост $v_3 = 80$ km/h и успява да пристигне за планираното време. Колко часа е продължил дъждът?

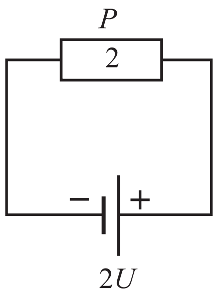
Част 2. (3 *точки*) От метално фолио с дебелина $d = 0{,}20$ mm е направено кухо кубче с ръб $a = 5{,}0$ cm. Определете плътността ρ на метала, ако масата на кубчето е $m = 8{,}1$ g.

Задача 2. Част 1. Разполагате с два консуматора, за които е в сила законът на Ом, и две батерии с напрежение съответно U и $2U$.

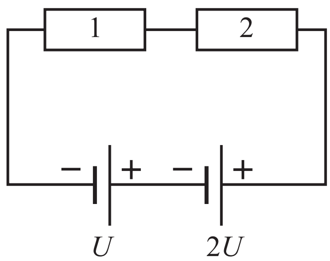
а) (2 *точки*) Когато консуматорите се свържат към батериите, както е показано на *фиг.* 1а и 1б, мощността на тока през тях е еднаква и равна на P. Определете отношението R_1/R_2 на съпротивленията на двата консуматора.



Фиг. 1а



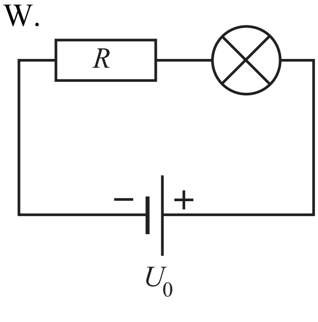
Фиг. 1б



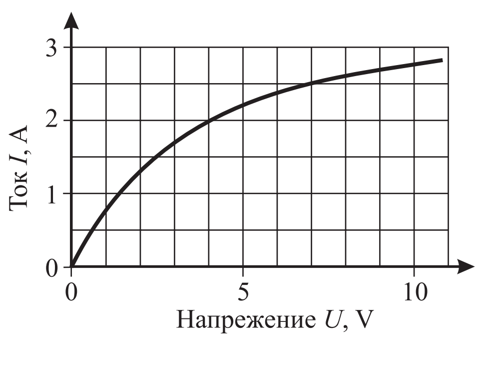
Фиг. 1в

б) (3 *точки*) Изразете чрез P (вж. точка **а**) мощността на тока P_1 и P_2 съответно през двата консуматора, когато те и батериите се свържат, както е показано на схемата от *фиг.* 1в. Пресметнете числено тези мощности, ако $P = 25$ W.

Част 2. (5 *точки*) Резистор, за който е в сила законът на Ом, и лампа са свързани към батерия с напрежение $U_0 = 6$ V (вж. схемата от *фиг.* 2а). Зависимостта на тока I през лампата от подаденото между двата ѝ края напрежение U е показана на *фиг.* 2б. Определете съпротивлението R на резистора, ако общата мощност на тока през лампата и резистора е $P = 12$ W.



Фиг. 2а.



Фиг. 2б.

Задача 3. Част 1. (8 *точки*) На *фиг.* 3а, 3б и 3в са показани главната оптична ос на леща, светеща точка A и нейният образ A_1 от лещата. За всеки един от трите случая определете:

а) вида на образа – действителен или недействителен;

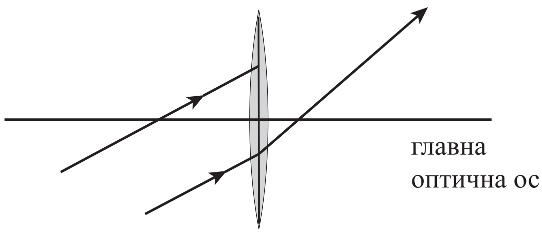
б) вида на лещата – събирателна или разсейвателна;

в) чрез построение мястото на лещата и на нейния фокус.

Фиг. 3а.

Фиг. 3б.

Фиг. 3в.



Фиг. 3г.

Част 2. (2 *точки*) Върху събирателна леща падат два успоредни лъча. На *фиг.* 3г е показан ходът на единия лъч, след пречупването му от лещата. Постройте хода на втория лъч и определете мястото на фокуса на лещата.

Указание. Когато падащите върху събирателна леща успоредни лъчи не са успоредни на главната оптична ос, след като се пречупят от лещата, те се събират в една точка, която лежи върху права, перпендикулярна на главната оптична ос и преминаваща през фокуса на лещата.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА
21.04.2012 година, гр. Хасково

РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ
към темата за VII клас

Задача 1. Част 1. Да означим с S_2 пътя, изминат от автобуса в дъжда и с S_3 = 60 km последната част от пътя. По план пътят $S_1 + S_2$ е трябвало да бъде изминат със скорост v_1 за време

(1) $t = \dfrac{S_2}{v_1} + \dfrac{S_3}{v_1}$. …………… 1,5 *точки*

Според условието на задачата автобусът изминава този път за планираното време, но в двете му части се движи с различна скорост:

(2) $t = \dfrac{S_2}{v_2} + \dfrac{S_3}{v_3}$. ………….. 1,5 *точки*

Приравняваме десните страни на двете равенства и определяме пътя, изминат по време на дъжда:

(3) $S_2 = \dfrac{(v_3 - v_1)v_2}{(v_1 - v_2)v_3} S_3$;…….. 2 *точки* S_2 = 75 km …..…1 *точка*

Продължителността на дъжда е $t_2 = S_2/v_2$ = 1,5 часа ……….1 *точка*

Част 2. Обемът на използваното за изготвянето на кубчето метално фолио е

$V = 6a^2d$ ………..1 *точка*

Плътността на метала е $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{m}{6a^2d}$ ……….1 *точка*; ρ = 2,7 g/cm^3 ……..1 *точка*

Задача 2. Част 1. а) Съпротивленията на двата консуматора са

$R_1 = \dfrac{U^2}{P}$ ………0,5 точки; $R_2 = \dfrac{(2U)^2}{P} = \dfrac{4U^2}{P}$ …….0,5 точки; $\dfrac{R_2}{R_1} = 4$ ……1 *точка*

б) Токът във веригата е $I = \dfrac{3U}{(R_1 + R_2)} = \dfrac{3P}{5U}$ ……………………….…. 1 *точка*

Мощността на тока през двата консуматора е

$P_1 = I^2R_1 = \dfrac{9}{25}P$ …….0,5 точки $P_2 = I^2R_2 = \dfrac{36}{25}P$ ………………….……0,5 *точки*

P_1 = 9 W ……..0,5 точки; P_2 = 36 W ……………………………………….…0,5 *точки*

Част 2. Токът във веригата е $I = \dfrac{P}{U_0} = 2$ A ………….……1 *точка*

От графиката определяме, че при ток $I = 2$ A напрежението върху лампата е

$U = 4$ V ………… ……………..…………………… 2 *точки*

Напрежението върху резистора е $U_1 = U_0 - U = 2$ V …….. 1 *точка*

Съпротивлението на резистора е $R = U_1/I = 1\ \Omega$…………..1 *точка*

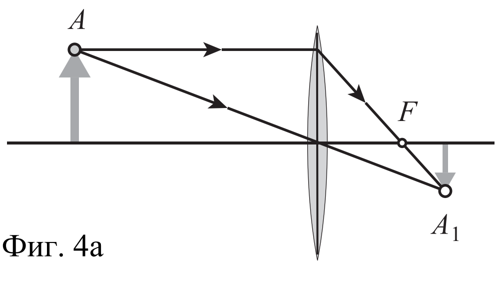
Задача 3. Част 1. За нагледност можем да приемем, че точка *A* е върхът на стрелка, която е перпендикулярна на главната оптична ос.

За *фиг.* 3а: Предметът и образът са от различни страни на главната оптична ос (обърнат образ). Такъв образ е **действителен** (1 *точка*) и се получава от **събирателна леща** (0,5 *точки*). Лъчът, който свързва предмета *A* и образа A_1 (*фиг.* 4а), пресича главната оптична ос в точка, която е център на лещата (1 *точка*). Лъчът, който е успореден на главната оптична ос, след пречупване от лещата преминава през нейния фокус *F* (0,5 *точки*).

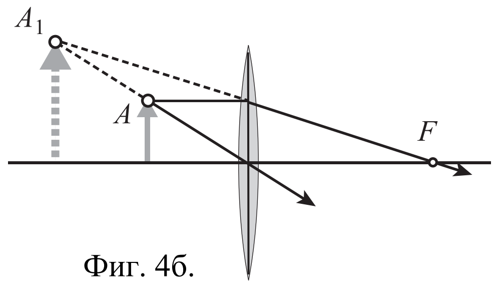
За *фиг.* 3б: Предметът *A* и образът A_1 лежат от една и съща страна на главната оптична ос (прав образ). Образът е по-далече от оста – увеличен образ.
Образът е **недействителен** (1 *точка*), а лещата е **събирателна** (0,5 *точки*). Ходът на централния лъч и на успоредния лъч са показани на *фиг.* 4б. За определяне на мястото на лещата (0, 5 *точки*); за определяне на фокуса *F* (0,5 *точки*).

За *фиг.* 3б: Образът е прав и умален. Такъв образ е **недействителен** (0,5 *точки*) и може да се получи само от **разсейвателна леща** (1 *точка*). Ходът на централния лъч и на успоредния лъч са показани на *фиг.* 4в. За определяне на мястото на лещата (0, 5 *точки*); за определяне на фокуса *F* (0,5 *точки*).

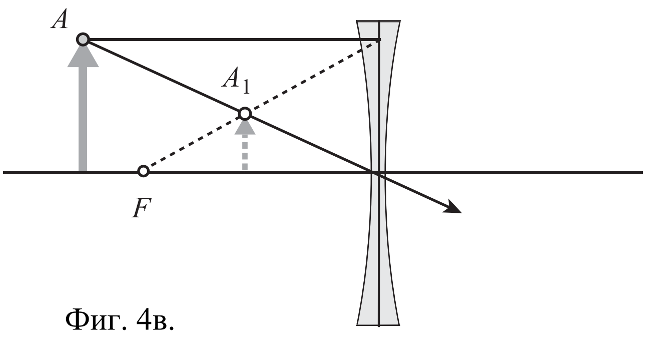
Част 2. Прекарваме централен лъч (*фиг.* 5), който е успореден на двата лъча. Той не се пречупва от лещата (1 *точка*). Лъч 1 и централният лъч се пресича в точка F_1. През точка F_1 преминава и лъч 2, след като се пречупи от лещата (0,5 *точки*). Спускаме перпендикуляр от точка F_1 към главната оптична ос и намираме положението на фокуса *F* на лещата (0,5 *точки*).



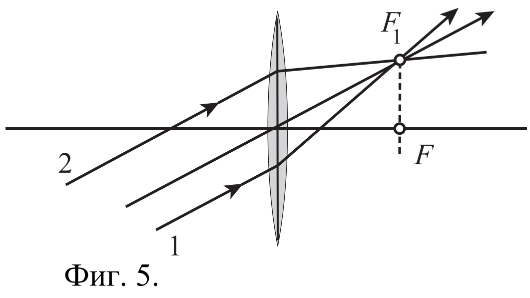
Фиг. 4а



Фиг. 4б.



Фиг. 4в.



Фиг. 5.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Национален кръг на олимпиадата по физика, Хасково, 21.04.2012 г.
Тема по учебно съдържание за 8. клас

Във всички задачи приемете, че земното ускорение е g = 10 m/s^2.

Задача 1. ***Ракета–модел***

Ракета-модел с маса m = 0,2 kg е изстреляна от земната повърхност вертикално нагоре с нулева начална скорост. Двигателят на ракетата създава постоянна сила F = 10 N, насочена нагоре в продължение на време t_1 = 5 s, след което се изключва. Пресметнете:

А) максималната скорост v_{max} на ракетата по време на изкачването; **[2,5 т]**

Б) максималната височина H, която достига ракетата; **[4,5 т]**

В) времето t от момента на изстрелването на ракетата до нейното приземяване. **[3,0 т]**

Съпротивлението на въздуха не се отчита.

Задача 2. ***Плаваща чаша***

Стъклена чаша е окачена на силомер чрез тънки леки нишки (вж. фиг. 2, а). Когато чашата е изцяло пълна с вода, нейното тегло е F_1 = 4,1 N (фиг. 2, б). Ако пълната чаша бъде потопена изцяло под вода, теглото й става F_2 = 0,45 N (фиг. 2, в).

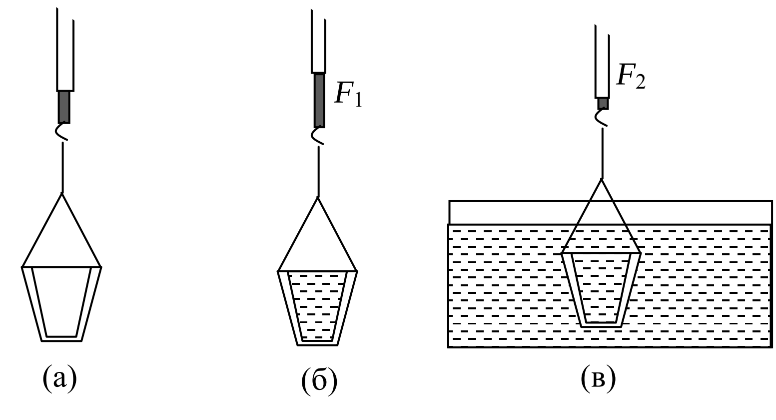
А) Пресметнете масата m на празната чаша. **[4 т]**

Б) Колко е вместимостта V на чашата? **[2 т]**

В) Какъв максимален обем V_1 вода може да бъде налят в чашата така, че тя да плава? **[4 т]**

Данни:

- плътност на водата ρ_0 = 1000 kg/m^3;
- плътност на стъклото ρ = 2500 kg/m^3;



Фиг. 2

Задача 3. ***Топче във въздух***

Ако оставим нагрято метално топче във въздух с по-ниска температура, то изстива поради топлината, която отдава на въздуха чрез топлообмен. Ако обаче допълнително духа вятър, топлообменът е по-интензивен и топчето изстива по-бързо. Опитно е установено, че количеството топлина Q, което топче с радиус R придава на въздуха за време t, е:

$$Q = (aR + bR^2 v)(T - T_0)t$$

където T температурата на топчето, T_0 – температурата на околния въздух, v е скоростта на вятъра, а a и b са константи със стойности съответно:

$$a = 0{,}3\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m.K}} \text{ и } b = 1300\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m^3.K}}.$$

А) Желязно топче с радиус R = 1 cm е загрято до температура T = 100 °C и е оставено в неподвижен въздух с температура T_0 = 20 °C. За колко време t топчето ще се охлади до температура T_1 = 90 °C. За колко време t_1 топчето би се охладило до същата температура, ако към него насочим въздушна струя от вентилатор със скорост v = 5 m/s? **[4 т]**

Б) Когато тяло със сферична форма се движи със скорост v в газ, му действа сила на съпротивление:

$$f = kR^2 v^2,$$

където k е коефициент на пропорционалност, характерен за дадения газ. За въздух при нормално атмосферно налягане и температура:

$$k = 0{,}4\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}.$$

До каква температура T се загрява сферичен куршум с радиус R = 1 cm, който се движи със скорост v = 400 m/s в неподвижен въздух с температура T_0 = 20 °C. **[3 т]**

В) Вместо да бъде изстрелян, куршумът е пуснат да пада от голяма височина. След време той достига определена гранична скорост на падане. До каква температура се загрява куршумът преди да достигне земята? Температурата на въздуха е T_0 = 20 °C. **[3 т]**

Данни:

- специфичен топлинен капацитет на желязото c = 560 J/(kg.K);
- плътност на желязото ρ = 7800 kg/m^3;

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Национален кръг на олимпиадата по физика, Хасково, 21.04.2012 г.
Решения на темата по учебното съдържание за 8. клас

Задача 1. Ракета-модел

А) От II закон на Нютон следва, че докато двигателят работи, ракетата се издига с постоянно ускорение:

$$a = \frac{F - mg}{m} = \frac{F}{m} - g \,. \qquad \textbf{[1,5 т]}$$

Тя достига най-голяма скорост в момента, когато двигателят се изключва:

$$v_{\max} = at_1 = \left(\frac{F}{m} - g\right)t_1 = 200\ \mathrm{m/s}\,. \qquad \textbf{[1 т]}$$

Б) В момента, когато двигателят на ракетата се изключва, тя се намира на височина:

$$H_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{v_{\max}t_1}{2} = 500\ \mathrm{m}\,. \qquad \textbf{[1 т]}$$

След това ракетата продължава да се движи равнозакъснително с ускорение g и с начална скорост $v_{\max}$. Издигането продължава допълнително време:

$$t_2 = \frac{v_{\max}}{g} = 20\ \mathrm{s} \qquad \textbf{[1,5 т]}$$

и ракетата се издига допълнително на:

$$H_2 = v_{\max}t_2 - \frac{gt_2^2}{2} = \frac{v_{\max}t_2}{2} = 2000\ \mathrm{m}\,. \qquad \textbf{[1 т]}$$

Общата височина, на която се издига ракетата, е:

$$H = H_1 + H_2 = 2500\ \mathrm{m}\,. \qquad \textbf{[1 т]}$$

В) Изкачването продължава общо:

$$t_{\text{и}} = t_1 + t_2 = 25\ \mathrm{s}\,. \qquad \textbf{[1 т]}$$

След това ракетата започва да пада свободно с нулева начална скорост. Падането продължава време:

$$t_{\text{п}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \approx 22\ \mathrm{s} \qquad \textbf{[1 т]}$$

Общото време на полета е:

$$t = t_{\text{и}} + t_{\text{п}} \approx 47\ \mathrm{s} \qquad \textbf{[1 т]}$$

Задача 2. Плаваща чаша

А) Нека означим с V_4 собствения обем на чашата:

$$V_4 = \frac{m}{\rho}\,. \qquad \textbf{[0,5 т]}$$

Под вода, на чашата действа Архимедова сила:

$$F_A = \rho_0 V_4 g = mg\frac{\rho_0}{\rho}\,. \qquad \textbf{[1 т]}$$

Силомерът отчита равнодействащата на силата на тежестта:

$$G = mg$$ **[0,5 т]**

и на Архимедовата сила:

$$F_2 = G - F_A = mg\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right).$$ **[1 т]**

Оттук намираме:

$$m = \frac{F_2\rho}{g(\rho - \rho_0)} = 0{,}075\,\text{kg} = 75\,\text{g}$$ **[0,5 т за израз + 0,5 т за число]**

Б) Масата на налятата в чашата вода е:

$$m_0 = \rho_0 V.$$ **[0,5 т]**

Следователно теглото на пълната чаша извън водата е:

$$F_1 = (m + \rho_0 V)g.$$ **[0,5 т]**

За търсената вместимост намираме:

$$V = \frac{1}{\rho_0}\left(\frac{F_1}{g} - m\right) = 3{,}35.10^{-4}\ \text{m}^3 = 335\,\text{cm}^3.$$ **[0,5 т за израз + 0,5 т за число]**

В) Ако в чашата е налята вода с обем V_1, силата на тежестта, действаща на чашата, е:

$$G = (m + \rho_0 V_1)g.$$ **[0,5 т]**

При максималния обем налята вода, чашата е потопена до горния си ръб и измества вода с обем:

$$V' = V + V_4 = V + \frac{m}{\rho}.$$ **[1 т]**

Тогава на чашата действа Архимедова сила:

$$F_A = \rho_0 V' g = \rho_0\left(V + \frac{m}{\rho}\right)g$$ **[0,5 т]**

За да бъде чашата в равновесие, силата на тежестта трябва да се уравновесява с Архимедовата сила:

$$(m + \rho_0 V_1)g = \rho_0\left(V + \frac{m}{\rho}\right)g.$$ **[1 т]**

Оттук намираме V_1:

$$V_1 = V - m\left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho}\right) = 2{,}9.10^{-4}\,\text{m}^3 = 290\,\text{cm}^3$$ **[0,5 т за израз + 0,5 т за число]**

Задача 3. Топче във въздух

А) Масата на топчето е:

$$m = \rho V = \frac{4}{3}\pi R^3\rho.$$ **[0,5 т]**

Докато се охлади до крайната температура, топчето губи топлина:

$$Q = \frac{4}{3}\pi R^3\rho c(T - T_1).$$ **[1 т]**

Според условието, при охлаждане във въздух:

$$Q = (aR + bR^2 v)(T - T_0)t$$ **[0,5 т]**

Следователно:

$$t = \frac{4\pi R^2 \rho c (T - T_1)}{3(a + bRv)(T - T_0)}$$ **[1 т]**

За неподвижен въздух (v =0) намираме:

$$t = \frac{4\pi R^2 \rho c (T - T_1)}{3a(T - T_0)} \approx 762\,\text{s} \approx 13\,\text{min}\,.$$ (за числена стойност) **[0,5 т]**

При скорост v = 5 m/s получаваме $t_1 \approx$ 3,5 s. (за числена стойност) **[0,5 т]**

Б) От I принцип на термодинамиката следва, че работата, която извършва силата на триене за време t:

$$A = kR^2 v^2 s$$ **[0,5 т]**

се трансформира в количество топлина, което топчето отдава на въздуха:

$$Q = (aR + bR^2 v)(T - T_0)t\,.$$ **[0,5 т]**

Като вземем предвид, че:

$$s = vt\,,$$ **[0,5 т]**

получаваме:

$$kR^2 v^3 = (aR + bR^2 v)(T - T_0)\,.$$ **[0,5 т]**

Следователно:

$$T = T_0 + \frac{kRv^3}{a + bRv} \approx 69\ ^\circ\text{C}\,.$$ **[1 т]**

В) Топчето достига скорост, при която се уравновесяват силата на тежестта и силата на съпротивление:

$$kR^2 v^2 = mg\,.$$ **[1 т]**

Като вземем предвид, че:

$$m = \rho V = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho\,,$$ **[0,5 т]**

Намираме установената скорост на спускане:

$$v = \sqrt{\frac{4\pi\rho g R}{3k}} = 90{,}4\ \text{m/s}\,.$$ (Междинната числена стойност не е задължителна) **[1 т]**

След като заместим тази стойност във формулата, изведена в т. Б, намираме:

$$T = T_0 + \frac{kRv^3}{a + bRv} \approx 22{,}5\ ^\circ\text{C}$$ (за числена стойност) **[0,5 т]**

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг
Хасково, 21 април 2012 г.
Тема за 9. клас

Задача 1. Еквивалентен източник на напрежение.
Известно е, че два последователно (успоредно) свързани резистори или кондензатори в електрична схема могат да се заменят с един, наречен еквивалентен на тях. Тогава токовете, протичащи през отделните части на схемата, както и напреженията върху отделните нейни елементи, ще се запазят.

а) Дайте определение на източник на напрежение, който ще наричаме еквивалентен на други два източника на напрежение, свързани последователно или успоредно. **[2 т.]**

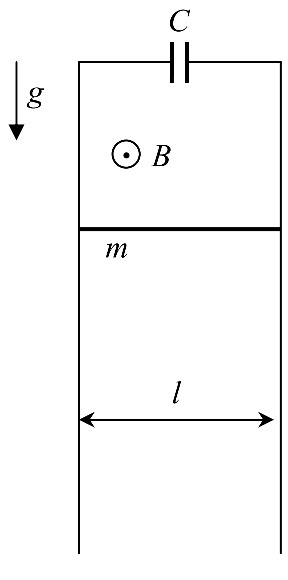
б) Намерете електродвижещото напрежение E и вътрешното съпротивление r на еквивалентния източник на напрежение на два последователно свързани източника на напрежение. Те имат съответно електродвижещо напрежение E_1 и E_2 и вътрешно съпротивление r_1 и r_2. **[2 т.]**

в) Намерете електродвижещото напрежение E и вътрешното съпротивление r на еквивалентния източник на напрежение на два успоредно свързани източника. Те имат съответно електродвижещо напрежение E_1 и E_2 и вътрешно съпротивление r_1 и r_2. **[6 т.]**

Задача 2. Съпротивление на паралелепипед.
Правоъгълен паралелепипед с ръбове a_1, a_2 и a_3 е направен от вещество със специфично съпротивление ρ. Измерва се електричното му съпротивление между две срещуположни стени. Когато се измерва съпротивлението между стените, намиращи се на разстояние a_1 една от друга, съпротивлението му е $R_1 = 0{,}10\ \Omega$, между стените на разстояние a_2 е $R_2 = 0{,}40\ \Omega$, а между стените на разстояние a_3 е $R_3 = 0{,}90\ \Omega$. Обемът на паралелепипеда е $V = 6{,}0\ \mathrm{mm}^3$. Изчислете:

а) специфичното съпротивление ρ на веществото **[4 т.]**.
б) дължината на ръба a_1 **[2 т.]**.
в) дължината на ръба a_2 **[2 т.]**.
г) дължината на ръба a_3 **[2 т.]**.

Задача 3. Падаща проводяща пръчка в магнитно поле.



Проводяща пръчка с маса m и дължина l започва да се движи под действие на силата на тежестта като се допира до верига, съставена от неподвижен П-образен проводник, свързан към кондензатор с капацитет C. Първоначално кондензаторът е разреден. Електричното съпротивление на пръчката и веригата са пренебрежимо малки. Цялата верига се намира в хоризонтално постоянно еднородно магнитно поле с големина на магнитната индукция B. Земното ускорение е g. Триенето се пренебрегва.

а) Намерете връзка между скоростта на пръчката $v(t)$ и натрупания електричен заряд $q(t)$ върху плочите на кондензатора в произволен момент t. **[3 т.]**

б) Намерете връзка между ускорението на пръчката $a(t)$ и протичащия електричен ток $I(t)$ във веригата в произволен момент t. **[1 т.]**

в) Намерете формула за ускорението на пръчката $a(t)$, изразено чрез параметрите g, B, C, l и m. **[3 т.]**

г) Изчислете пълната енергия на системата $E(t)$ в произволен момент време t. Сравнете я с тази в началния момент. **[3 т.]**

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг, Хасково,
21 април 2012 г.
Решения на темата за 9. клас

Задача 1. Еквивалентен източник на напрежение.

а) Еквивалентен източник на напрежение на други два източника на напрежение (последователно или успоредно свързани) ще наричаме такъв, който като се включи към резистор с произволно електрично съпротивление ще създаде същия ток, както ако се включат двата източника на напрежение. **[2 т.]**

б) Ако се включат два последователно свързани източника на напрежение съответно с електродвижещо напрежение E_1 и E_2 и вътрешно съпротивление r_1 и r_2 към резистор със съпротивление R, от закона на Ом следва: $E_1 + E_2 = I(r_1 + r_2) + IR$ **[1 т.]**. Ако се включи еквивалентният източник на напрежение, то: $E = Ir + IR$. За да е един и същ токът при произволна стойност на R, трябва $E = E_1 + E_2$ **[0,5 т.]** и $r = r_1 + r_2$ **[0,5 т.]**.

в) Нека токът през първия източник е I_1, а през втория е I_2. Тогава токът през резистора е $I = I_1 + I_2$ **[0,5 т.]**. Напрежението върху резистора е $U = IR$ **[0,5 т.]**. Толкова ще бъде напрежението и между полюсите на всеки един от източниците: $U = E_1 - I_1 r_1$ **[0,5 т.]**, $U = E_2 - I_2 r_2$ **[0,5 т.]**. Изразявайки I_1 и I_2 и замествайки ги в израза за общия ток, получаваме $I = \dfrac{E_1 - U}{r_1} + \dfrac{E_2 - U}{r_2}$. Тъй като $U = IR$, получаваме $I = \dfrac{E_1 - IR}{r_1} + \dfrac{E_2 - IR}{r_2}$ **[1 т.]**. След превеждане към общ знаменател, изразът се преобразува в $r_1 r_2 I = E_1 r_2 + E_2 r_1 - IR(r_1 + r_2)$, който може да се запише във вида $\dfrac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2} = \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} I + RI$.

Следователно имаме $E = \dfrac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2}$ **[1,5 т.]** и $r = \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$ **[1,5 т.]**.

Задача 2. Съпротивление на паралелепипед.

а) За трите измервания на съпротивлението на паралелепипеда имаме $R_1 = \dfrac{\rho a_1}{a_2 a_3}$ **[1 т.]**, $R_2 = \dfrac{\rho a_2}{a_1 a_3}$ и $R_3 = \dfrac{\rho a_3}{a_1 a_2}$. Обемът на паралелепипеда е $V = a_1 a_2 a_3$ **[0,5 т.]**. Ако умножим равенствата почленно, получаваме $R_1 R_2 R_3 = \dfrac{\rho^3 a_1 a_2 a_3}{a_1^2 a_2^2 a_3^2} = \dfrac{\rho^3}{V}$. Следователно $\rho = \sqrt[3]{R_1 R_2 R_3 V} = \sqrt[3]{0{,}10\Omega{,}0{,}40\Omega.0{,}90\Omega.6{,}0.10^{-9}\,\mathrm{m}^3}$ **[1,5 т.]** = $6{,}0.10^{-4}$ Ω.m **[1 т.]**.

б) Отношението на съпротивленията е $\dfrac{R_1}{R_2} = \left(\dfrac{a_1}{a_2}\right)^2$ **[0,5 т.]**. Аналогично имаме $\dfrac{R_1}{R_3} = \left(\dfrac{a_1}{a_3}\right)^2$. Изразявайки a_2 и a_3 получаваме $R_1 = \dfrac{\rho a_1}{a_1\sqrt{\dfrac{R_2}{R_1}}\,a_1\sqrt{\dfrac{R_3}{R_1}}}$ **[0,5 т.]**. След опростяване $a_1 = \dfrac{\rho}{\sqrt{R_2 R_3}}$ **[0,5 т.]** = $\dfrac{6{,}0.10^{-4}\,\Omega\mathrm{m}}{\sqrt{0{,}40\Omega.0{,}90\Omega}}$ = 1,0 mm **[0,5 т.]**.

в) По същия начин намираме, $a_2 = \dfrac{\rho}{\sqrt{R_1 R_3}}$ **[1 т.]** = $\dfrac{6{,}0.10^{-4}\,\Omega\mathrm{m}}{\sqrt{0{,}10\Omega.0{,}90\Omega}}$ = 2,0 mm **[1 т.]**.

г) Аналогично имаме $a_3 = \frac{\rho}{\sqrt{R_1 R_2}}$ **[1 т.]** = $\frac{6{,}0.10^{-4}\,\Omega\text{m}}{\sqrt{0{,}10\Omega.0{,}40\Omega}}$ = 3,0 mm **[1 т.]**.

<u>Задача 3.</u> Падаща проводяща пръчка в магнитно поле.

а) При движение на пръчката със скорост $v(t)$ в контура, съдържащ пръчката, П-образния проводник и кондензатора, се индуцира напрежение $E_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{B\Delta S}{\Delta t} = -Blv(t)$. **[1 т.]** То трябва да е равно на напрежението върху кондензатора $U = \frac{q(t)}{C}$ **[1 т.]**. Следователно $q(t) = CBlv(t)$. **[1 т.]**

б) Като приложим това равенство за два съседни момента, имаме $q(t+\Delta t) - q(t) = CBlv(t+\Delta t) - CBlv(t)$. **[0,5 т.]** Разделяйки на Δt, получаваме $I(t) = CBla(t)$. **[0,5 т.]**

в) От втория принцип на Нютон за движението на пръчката имаме $mg - BlI(t) = ma(t)$ **[1 т.]** След заместване на $I(t)$ достигаме до $a(t) = \frac{g}{1 + \frac{B^2 l^2 C}{m}} = \text{const.}$ **[2 т.]**, което означава, че пръчката пада с постоянно ускорение.

г) Нека след време t пръчката е паднала с h. Ако приемем, че отчитаме височината от първоначалното положение на пръчката, то потенциалната енергия на пръчката е $E_{пот}(t) = -mgh(t) = -mg\frac{1}{2}at^2$. **[0,5 т.]** Кинетичната енергия в този момент е $E_{кин}(t) = \frac{mv(t)^2}{2} = \frac{ma^2t^2}{2}$. **[0,5 т.]** Електричната енергия, натрупана в кондензатора, е $E_{ел} = \frac{q(t)^2}{2C} = \frac{C^2B^2l^2v(t)^2}{2C} = \frac{CB^2l^2a^2t^2}{2}$ **[1 т.]**. Пълната енергия на системата е $E(t) = E_{кин}(t) + E_{пот}(t) + E_{ел}(t) = \frac{ma^2t^2}{2}\left(-\frac{g}{a} + 1 + \frac{CB^2l^2}{m}\right) = 0$. **[1 т.]** Следователно пълната енергия на системата се запазва, като потенциалната енергия на пръчката се трансформира в кинетична енергия на пръчката и електрична енергия на кондензатора.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг
Хасково, 21 – 22 април 2012 г.
Тема за 10. – 12. клас
Първи етап

Задача 1. Ефектът на доминото

а) Трупче с маса m, което се движи с начална скорост v_0, удря челно друго трупче със същата маса, което е неподвижно. Ударът е идеално еластичен. Намерете скоростите v_1 и v_2 на трупчетата след удара. **[3 т.]**

Реалният удар между две тела никога не е идеално еластичен, тъй като част от началната им механична енергия се трансформира в топлина. В такъв случай е прието ударът да се характеризира с така наречения *коефициент на възстановяване* η, който се дефинира по следния начин:

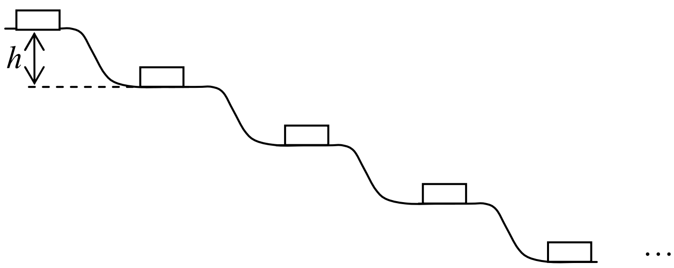
$$\eta = \frac{v'_{\text{отн}}}{v_{\text{отн}}},$$

където $v_{\text{отн}}$ и $v'_{\text{отн}}$ са големините на относителните скорости на телата едно спрямо друго съответно преди и след удара. Коефициентът на възстановяване има стойности $0 \le \eta \le 1$ и зависи единствено от материалите, от които са изработени телата.

б) Както в точка а), ударът между трупчетата е челен, като преди удара едното трупче се движи със скорост v_0, а другото е неподвижно. Ударът обаче не е еластичен и се характеризира с коефициент на възстановяване η.

- Определете скоростите v_1 и v_2 на трупчетата след удара. **[6 т.]**
- Намерете промяната ΔU на вътрешната енергия на трупчетата в резултат на удара помежду им. **[2 т.]**

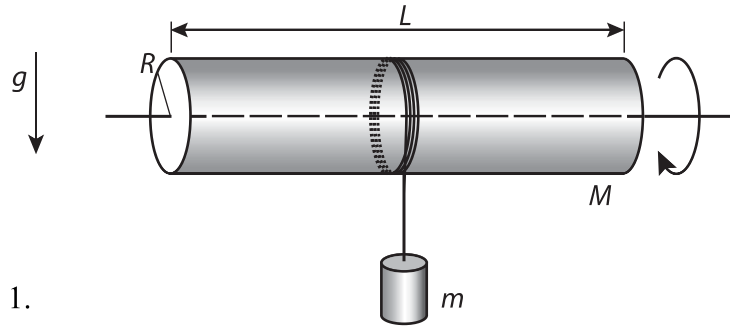
в) Голям брой хоризонтални „тераси” са разположени една под друга през еднакви височини h. Еднакви трупчета, всяко с маса m, са поставени неподвижни – по едно на всяка тераса. На най-горното трупче е придадена много малка начална скорост, поради която то се хлъзга до долната тераса и удря следващото трупче. То на свой ред се хлъзга до третата тераса и удря поставеното на нея трупче и т.н. Намерете границата v_∞, към която клони скоростта на N-тото трупче, след като бъде ударено, когато $N \to \infty$.



Коефициентът на възстановяване при всички удари е η. Триенето между трупчетата и повърхността се пренебрегва. Земното ускорение е g. Приемете също така, че трупчетата се хлъзгат по повърхността, без да се отделят от нея. **[4 т.]**

Задача 2. Въртящ се зареден цилиндър

На фиг.1 е показан дълъг кух тънкостенен цилиндър от диелектрик с радиус R, дължина L ($L >> R$) и маса M. Върху околната повърхност на цилиндъра е разпределен равномерно електричен заряд Q. По средата на цилиндъра е навита лека неразтеглива нишка, към свободния край на която е закачена теглилка с маса m. В началния момент системата е в покой. Освобождават теглилката и тя започва да се спуска надолу и да върти цилиндъра. Цилиндърът се върти без триене около геометричната си ос, която е разположена хоризонтално. Нишката не се хлъзга по повърхността на цилиндъра. Съпротивлението на въздуха не се отчита. Земното ускорение е g.



Фиг. 1.

Да означим с v скоростта на теглилката в момент, когато тя е изминала път s.

а) Изразете кинетичната енергия на теглилката и на цилиндъра като функция на скоростта v. **[2 т.]**

б) Изразете индукцията B на магнитното поле в цилиндъра като функция на скоростта v. **[4 т.]**

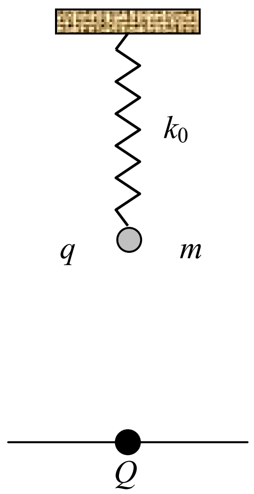
в) Покажете, че енергията W_B на магнитното поле в цилиндъра е правопропорционална на квадрата на скоростта: $W_B = \frac{1}{2}kv^2$. **[2 т.]** Определете константата k. **[2 т.]**

г) Определете ускорението a на теглилката. **[5 т.]**

Полезни формули и информация:

1. Когато по дълга цилиндрична намотка (соленоид) тече ток I, той създава магнитно поле. Вътре в соленоида полето е приблизително еднородно и неговата индукция е $B = \frac{\mu_0 NI}{L} = \mu_0 i$, където μ_0 е магнитната константа, N – броят на навивките, L – дължината на соленоида, а $i = \frac{NI}{L}$ е токът на единица дължина от соленоида. Извън соленоида полето се приема за равно на нула.
2. Плътността на енергията w_B на магнитното поле (магнитната енергия в единица обем от полето) се изразява с формулата $w_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$.

<u>Задача 3.</u> Заредено пружинно махало.



Фиг. 2

На вертикална пружина с коефициент на еластичност $k_0 = 90\ \mathrm{N/m}$ е окачено метално топче с маса $m = 180\ \mathrm{g}$ и електричен заряд $q = 1\ \mu\mathrm{C}$ (фиг. 2). Когато махалото е неподвижно, под него се поставя неподвижен заряд $Q = q$ и то започва да извършва вертикални хармонични трептения. Разстоянието между равновесното положение на махалото при тези трептения и неподвижния заряд е $x_0 = 10\ \mathrm{cm}$. Във втория случай под махалото се поставя неподвижен заряд $Q = -q$ и то започва да трепти хармонично. Разстоянието между равновесното положение на махалото при тези трептения и неподвижния заряд е също $x_0 = 10\ \mathrm{cm}$. Константата в закона на Кулон е $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9.10^9\ \mathrm{N.m^2/C^2}$.

а) Намерете амплитудите A_1 и A_2 на трептене на махалото в двата случая. **[2 т.]**

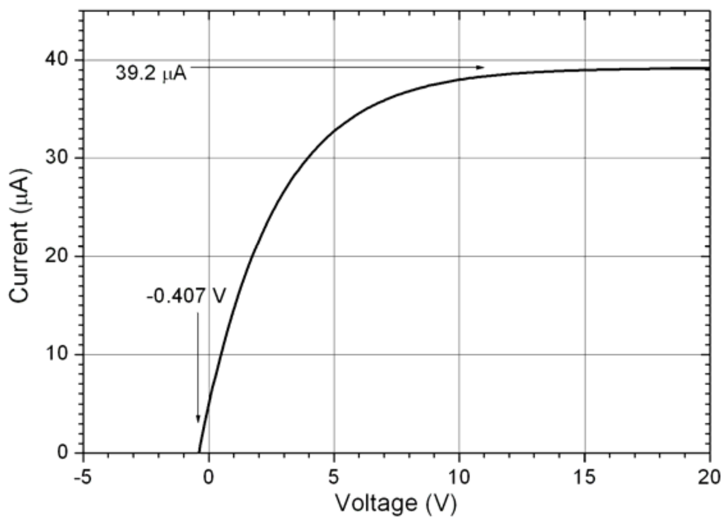
б) Определете разстоянието r между равновесните положения на махалото в първия и втория случай. **[2 т.]**

в) Намерете коефициентите на еластичност k_1 и k_2 на връщащите сили, под действие на които се извършват хармоничните трептения в първия и втория случай, ако отместването x от равновесното положение е много по-малко от x_0 **[9 т.]**

г) Пресметнете периодите на трептене T_1 и T_2. **[2 т.]**

<u>Задача 4.</u> Вакуумен фотодиод.

Вакуумният фотодиод представлява вакуумиран кварцов балон, на който от вътрешната страна е изпарен тънък слой метал, който през балона може да се осветява със светлина. Този електрод се нарича катод. Другият електрод не може да се осветява. Между тези два електрода се подава напрежение и се измерва токът през фотодиода. При облъчване на фотодиода с монохроматична светлина с дължина на вълната $\lambda = 488{,}0\,\mathrm{nm}$ и мощност $P = 1{,}000\,\mathrm{mW}$ се наблюдава следната зависимост на тока през фотодиода от електродвижещото напрежение на източника:



Метал	A, eV
Ba	2,52
Na	2,36
K	2,29
Rb	2,26
Cs	2,14

а) Изчислете отделителната работа A (в eV) на метала, от който е направен фотокатода? Кой от изброените в таблицата метали е използван? **[5 т.]**

б) Изчислете в какъв интервал е дължината на вълната на видима светлина, с която като осветяваме фотокатода, през него може да тече ток? **[5 т.]**

в) Квантов добив η наричаме отношението на избитите от фотокатода електрони и падналите върху него фотони. Колко процента е квантовия добив η на този фотокатод? **[5 т.]**

константа на Планк: $h = 6{,}63.10^{-34}$ J.s
електричен заряд на електрона: $e = 1{,}60.10^{-19}$ C
скорост на светлината: $c = 3{,}00.10^{8}$ m/s

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг
Хасково, 21 – 22 април 2012 г.
Решения на темата за 10. – 12. клас
Първи етап

<u>Задача 1.</u> Ефектът на доминото

а) При еластичен удар са изпълнени законите за запазване на импулса и на механичната енергия:

(1) $mv_0 = mv_1 + mv_2$

(2) $\dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv_1^2}{2} + \dfrac{mv_2^2}{2}$

От тях намираме, че скоростите на трупчетата след удара са:

(3) $v_1 = 0$

(4) $v_2 = v_0$

т.е. падащото трупче спира, а второто поема цялата му кинетична енергия.

б) При нееластичен удар е изпълнен само законът за запазване на импулса:

(5) $mv_0 = mv_1 + mv_2$

Относителната скорост на трупчетата преди удара е:

(6) $v_{\text{отн}} = v_0$

а след удара:

(7) $v'_{\text{отн}} = v_2 - v_1$

От дефиницията на коефициента на възстановяване следва:

(8) $v_2 - v_1 = \eta v_0$

Решаваме уравненията (5) и (8) като система, откъдето определяме:

(9) $v_2 = \dfrac{1+\eta}{2} v_0$

(10) $v_1 = \dfrac{1-\eta}{2} v_0$

От II принцип на термодинамиката следва:

(11) $\dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv_1^2}{2} + \dfrac{mv_2^2}{2} + \Delta U$

откъдето получаваме:

(12) $\Delta U = \dfrac{(1-\eta^2) m v_0^2}{4}$.

в) Нека скоростта на N-тото трупче, след като бъде ударено, е v_N. От закона за запазване на механичната енергия следва, че то ще достигне намиращата се под него тераса със скорост:

(13) $v'_N = \sqrt{v_N^2 + 2gh}$,

която играе ролята на начална скорост при удара с $N+1$ –вото трупче. Като използваме формула (9), намираме скоростта на N+1 –вото трупче след удара с N-тото:

(14) $v_{N+1} = \dfrac{1+\eta}{2}\sqrt{v_N^2 + 2gh}$.

Понеже $v_N \to v_\infty$ и $v_{N+1} \to v_\infty$, след граничен преход в двете страни на уравнение (14), намираме:

(15) $v_\infty = \dfrac{1+\eta}{2}\sqrt{v_\infty^2 + 2gh}$.

Оттук определяме граничната скорост на трупчетата:

(16) $v_\infty = \dfrac{1+\eta}{\sqrt{(1-\eta)(3+\eta)}}\sqrt{2gh}$

Схема на оценяване

Елемент от решението / подусловие	**Точки**
Прилага закона за запазване на импулса	1,0
Прилага закона за запазване на енергията	1,0
Получава израз за скоростта v_1	0,5
Получава израз за скоростта v_2	0,5
Общо по т. а	**3,0**
Прилага закона за запазване на импулса	1,0
Изразява относителната скорост преди удара	1,0
Изразява относителната скорост след удара	1,0
Прилага дефиницията за коефициента η	1,0
Получава израз за скоростта v_1	1,0
Получава израз за скоростта v_2	1,0
Прилага II принцип на ТД за удара	1,0
Получава израз за ΔU	1,0
Общо по т. б	**8,0**
Прилага ЗЗЕ и намира скоростта при спускане на по-долно стъпало	1,0
Изразява скоростта на следващото трупче след удара	1,0
Получава уравнение за v_∞ след граничен преход	1,0
Намира окончателен израз за v_∞	1,0
Общо по т. в	**4,0**
Общо за задачата	**15,0**

<u>**Задача 2.**</u> **Въртящ се зареден цилиндър**

а) Кинетичната енергия на теглилката е $mv^2/2$ **1 точка**

Скоростта на всички точки от повърхността на цилиндъра е равна на скоростта v на теглилката. (Нишката е в покой спрямо повърхността – не се хлъзга по нея.) Тъй като цилиндърът е тънкостенен, всички точки от него практически се намират на повърхността и се движат със скорост v.

Следователно кинетичната енергия на цилиндъра е $\dfrac{Mv^2}{2}$ **1 точка**

Кинетичната енергия на системата е $W_k = \dfrac{(M+m)v^2}{2}$.

б) При въртенето на цилиндъра електричните заряди се движат със скорост v и описват окръжности, т.е. по повърхността на цилиндъра тече електричен ток, подобен на тока, който тече по цилиндрична намотка (соленоид). Да разгледаме мислена неподвижна линия, която преминава през повърхността на цилиндъра и е успоредна на оста му. За малък интервал от време Δt през тази линия (сечение на проводника, по който тече ток) преминава електричен заряд $\Delta q = \left(\dfrac{Q}{2\pi RL}\right)Lv\Delta t$, където изразът в скобите е зарядът на единица площ от повърхността на цилиндъра. Електричният ток е

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{Q}{2\pi R}v$$ **2 точки**

Токът на единица дължина на цилиндъра е

$$i = \frac{I}{L} = \frac{Q}{2\pi RL}v$$ **1 точка**

Магнитното поле на тока е

$$B = \mu_0 i = \frac{\mu_0 Q}{2\pi RL} v$$ **1 точка**

в) Вариант 1 (*от общи съображения*). От 9. клас знаем, че енергията на магнитното поле на ток, който тече по проводник, е пропорционална на квадрата на тока: $W_B = \frac{LI^2}{2}$, където L в случая е индуктивността на проводника. Токът, от друга страна, е пропорционален на скоростта v на насочено движение на електричните заряди.

Следователно $W_B = \frac{kv^2}{2}$ **2 точки**

Вариант 2 (*пълно решение*). Плътността на енергията на магнитното поле е

$$w_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 Q^2}{8\pi^2 R^2 L^2} v^2$$ **1 точка**

Енергията на магнитното поле е

$$W_B = w_B(\pi R^2 L) = \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_0 Q^2}{4\pi L}\right) v^2$$ **2 точки**

Следователно $W_B = \frac{1}{2} kv^2$, където $k = \frac{\mu_0 Q^2}{4\pi L}$ **1 точка**

г) Да приемем, че в началното положение, когато системата е в покой, гравитационната потенциална енергия на теглилката е нула. Когато теглилката измине път s, нейната потенциална енергия е

$$W_g = -mgs$$ **1 точка**

От закона за запазване на енергията следва равенството

$W_k + W_B + W_g = 0$ или $\frac{(M+m)v^2}{2} + \frac{1}{2}kv^2 - mgs = 0$ **1 точка**

Записваме горното равенство във вида $s = \frac{1}{2}\frac{(M+m+k)}{mg} v^2$. От друга страна, при равноускорително движение без начална скорост е в сила равенството $s = \frac{v^2}{2a}$.

Като сравним двете равенства, стигаме до извода, че теглилката се движи равноускорително **1 точка**

Нейното ускорение е $a = \frac{mg}{M+m+k}$; **1 точка**

$$a = \frac{mg}{M + m + \frac{\mu_0 Q^2}{4\pi L}}$$ **1 точка**

Забележка. Задачата има и друго решение, което дава възможност за по-задълбочено вникване във физиката на процесите – каква е природата на силата, която забавя въртенето на цилиндъра.

Магнитното поле в цилиндъра е променливо. Съгласно закона на Фарадей, то индуцира вихрово електрично поле. От симетрията следва, че силовите линии на вихровото електрично поле са концентрични окръжности, с център върху оста на диска. От закона на Фарадей $E(2\pi R) = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -(\pi R^2)\frac{\Delta B}{\Delta t}$ определяме интензитета на вихровото поле $E = -\frac{\mu_0 Q}{4\pi L}\frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{\mu_0 Q}{4\pi L} a$. На заредения цилиндър вихровото електрично поле действа с електрична сила $F = QE$. Тази сила създава въртящ момент $M = FR = QER$, който съгласно правилото на Ленц препятства въртенето на диска. Уравнението на моментите за въртенето на диска е $RT + M = \varepsilon I$. Ъгловото ускорение е $\varepsilon = \dfrac{a}{R}$, инерчният момент на тънкостенния цилиндър е $I = MR^2$. Силата на опъване на нишката T изразяваме от уравнението за постъпателното движение на теглилката $mg - T = ma$. След заместване на всички величини в уравнението на моментите получаваме

$m(g-a)R - \dfrac{\mu_0 Q^2}{4\pi L}aR = \dfrac{a}{R}MR^2$, откъдето определяме ускорението $a = \dfrac{mg}{M + m + \dfrac{\mu_0 Q^2}{4\pi L}}$.

<u>Задача 3.</u> Заредено пружинно махало.

а) Тъй като трептенето на махалото започва от неподвижно състояние, амплитудата му на трептене е равна на разстоянието до равновесното положение при наличие на втория заряд. Тогава в равновесие от равенството на еластичната сила на свитата (фиг. 1) или разтегнатата (фиг. 2) пружина и на силата на кулоново отблъскване или привличане имаме

$$k_0 A_1 = k_0 A_2 = k\frac{q^2}{x_0^2}, \qquad \textbf{[1 т.]}$$

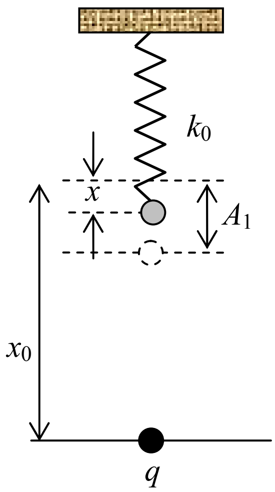
и за амплитудата на трептене получаваме

$$A_1 = A_2 = \frac{kq^2}{k_0 x_0^2} \approx 1\,\text{cm}. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

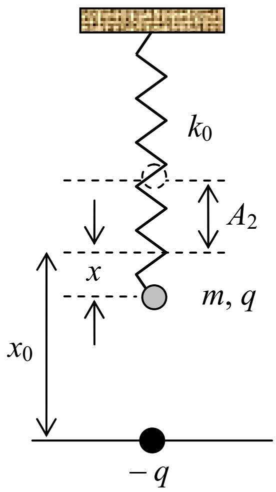
б) Ще отбележим, че в първия случай равновесното положение се намира на разстояние A_1 над първоначалното положение на махалото, а във втория случай – на разстояние A_2 под първоначалното положение на махалото. Тогава имаме

$$r = A_1 + A_2 \approx 2\,\text{cm}. \qquad \textbf{[2 т.]}$$

в) За да намерим коефициентите на еластичност на връщащата сила нека тялото с маса m е отклонено на разстояние x надолу от равновесното положение (фиг. 1).



Фиг. 1



Фиг. 2

Тогава за големината на връщащата сила в първия случай имаме

$$F_1 = \frac{kq^2}{(x_0 - x)^2} - k_0(A_1 - x) = k_0 x + kq^2\left(\frac{1}{(x_0-x)^2} - \frac{1}{x_0^2}\right) = k_0 x + kq^2\left(\frac{2x(x_0 - x)}{x_0^2(x_0-x)^2}\right). \qquad \textbf{[3 т.]}$$

Като отчетем, че $x << x_0$, намираме

$$F_1 \approx \left(k_0 + \frac{2kq^2}{x_0^3}\right)x = k_1 x. \qquad \textbf{[1,5 т.]}$$

Във втория случай (фиг. 2) имаме

$$F_2 = k_0(A_2 + x) - \frac{kq^2}{(x_0 - x)^2} = k_0 x + kq^2\left(\frac{1}{x_0^2} - \frac{1}{(x_0 - x)^2}\right) = k_0 x + kq^2\left(\frac{-2x(x_0 + x)}{x_0^2(x_0 - x)^2}\right), \textbf{[3 т.]}$$

откъдето при $x << x_0$ намираме

$$F_2 \approx \left(k_0 - \frac{2kq^2}{x_0^3}\right)x = k_2 x. \qquad \textbf{[1,5 т.]}$$

г) Периодът на трептене в първия случай е

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_0 + \frac{2kq^2}{x_0^3}}} \approx 0{,}26\ \mathrm{s}, \qquad \textbf{[1 т.]}$$

а във втория случай имаме

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_0 - \frac{2kq^2}{x_0^3}}} \approx 0{,}31\ \mathrm{s}. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

<u>Задача 4.</u> Вакуумен фотодиод.

а) Отделителната работа A на метала, от който е направен фотокатода, може да се изчисли от уравнението на Айнщайн за външния фотоефект:

$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}$ **[1 т.]**. От дадената графика се вижда, че големината на спирачното напрежение е U = 0,407 V **[1 т.]**. Следователно $A = \frac{hc}{\lambda} - eU$ **[1 т.]**. След заместване получаваме $A = \frac{6{,}63.10^{-34}\,\mathrm{J.s.}3{,}00.10^{8}\,\mathrm{m/s}}{488.10^{-9}\,\mathrm{m}} - 1{,}60.10^{-19}\,\mathrm{C.}0{,}407\mathrm{V}$ = $3{,}42.10^{-19}$ J = 2,14 eV. **[1 т.]** Използваният метал е Cs. **[1 т.]**

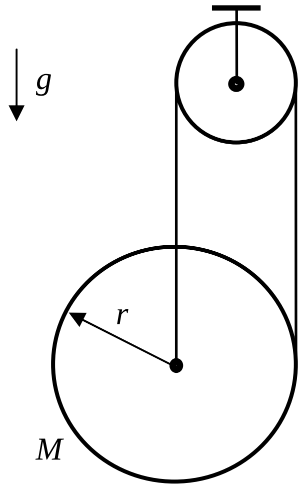
б) За да тече ток през фотодиода трябва $h\nu = \frac{hc}{\lambda} > A$ **[2 т.]**. Следователно $\lambda < \frac{hc}{A} = 582$ nm. **[2 т.]** Следователно видимата светлина трябва да има дължина на вълната $\lambda \in (400{,}582)$ nm. **[1 т.]**

в) От графиката се вижда, че при големи положителни стойности на напрежението, токът през фотодиода клони към стойност $I_{нас}$ = 39,2 μA (тази стойност се нарича ток на насищане) **[1 т.]**. Това означава, че тогава всички електрони, напуснали фотокатода, достигат другия електрод. Следователно броят на електроните, напуснали фотокатода, за 1 s е $N_e = I_{нас}.1s/e$. **[1 т.]** Падналият брой фотони за една секунда е $N_{ph} = \frac{P.1\mathrm{s}}{h\nu} = \frac{P.1\mathrm{s}.\lambda}{hc}$. **[1 т.]** Следователно квантовият добив $\eta = \frac{I_{нас}hc}{eP\lambda}$ = 10,0 %. **[2 т.]**

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг
Хасково, 21 – 22 април 2012 г.
Тема за 10. – 12. клас

Втори етап

Задача 1. Падащ диск.



На еднороден диск с маса M и радиус r е навита дълга неразтеглива нишка с пренебрежима маса. Свободният ѝ край е преметнат през неподвижна макара с пренебрежима маса m и е фиксиран на ос, минаваща през центъра на диска. Дискът се освобождава и започва да се движи надолу. Намерете:

а) ускорението a, с което дискът се движи вертикално надолу. **[4 т.]**

б) отношението $\varepsilon_M / \varepsilon_m$ на ъгловите ускорения на диска и макарата с неподвижна ос. **[2 т.]**

Задача 2. Нагряване на газ.

Във вертикален затворен цилиндър има тежко бутало, което се движи без триене. Частите на съда, които са разделени от буталото, съдържат по един mol газ, който може да се разглежда като идеален. При температура T_0, еднаква за двете части на съда, отношението на обемите е $V : V' = 1:2$, където V е обемът на газа под буталото, а V' - на газа над буталото. С помощта на вграден нагревател с пренебрежим обем газът под буталото се нагрява, докато увеличи обема си два пъти. Намерете полученото от газа под буталото количество топлина Q като приемете, че стените на цилиндъра и буталото са топлонепроводящи. Резултатът изразете чрез температурата T_0, универсалната газова константа R и показателя на адиабатата γ. Направете числена оценка за едноатомен и двуатомен газ. **[7 т.]**

Задача 3. Електролитна вана

В електролитна вана с дължина L = 0,1 m е налят електролит със специфично съпротивление $\rho = 1{,}0\,\Omega\cdot\text{m}$ и с плътност $\rho_1 = 1000\,\text{kg/m}^3$. Между успоредни електроди, разположени перпендикулярно на дължината L, е подадено напрежение U = 15 V.

а) Колко е плътността j на тока, протичащ през ваната?* **[2 т]**

б) Положителният електрод е изработен от мед с плътност $\rho_2 = 8900\,\text{kg/m}^3$ и с моларна маса M = 0,064 kg/mol. При протичане на ток през ваната, в електролита се отделят еднозарядни медни йони. С колко ще намалее дебелината на медния електрод за време $t = 1\,\text{h}$? **[2,5 т]**

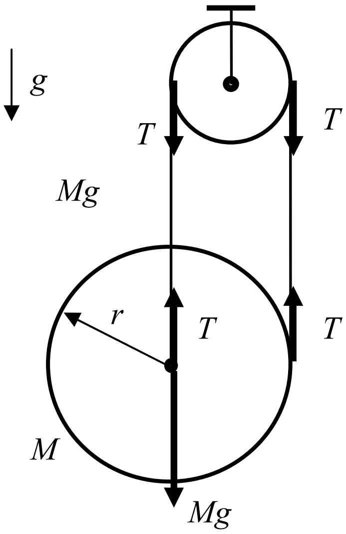
в) Ваната е поставена в еднородно магнитно поле с индукция B = 0,1 T, насочена вертикално надолу. На какъв ъгъл θ спрямо хоризонта ще се наклони свободната повърхност на течността, когато тя се установи в равновесно положение? **[2,5 т]**

* Плътността на тока се дефинира като: $j = I/S$, където I е пълният ток, протичащ през повърхност с площ S, ориентирана перпендикулярно на посоката на протичане на тока.

Данни: елементарен електричен заряд $e = 1{,}6.10^{-19}$ C; константа на Авогадро $N_A = 6{,}02.10^{-23}\ \text{mol}^{-1}$; земно ускорение $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг
Хасково, 21 – 22 април 2012 г.
Решения на темата за 10. – 12. клас
Втори етап

<u>Задача 1.</u> Падаща макара.



а) От втория закон на Нютон следва: $Mg - 2T = Ma$ **[1 т.]**. От втория закон на Нютон за въртеливото движение следва: $Tr = I\varepsilon = Mr^2\varepsilon/2$. **[1 т.]** За да определим връзката между ускорението a и ъгловото ускорение ε, да допуснем, че центърът на диска се премества на разстояние Δx надолу. Тогава трябва да се развие допълнително нишка с дължина $\Delta l = 2\Delta x$. **[0.5 т.]** Следователно $\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \dfrac{\Delta l}{r\Delta t} = \dfrac{2\Delta x}{r\Delta t} = \dfrac{2v}{r}$. По същия начин може да покажем, че и $\varepsilon = \dfrac{2a}{r}$. **[0.5 т.]** Елиминирайки силата на опъване на нишката T от първите две уравнения, получаваме
$Mg - 2Mr\varepsilon/2 = Mg - 2Ma = Ma$, откъдето $a = g/3$. **[1 т.]**

б) Тъй като при преместване на диска на разстояние Δx надолу, макарата се завъртва на ъгъл $\Delta\theta = \dfrac{\Delta x}{r/2}$ **[0,5 т.]**, а дискът се завъртва на ъгъл $\Delta\varphi = \dfrac{2\Delta x}{r}$ **[0,5 т.]**, то $\Delta\theta = \Delta\varphi$. Следователно $\varepsilon_M/\varepsilon_m = 1$ **[1 т.]**

<u>Задача 2.</u> Нагряване на газ.

Търсеното количество топлина е

$$Q = U_2 - U_1 + A', \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

където U_1 и U_2 са началната и крайната енергия на газа под буталото, а A' е работата, извършена от него. При всяко положение на буталото имаме

$$p = p_0 + p', \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

където $p_0 = \mathrm{const}$ е налягането на буталото. Тогава

$$A' = A_1 + A_2, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

където при обем на цилиндъра V_0 имаме

$$A_1 = \frac{p_0 V_0}{3}, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

а A_2 може да се разглежда като работа на външната сила, която свива адиабатно газа над буталото, като

$$A_2 = U_2' - U_1'. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Вътрешната енергия на идеален газ зависи само от температурата. Като отчетем съотношението на Майер за един mol газ и определението на показателя на адиабатата

$$c_p - c_V = R, \qquad \frac{c_p}{c_V} = \gamma,$$

Намираме $U_1 = U_1' = \dfrac{RT_0}{\gamma - 1}$. **[0,5 т.]**

Тъй като за началните състояния имаме

$$p_1 \frac{V_0}{3} = RT_0, \qquad p_1' \frac{2V_0}{3} = RT_0, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

тогава намираме

$$p_1' = p_0, \qquad p_1 = 2p_0, \qquad RT_0 = \frac{2p_0 V_0}{3}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

При адиабатно свиване на газа над буталото имаме

$$p_1'\left(\frac{2V_0}{3}\right)^{\gamma} = p_2'\left(\frac{V_0}{3}\right)^{\gamma}, \qquad p_2' = 2^{\gamma} p_0, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

при което намираме

$$\frac{p_1'\left(\frac{2V_0}{3}\right)}{T_0} = \frac{p_2'\left(\frac{V_0}{3}\right)}{T_2'}, \qquad T_2' = 2^{\gamma - 1} T_0, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

и получаваме

$$U_2' = \frac{2^{\gamma - 1}}{\gamma - 1} RT_0. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Аналогично получаваме

$$\frac{p_1\left(\frac{V_0}{3}\right)}{T_0} = \frac{p_2\left(\frac{2V_0}{3}\right)}{T_2}, \qquad T_2 = \left(2^{\gamma} + 1\right)T_0, \qquad U_2 = \frac{\left(2^{\gamma} + 1\right)}{\gamma - 1} RT_0. \ \textbf{[0,5 т.]}$$

След заместване намираме

$$Q = \frac{3.2^{\gamma} + \gamma - 3}{2(\gamma - 1)} RT_0. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

За едноатомен газ имаме $\gamma_1 = \dfrac{5}{3}$ и тогава $Q_1 \approx 6{,}1 RT_0$ **[0,25 т.]**, а за двуатомен газ при $\gamma_2 = \dfrac{7}{5}$ получаваме $Q_2 \approx 7{,}9 RT_0$ **[0,25 т.]**.

<u>Задача 3.</u> Електролитна вана

а) Електролитът във ваната може да се разглежда като проводник с дължина L и с напречно сечение $S = ah$, където a е широчината на ваната, а h е дълбочината на електролита. Тогава съпротивлението на електролита е:

$$R = \frac{\rho L}{S}$$ **[0,5 т]**

и през него протича ток:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho L}.$$ **[0,5 т]**

Плътността на тока съответно е:

$$j = \frac{U}{\rho L} = \frac{15\,\mathrm{V}}{1{,}0\,\Omega\cdot\mathrm{m}\cdot 0{,}1\,\mathrm{m}} = 150\,\mathrm{A/m^2}.$$ **[1 т]**

б) За дадения интервал от медния електрод ще се отделят йони с общ заряд:

$q = It$, **[0,2 т]**

като техният брой ще бъде:

$$N = \frac{It}{e}.$$ **[0,3 т]**

Следователно масата на електрода ще намалее с:

$$\Delta m = \frac{N}{N_\mathrm{A}}M = \frac{ItM}{N_\mathrm{A} e}.$$ **[0,5 т]**

От друга страна, ако дебелината на електрода набмалее с Δd, отделената маса може да се изрази като:

$\Delta m = \rho_2 S \Delta d$. **[0,5 т]**

Като вземем предвид, че:

$I = jS$,

получаваме:

$$\Delta d = \frac{jMt}{N_\mathrm{A} e \rho_2} = \frac{150\,\mathrm{A/m^2}\cdot 0{,}064\,\mathrm{kg/mol}\cdot 3600\,\mathrm{s}}{6{,}02.10^{23}\,/\mathrm{mol}\cdot 1{,}6.10^{-19}\,\mathrm{C}\cdot 8900\,\mathrm{kg/m^3}} = 4{,}0.10^{-5}\,\mathrm{m} = 40\,\mu\mathrm{m}.$$ **[1 т]**

в) Да разгледаме малък цилиндричен елемент от електролита с дължина в направление на протичане на тока Δl и с напречно сечение ΔS, който граничи със свободната повърхност. През този елемент протича ток:

$\Delta I = j\Delta S$ **[0,5 т]**

и му действа хоризонтално насочена магнитна сила:

$\Delta F = \Delta I B \Delta l = jB\Delta V$, **[0,5 т]**

където ΔV е обемът на елемента. Силата на тежестта, действаща на същия обем електролит, е:

$\Delta G = g\rho_1 \Delta V$. **[0,5 т]**

За да бъде даденият елемент в равновесие, е нужно резултантната на тези две сили да бъде перпендикулярна на свободната повърхност на електролита. Следователно за ъгъла на наклон на свободната повърхност получаваме:

$$\tan\theta = \frac{\Delta F}{\Delta G} = \frac{jB}{g\rho_1} = 1{,}5.10^{-3}$$ **[0,5 т]**

При малки стойности на тангенса, имаме приблизително равенство:

$\theta \approx \tan\theta = 1{,}5.10^{-3}\,\mathrm{rad} = 0{,}088^\circ$ **[0,5 т]**

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ЗАДАЧА

Теоретична част

Според зонната теория електроните, изграждащи твърдите тела, имат различна енергия, което формира енергетични зони – валентна зона, забранена зона и зона на проводимост. Характерно за забранената зона е, че в нея няма разположени енергетични нива. В зависимост от ширината на забранената зона, телата се делят на метали, полупроводници и диелектрици. Това е най-важният параметър за полупроводниците. Един начин за неговото определяне е използването на температурната зависимост на пада на напрежение върху PN преход. Такъв преход се осъществява при контакт на две области с различен тип проводимост P и N. Характерно за PN прехода е неговата еднопосочна проводимост. Когато се включи в права посока преходът има пренебрежимо съпротивление, а в обратна посока то е много голямо.

В права посока токът през прехода се определя от:

$$I = I_0\left(e^{\frac{eU}{\eta kT}} - 1\right), \tag{1}$$

където e е заряд на електрона, $k = 8.617\times10^{-5}\ eV/K$ - константа на Болцман, η - фактор на идеалност, чиято стойност е между 1 и 2, U - пад на напрежението върху прехода, T – температура на прехода в градуси по Келвин, I_0 – обратен ток на насищане.

Обратният ток се дава от:

$$I_0 = Ae^{-\frac{E_g}{\eta kT}}, \tag{2}$$

където A е константа, чиято зависимост от температурата може да се пренебрегне, а E_g е ширината на забранената зона на полупроводника, която се измерва в eV (електронволти).

Ширината на забранената зона също е температурно зависима:

$$E_g(T) = E_{g0} + \alpha T, \tag{3}$$

където E_{g0} е ширината на забранената зона при 0K, а α е константа.

За температурния диапазон, в който ще работите $\alpha = -2.7\times10^{-4}\ eV/K$.

В настоящата експериментална задача като полупроводников елемент се използва силициев транзистор, като се работи само с единия му PN преход.

Уреди и материали

- Силициев транзистор с две съпротивления от 1 MΩ и 15 kΩ ....1 бр.
- Бехерова чаша с гореща вода ......………....………….................1 бр.
- Цифров термометър ....1 бр.
- Мултицет ....1 бр.
- Батерия 9 V ....1 бр.

- Съединителен кабел за батерия..…...............1 бр.
- Предпазни очила ....1 бр.
- Съд за изхвърляне на вода ....1 бр.
- Милиметрова хартия. ....1 л.
- Попивателна гъба ....1 бр.

Указания

- Винаги включвайте транзистора през съпротивление към батерията.
- Права посока на свързване на транзистора е когато положителният полюс на батерията е съединен с червения кабел , идващ от транзистора.
- Изключвайте мултицета и батерията, когато не ги използвате продължително време.
- Работете винаги с предпазни очила.
- 1eV е енергията, която получава един електрон, преминал през потенциална разлика от 1V, 1 eV = 1.6×10^{-19} J.

Задачи

1. Определяне на температурна зависимост на пада на напрежение върху PN преход при две различни стойности на тока.
   - 1.1. Преценете как трябва да се включи преходът през съпротивление в права посока, така че да се получат две различни стойности на тока във веригата 9 μA и 600 μA. Начертайте двете схеми на свързване като обозначите и мястото на измерителния прибор. **[2 т.]**
   - 1.2. Изследвайте експериментално зависимостта $U(T)$ при двете стойности на тока от т. 1.1, представете данните таблично и оценете грешките на единичното измерване. Отбележете режима на работа и обхвата на мултицета, който използвате. Опишете какви мерки трябва да се вземат за коректно отчитане на температурата. **[4 т.]**
   - 1.3. Представете графично получените експериментални данни за $U(T)$. **[2 т.]**

2. Определяне на ширината на забранената зона на силициев полупроводник.
   - 2.1. Получете израз за температурната зависимост на пада на напрежение върху прехода на транзистора. В настоящата задача можете да пренебрегнете 1-цата в ур. 1. Задължително се обосновете защо. **[3 т.]**
   - 2.2. Преценете с каква функционална зависимост могат да се опишат получените от вас експериментални данни за $U(T)$. Определете параметрите на тази зависимост. Оценете грешките в получените от вас параметри на тази зависимост. **[4 т.]**
   - 2.3. От определените параметри на зависимостта, получена в т. 2.2. при ток 9 μA, определете ширината на забранената зона при 0К. Оценете абсолютната и относителна грешки във вашия резултат. **[2 т.]**

3. Използвайки резултатите, получени в предните две точки, определете фактора на идеалност на PN прехода. Оценете абсолютната и относителна грешки на резултата. **[3 т.]**

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ЗАДАЧА

Теоретична част

Според зонната теория електроните, изграждащи твърдите тела, имат различна енергия, което формира енергетични зони – валентна зона, забранена зона и зона на проводимост. Характерно за забранената зона е, че в нея няма разположени енергетични нива. В зависимост от ширината на забранената зона, телата се делят на метали, полупроводници и диелектрици. Това е най-важният параметър за полупроводниците. Един начин за неговото определяне е използването на температурната зависимост на пада на напрежение върху PN преход. Такъв преход се осъществява при контакт на две области с различен тип проводимост P и N. Характерно за PN прехода е неговата еднопосочна проводимост. Когато се включи в права посока преходът има пренебрежимо съпротивление, а в обратна посока то е много голямо.

В права посока токът през прехода се определя от:

$$I = I_0\left(e^{\frac{eU}{\eta kT}} - 1\right), \tag{1}$$

където e е заряд на електрона, $k = 8.617\times10^{-5}\ eV/K$ - константа на Болцман, η - фактор на идеалност, чиято стойност е между 1 и 2, U - пад на напрежението върху прехода, T - температура на прехода в градуси по Келвин, I_0 - обратен ток на насищане.

Обратният ток се дава от:

$$I_0 = Ae^{-\frac{E_g}{\eta kT}}, \tag{2}$$

където A е константа, чиято зависимост от температурата може да се пренебрегне, а E_g е ширината на забранената зона на полупроводника, която се измерва в eV (електронволти).

Ширината на забранената зона също е температурно зависима:

$$E_g(T) = E_{g0} + \alpha T, \tag{3}$$

където E_{g0} е ширината на забранената зона при 0 K, а α е константа.

За температурния диапазон, в който ще работите $\alpha = -2.7\times10^{-4}\ eV/K$.

В настоящата експериментална задача като полупроводников елемент се използва силициев транзистор, като се работи само с единия му PN преход.

Уреди и материали

- Силициев транзистор с две съпротивления от 1 MΩ и 15 kΩ ....1 бр.
- Бехерова чаша с гореща вода ......………...………..................1 бр.
- Цифров термометър ....1 бр.
- Мултицет ....1 бр.
- Батерия 9 V ....1 бр.

- Съединителен кабел за батерия..1 бр.
- Предпазни очила ....1 бр.
- Съд за изхвърляне на вода ....1 бр.
- Милиметрова хартия. ....1 л.
- Попивателна гъба ....1 бр.

Указания

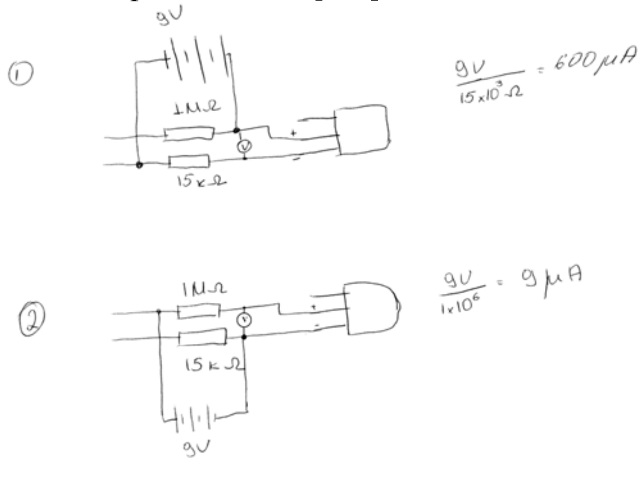
- Винаги включвайте транзистора през съпротивление към батерията.
- Права посока на свързване на транзистора е когато положителният полюс на батерията е съединен с червения кабел , идващ от транзистора.
- Изключвайте мултицета и батерията, когато не ги използвате продължително време.
- Работете винаги с предпазни очила.
- 1eV е енергията, която получава един електрон, преминал през потенциална разлика от 1V, 1 eV = 1.6×10^{-19} J.

Задачи

1. Определяне на температурна зависимост на пада на напрежение върху PN преход при две различни стойности на тока.

1.1. **Преценете как трябва да се включи преходът през съпротивление в права посока, така че да се получат две различни стойности на тока във веригата 9 μA и 600 μA. Начертайте двете схеми на свързване като обозначите и мястото на измерителния прибор. [2 т.]**

За получаване на двете стойности на тока е необходимо транзисторът да се свърже в посочените на фиг. 1 схеми. [2 т.]



Фигура 1. Схеми на свързване на транзистора.

1.2. **Изследвайте експериментално зависимостта $U(T)$ при двете стойности на тока от т. 1.1, представете данните таблично и оценете грешките на единичното измерване. Отбележете режима на работа и обхвата на мултицета, който използвате. Опишете какви мерки трябва да се вземат за коректно отчитане на температурата. [4 т.]**

I=9 μA		
t, ° C	T, K	U, mV
80.6	353.75	399
78.1	351.25	409
76	349.15	414
72.5	345.65	423
71.1	344.25	425
68.5	341.65	431
66	339.15	438
64.2	337.35	443
61.5	334.65	449
59.1	332.25	454
56.7	329.85	461
53.9	327.05	467
51.6	324.75	472
49.1	322.25	478
47.3	320.45	483
45.3	318.45	487
43.1	316.25	492
42.1	315.25	494
40.5	313.65	498

I=600 μA		
t, ° C	T, K	U, mV
84.5	357.65	562
80.7	353.85	570
79.3	352.45	573
75.3	348.45	580
72.7	345.85	585
68.1	341.25	593
64.5	337.65	600
61.6	334.75	606
58.6	331.75	611
56.6	329.75	615
54.8	327.95	619
51.5	324.65	625
49.4	322.55	629
45.3	318.45	637
43.4	316.55	640
41.8	314.95	644
40	313.15	647
39.3	312.45	648

Минимум 10 измервания при дадена стойност на тока **[2 т.]**

Абсолютни грешки на единичните измервания **[0.5 т.]**: $\Delta t = \pm 0.1\ ^{\circ}C$; $\Delta U = \pm 1\ mV$.

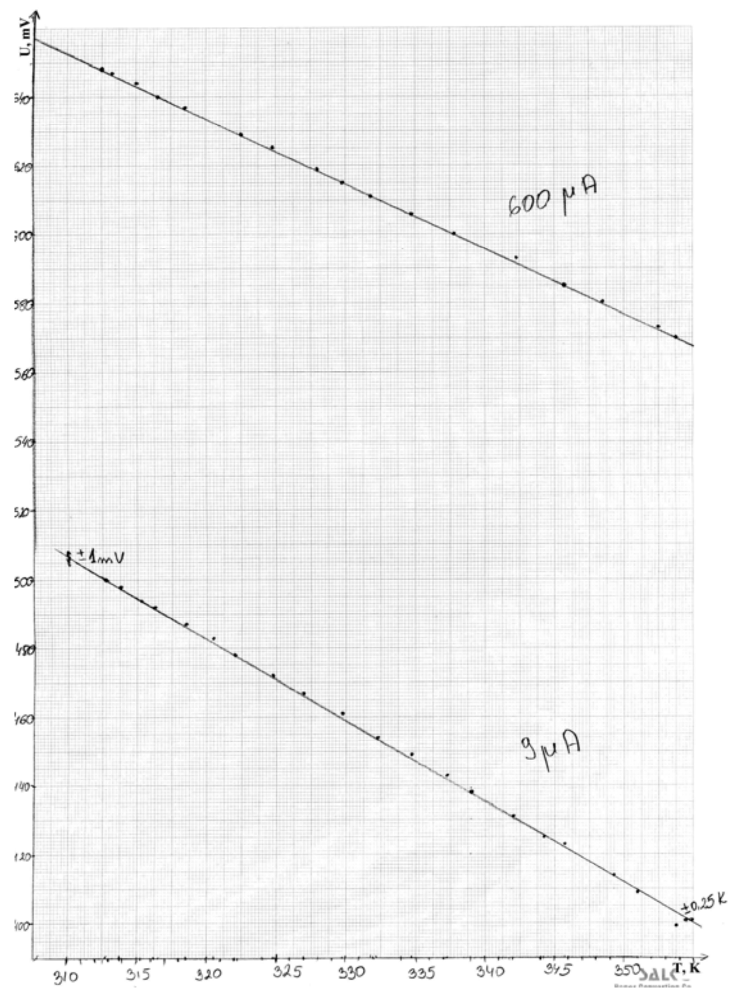
Най-подходящ обхват на мултицета **[0.5 т.]**: измерване на постоянно напрежение с обхват 2V.

За коректно отчитане на температурата трябва:

1) Сондата на термометъра и транзисторът да са максимално близо един до друг при отчитане на температурата и напрежението; **[0.5 т.]**
2) Водата да се разбърква постоянно, за да се осигури еднаква температура в целия обем. **[0.5 т.]**

1.3. **Представете графично получените експериментални данни за $U(T)$. [2 т.]**

Подходящ избор на диапазон по двете оси. **[0.5 т.]**



2. Определяне на ширината на забранената зона на силициев полупроводник.

2.1. **Получете израз за температурната зависимост на пада на напрежение върху прехода на транзистора. В настоящата задача можете да пренебрегнете 1-цата в ур. 1. Задължително се обосновете защо. [3 т.]**

От експерименталните данни може да се направи оценка на големината на члена $e^{\frac{eU}{\eta kT}}$ спрямо 1. В най-лошия случай U=0.4 V; η=2; T=350 K, което води до стойност около 1000. Грешката при пренебрегване на 1-цата е около 0.1%, което е допустимо. **[1.5 т.]**

Замествайки уравнения (2) и (3) в ур. (1) и изразявайки напрежението като функция на температурата се получава **[1.5 т.]**:

$$U = \left(\eta \frac{k}{e} \ln \frac{I}{A} + \frac{\alpha}{e}\right) T + \frac{E_{g0}}{e}$$

2.2. Преценете с каква функционална зависимост могат да се опишат получените от вас експериментални данни за $U(T)$. Определете параметрите на тази зависимост. Оценете грешките в получените от вас параметри на тази зависимост. [4 т.]

Получената функционална зависимост за $U(T)$ е линейна, т.е. $U = AT + B$. Нейните параметри са наклон A и отрез B. Тяхното определяне става от графиките, получени в т. 1.3.

Наклонът на графиката се определя като $A = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, където $y_2 - y_1$ и $x_2 - x_1$ са изменението на напрежението и температурата за дадена графика съответно. Отрезът B се определя при $T=0\ K$ от $B=U$ или при произволна друга стойност на температурата от $B = U - AT$.

За $I=9\ \mu A$ A_1=-2.378 mV/K с относителна грешка:

$$\frac{\Delta A_1}{A_1} = \frac{\Delta y_1}{y_1} + \frac{\Delta x_1}{x_1} = \frac{1}{107} + \frac{0.25}{45} = 0.015\,;\ \frac{\Delta A_1}{A_1} = 1.5\%$$

Абсолютна грешка: $\Delta A_1 = \pm 0.03\ mV/K$ **[0.5 т.]**

$\boxed{A_1 = (-2.38 \pm 0.03)\ mV/K}$ **[0.5 т.]**

Свободният член се пресмята в дадена точка от графиката:

$B_1 = U - A_1 T = 1244\ mV = 1.244\ V$

Абсолютна грешка: $\Delta B_1 = \Delta U + \Delta A_1 * T + \Delta T * A_1 = 0.012\ V$

Относителна грешка: $\dfrac{\Delta B_1}{B_1} \approx 1\%$ **[0.5 т.]**

$B_1 = 1.24 \pm 0.01\ V$ **[0.5 т.]**

За ток $I=600\ \mu A$: A_2=-1.889 mV/K с относителна грешка:

$$\frac{\Delta A_2}{A_2} = \frac{\Delta y_2}{y_2} + \frac{\Delta x_2}{x_2} = \frac{1}{85} + \frac{0.25}{45} = 0.017\,;\ \frac{\Delta A_2}{A_2} = 1.7\%$$

Абсолютна грешка: $\Delta A_2 = \pm 0.03\ mV/K$ **[0.5 т.]**

$\boxed{A_2 = (-1.89 \pm 0.03)\ mV/K}$ **[0.5 т.]**

Свободният член се пресмята в дадена точка от графиката:

$B_2 = U - A_2 T = 1238\ mV = 1.238\ V$

Абсолютна грешка: $\Delta B_2 = \Delta U + \Delta A_2 * T + \Delta T * A_2 = 0.012\ V$

Относителна грешка: $\dfrac{\Delta B_2}{B_2} \approx 1\%$ **[0.5 т.]**

$B_2 = 1.24 \pm 0.01\ V$ **[0.5 т.]**

2.3. От определените параметри на зависимостта, получена в т. 2.2. при ток 9 μA, определете ширината на забранената зона при 0К. Оценете абсолютната и относителна грешки във вашия резултат. [2 т.]

Свободният член в зависимостта $U(T)$ съдържа ширината на забранената зона, която може да се изрази като: $E_{g0} = B * e$. Т.к B се измерва в mV, то произведението $B*e$ е в meV. Ширината на забранената зона се получава директно от свободния член: $E_{g0} = 1.24\ eV$ **[1 т.]**

Абсолютна грешка $\Delta E_{g0} = 0.01\,eV$ **[0.5 т.]**; относителна грешка $\Delta E_{g0} / E_{g0} \approx 1\%$ **[0.5 т.].**

3. Използвайки резултатите, получени в предните две точки, определете фактора на идеалност на PN прехода. Оценете абсолютната и относителна грешки на резултата. [3 т.]

За определяне на фактора на идеалност се използват наклоните на получените две експериментални зависимости:

$A_i = \eta \frac{k}{e} \ln \frac{I_i}{A} + \frac{\alpha}{e}$, където с i е означена различната стойност на тока.

Ако се направи разликата между двете стойности се получава:

$$A_1 - A_2 = \eta \frac{k}{e} \ln \frac{I_1}{A} + \frac{\alpha}{e} - \left(\eta \frac{k}{e} \ln \frac{I_2}{A} + \frac{\alpha}{e} \right) = \eta \frac{k}{e} \left(\ln I_1 - \ln I_2 \right),$$

откъдето:

$$\eta = \frac{A_1 - A_2}{\frac{k}{e} \left(\ln I_1 - \ln I_2 \right)} = \frac{-0.49 \times 10^{-3}}{8.617 \times 10^{-5} \times (-4.2)} = 1.35$$ **[2 т.]**

Приемайки, че стойностите на токовете и константата k се знаят с голяма точност и биха внесли пренебрежима грешка в резултата.

За абсолютната грешка се получава:

$$\Delta \eta = \frac{1}{\frac{k}{e} (\ln I_1 - \ln I_2)} (\Delta A_1 + \Delta A_2) = 0.16.$$ [**0.5 т.]**

Относителна грешка: $\frac{\Delta \eta}{\eta} \approx 12\,\%$. [**0.5 т.]**

При липса на размерности на величините, включително в таблици, графики и др. се отнемат по ~ 0.25 т.