



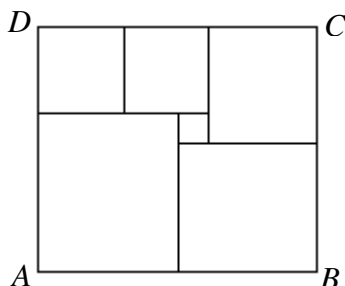
РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО,
МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 8 април 2012 г.

ТЕМА ЗА 4 КЛАС

Задача 1. *Дуорите* са същества, които имат два рога, а *хепторите* имат 7 рога. В едно стадо имало и от двата вида същества, а общият брой на рогата им бил 16. Колко дуори и хептори е имало в това стадо?

Задача 2. Даден правоъгълник $ABCD$ е съставен от шест квадрата, както е показано на чертежа. Намерете обиколката на правоъгълника, ако дължината на страната му AB е 546 см.



Задача 3. Във всяко квадратче на таблица 3×3 е записано числото 1. Казваме, че 3 квадратчета от таблицата образуват *тройка*, ако никои 2 от тях не са в един и същи ред или стълб. Извършва се следната операция: избира се *тройка* и към числата в квадратчетата от *тройката* се прибавя едно и също число.

1	1	1
1	1	1
1	1	1

- Колко са различните *тройки*?
- Проверете, че каквато и *тройка* да вземем, можем да намерим друга *тройка* така, че двете *тройки* да имат общо квадратче.
- Възможно ли е след многократно прилагане на операцията числата във всички квадратчета на таблицата да се окажат различни?

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа 4 часа.

Пожелаваме Ви успех!

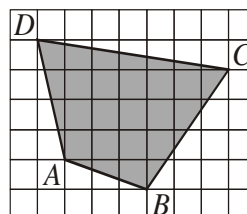


РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО,
МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 8 април 2012 г.

ТЕМА ЗА 5 КЛАС

Задача 1. Правоъгълникът на чертежа е съставен от еднакви квадратчета с дължина на страната цяло число сантиметри и има лице 252 кв.см. Да се намери лицето на четириъгълника $ABCD$.



Задача 2. Госпожата по математика даде следната домашна работа:

“Всеки да измисли задача с дроби, в която да участва числото 2012.”

Христо измисли следната задача: “Да се намери сумата на всички правилни, несъкратими, обикновени дроби със знаменател 2012.” Задачата на брат му Петър беше: “Намерете сумата $0,0001 + 0,0002 + \dots + 0,2012$.”

Решете съставените от братята задачи и намерете коя от търсените суми е по-голяма и с колко.

Задача 3. В ребуса $КУЧЕ + ЗА + ЛОВ = 2012 + n$ на различните букви в лявата страна съответстват различни цифри от 1 до 9 (без 0), а n е произволно естествено число.

а) Да се намери най-малкото естествено число n , за което ребусът има решение.

б) Ако $n = 2011$, намерете най-голямата възможна стойност на $КУЧЕ$, за която ребусът има решение.

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа 4 часа.

Пожелаваме Ви успех!



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО,
МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 8 април 2012 г.

ТЕМА ЗА VI КЛАС

Задача 1. Пирамида има височина h м и основа – правоъгълен триъгълник с катети a м и b м. Пресметнете обема на пирамидата, ако:

$$a = 7\frac{7}{24} + \frac{15}{7 \cdot (-2)^2} - 0,1 : 0,024 + \frac{5}{56}(-3)^3, \quad b = \frac{35^5 (-15)^2 (-6)^7}{(-14)^5 15^8} \quad \text{и} \quad h = \frac{-3,206 - 1,344}{1,821 - 5,071}.$$

Задача 2. Георги трябвало да умножи 11^3 с трицифреното число T , чиято цифра на единиците е два пъти по-голяма от цифрата на десетиците, а цифрата на стотиците му е с 5 по-голяма от цифрата на десетиците. Но той сгрешил при умножението и разменил мястото на единиците и десетиците на T . Така получил резултат, с 11979 по-голям от верния. Намерете T .

Задача 3. В магазин има дини по 5 кг, пъпеши по 2 кг и сливи по 50 г. Плодовете общо са 200 и тежат 100 кг. По колко плода от всеки вид може да има?

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа 4 часа.

Пожелаваме Ви успех!



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО,
МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 8 април 2012 г.

ТЕМА ЗА 7 КЛАС

Задача 1. Да се намерят всички цели решения на уравнението $2xy + x - 2y = 2012$.

Задача 2. В четириъгълника $ABCD$ страните BC и AD са равни, а точките M и N са техните среди. Да се докаже, че симетралите на AC , BD и MN се пресичат в една точка.

Задача 3. В квадрат 3×3 , съставен от 9 малки квадратчета, във всяко квадратче е записано всяко едно от числата от 1 до 9. За всеки от четирите подквadrата 2×2 е пресметнат сборът от записаните числа. Най-малкият от четирите сбора наричаме характеристика на квадрата. Да се намери най-голямата възможна характеристика на квадрата.

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа 4 часа.

Пожелаваме Ви успех!



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО,
МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 8 април 2012 г.

ТЕМА ЗА 8 КЛАС

Задача 1. Сред учениците от 8 клас на едно училище провели анкета – кой обича да гледа футбол и кой – баскетбол. Оказало се, че 90% от любителите на футбола обичат и баскетбол, а 72% от любителите на баскетбола обичат и футбол. От запитаните 10% не обичат нито футбол, нито баскетбол. Колко процента от анкетираните обичат само един спорт? Какъв е възможно най-малкият брой анкетирани?

Задача 2. Върху страните AB , BC и AC на равностранныя триъгълник ABC са взети съответно точки M , N и P такива, че $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{NC} = \frac{CP}{PA} = \frac{1}{2}$. Върху отсечката PM е взета точка Q такава, че $\frac{PQ}{QM} = \frac{1}{2}$. Да се намерят ъглите на триъгълник AQN .

Задача 3. Нека $ABCD$ е квадрат с дължина на страната 10. Да се намери максималният брой точки, които могат да бъдат разположени във вътрешността на квадрата, така че всеки квадрат с дължина на страната 1 и страни, успоредни на страните на $ABCD$, да съдържа (включително по контура си) най-много 4 точки.

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа 4 часа.

Пожелаваме Ви успех!

Министерство на образованието,
младежта и науката

61. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, първи ден, 8 април 2012 г.

Тема за 9. клас

Задача 1. Да се намерят стойностите на реалния параметър a , за които уравнението

$$\sqrt{x-a} + \sqrt{x+a} = x$$

има целочислено решение.

Задача 2. Даден е $\triangle ABC$. Външнописаната окръжност към страната BC има център J и се допира до правите AB и AC съответно в точки E и F . Ако VJ и CJ пресичат EF съответно в точки P и Q , и $BC = 2PQ$, да се намери $\sphericalangle BAC$.

Задача 3. Нека a е естествено число, а p е просто число. Да се докаже, че съществуват безбройно много естествени числа n , за които числото $a^{p^n} + p^n$ има поне два различни прости делителя.

Време за работа: 4 часа и 30 минути.

Министерство на образованието,
младежта и науката

61. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, първи ден, 8 април 2012 г.

Тема за 10. клас

Задача 1. Да се намерят стойностите на реалния параметър a , за които уравнението

$$\sqrt[3]{1+3^x} + \sqrt[3]{1-3^x} = a$$

има решение.

Задача 2. Даден е $\triangle ABC$. Външнописаната окръжност към страната BC има център J и се допира до правите AB и AC съответно в точки E и F . Ако VJ и CJ пресичат EF съответно в точки P и Q , и $BC = 2PQ$, да се намери $\sphericalangle BAC$.

Задача 3. Нека a е естествено число, а p е просто число. Да се докаже, че съществуват безбройно много естествени числа n , за които числото $a^{p^n} + p^n$ има поне два различни прости делителя.

Време за работа: 4 часа и 30 минути.

Министерство на образованието,
младежта и науката

61. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, първи ден, 8 април 2012 г.

Тема за 11. клас

Задача 1. Да се намерят всички цели стойности на параметъра a , за които уравнението

$$\sin x + a \sin 2x + \sin 5x = 2a$$

има решение.

Задача 2. В остроъгълен $\triangle ABC$ с ортоцентър H и среда M на страната AB , ъглополовящата на $\sphericalangle ACB$ пресича HM в точка T . Да се докаже, че:

- а) $\frac{HT}{TM} = \frac{2 \cos \gamma}{1 - \cos \gamma}$, където $\gamma = \sphericalangle ACB$.
б) H лежи на отсечката с краища петите на перпендикулярите от T към AC и BC .

Задача 3. Разглеждаме ъгли, съставени от едно ъглово квадратче, 2012 хоризонтални съседни и 2012 вертикални съседни квадратчета.

Колко най-много ъгли могат да се разположат върху безкрайна клетъчна дъска така, че всеки два ъгъла да имат поне едно общо квадратче?

Време за работа: 4 часа и 30 минути.

**Министерство на образованието,
младежта и науката**

61. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, първи ден, 8 април 2012 г.

Тема за 12. клас

Задача 1. Да се намерят всички цели стойности на параметъра a , за които уравнението

$$\sin x + a \sin 2x + \sin 5x = 2a$$

има решение.

Задача 2. В остроъгълен $\triangle ABC$ с ортоцентър H и среда M на страната AB , ъглополовящата на $\sphericalangle ACB$ пресича HM в точка T . Да се докаже, че:

- а) $\frac{HT}{TM} = \frac{2 \cos \gamma}{1 - \cos \gamma}$, където $\gamma = \sphericalangle ACB$.
б) H лежи на отсечката с краища петите на перпендикулярите от T към AC и BC .

Задача 3. Естествените числа са оцветени в два цвята.

а) Да се докаже, че съществуват безбройно много двойки от различни едноцветни числа x и y , за които $x + y$ е точен квадрат.

б) Вярно ли е, че винаги съществуват две различни едноцветни числа x и y , чиито сбор е степен на двойката?

Време за работа: 4 часа и 30 минути.