МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

Национално есенно състезание по физика

Сливен, 16 ноември 2013 г.

Тема за 7. клас

Задача 1. ***Поглед към Космоса***

Част 1. Илюстрациите на фиг. 1 от листа за отговори (стр. 3) пресъздават снимки на нощното небе, направени през определен интервал от време. И на двете снимки фотоапаратът е бил насочен в една и съща посока.

А) Защо двете снимки изглеждат по различен начин? **[1 т]**

Б) Отбележете Полярната звезда със стрелки върху двете илюстрации от листа за отговори. Обяснете защо сте избрали именно тази звезда. Ако е нужно, можете да чертаете върху илюстрациите. **[2 т]**

Предайте стр. 3 заедно с останалите листа от вашите решения.

В) Колко време е минало между снимките? **[2 т]**

Част 2. Във фантастичен филм, излъчван наскоро по кината, е описан следният проект за космическо оръжие. Към космически кораб, обикалящ около Земята, е закачена мощна бомба. Когато корабът минава над целта си, бомбата се откача и пада върху целта.

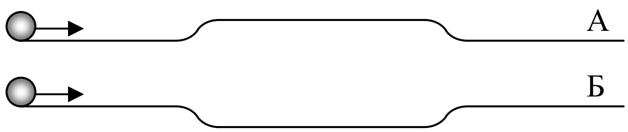
- Обяснете защо този проект е нереалистичен. **[2 т]**

Част 3. По време на мисията на космическия кораб Аполо-11 астронавтите са монтирали на Луната огледало, насочено към Земята, както е показано на снимката вдясно. Оттогава до днес то се използва за точно определяне на разстоянието между Земята и Луната. За целта от лазер, разположен на Земята, към огледалото се излъчва кратък светлинен сигнал Установено е, че сигналът се връща обратно на Земята за време $t = 2{,}52$ s, след като бъде излъчен.

- Ако е известно, че скоростта на светлината е $c = 300\,000\ \text{km/s}$, пресметнете разстоянието L от Земята до Луната. **[3 т]**

Задача 2. ***Движение***

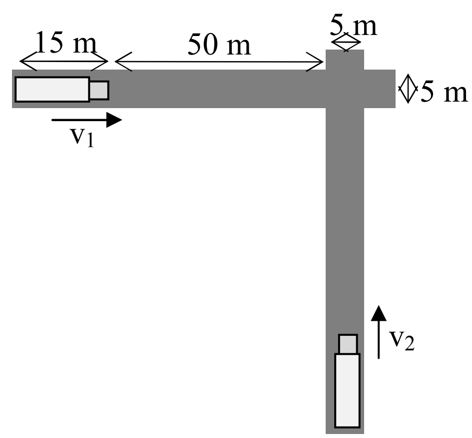
Част 1. На голф-игрище има две пътечки – А и Б с еднакви дължини. На първата пътечка има издатина, а на втората – вдлъбнатина със същата форма и дължина като издатината на първата пътечка (вж. фиг. 3). В началото на двете пътечки са пуснати да се търкалят едновременно две топчета с еднакви скорости.



- Кое от двете топчета ще достигне първо края на своята пътечка? Обосновете отговора си.

[3 т]

Част 2. Два камиона с еднакви дължини 15 m се намират на еднакви разстояния 50 m от кръстовище с широчина 5 m. Първият камион се движи към кръстовището със скорост v_1 = 10 m/s.



- С каква скорост v_2 трябва да се движи вторият камион така, че камионите да преминат кръстовището без да се сблъскат и без да се налага да спират? **[7 т]**

Задача 3. ***Сили***

Част 1. Площта на буталото на помпа е S_1 = 15 cm^2, а на отвора на маркуча – S_2 = 0.3 cm^2. Ваш съученик натиска буталото със сила F_1 = 200 N. С каква сила F_2 трябва да притиснете с пръст отвора на маркуча, така че въздухът да не излиза от помпата? **[4 т]**

Част 2. Върху блюдото на елктронна везна е поставена чаша с вода. Везната отчита маса $m_0 = 60\ \text{g}$.

а) Върху блюдото, без да се маха чашата, е поставено пластмасово кубче със страна 2 cm и плътност $\rho = 0{,}6\ \text{g/cm}^3$. Колко ще показва везната в този случай? **[2,5 т]**

б) Пластмасовото кубче е пуснато в чашата. Плътността на водата е $\rho_0 = 1\ \text{g/cm}^3$, а $g = 10\ \text{N/kg}$. Колко е изтласкващата сила, с която водата действа на кубчето? **[2,5 т]**

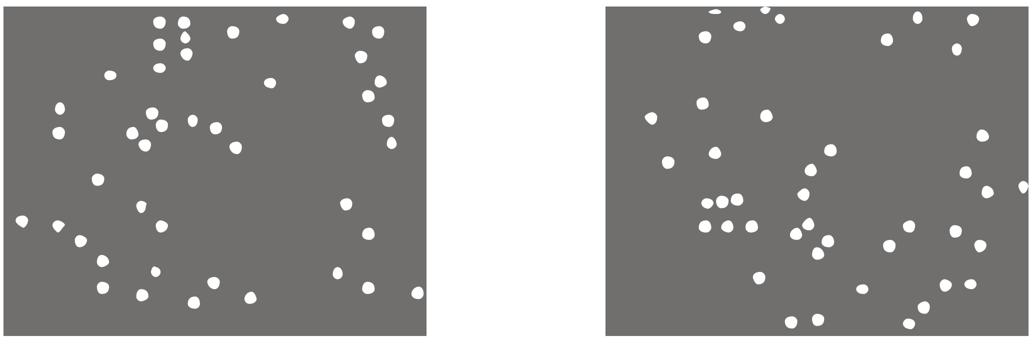
в) Колко ще показва везната, когато кубчето се намира в чашата с вода? **[1 т]**

ЛИСТ ЗА ОТГОВОРИ

към част 1 на задача 1

Предайте този лист заедно с останалите листа от решението

Посочете Полярната звезда на двете снимки.



Фиг. 1 ***а*** ***б***

Обяснете защо избрахте точно тези звезди.

НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА

16 – 17 ноември 2013 г., Сливен

Тема 8. клас

Задача 1. Разстоянието между две съседни гари е $s = 3\,\mathrm{km}$, което влак изминава със средна скорост $\overline{\mathrm{v}} = 54\,\mathrm{km/h}$. Той се движи по следния времеви график: време $t_1 = 30\,\mathrm{s}$ равноускорително, след това равномерно време t_2 до преминаването през втората гара без да спира.

а) Намерете максималната скорост $\mathrm{v_m}$ на влака.

б) Намерете пътя s_1, изминат от влака при равноускорителното движение и пътя s_2 – при равномерното.

в) Определете ускорението a на равноускорителното движение на влака.

Задача 2. Върху нагревателен елемент се вижда написана мощността му $P_0 = 25\,\mathrm{W}$, но не и напрежението U_0, при което тя се достига. За да не се повреди нагревателния елемент, т.е. да не „изгори“, когато се включва към източник с напрежение $U = 16\,\mathrm{V}$, той се свързва последователно със съпротивление $R_1 = 4\,\Omega$ и тогава се включват към източника. Работната мощност на нагревателния елемент се оказва $P = 16\,\mathrm{W}$.

а) Определете тока във веригата.

б) Намерете напрежението U_0.

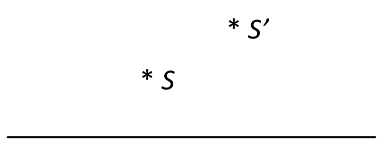
в) С какво съпротивление R_2 трябва да се замени съпротивлението R_1, за да работи нагревателният елемент с написаната върху него мощност.

Задача 3. Част А: На фиг. 1 са показани главната оптична ос на събирателна леща, светещата точка S и нейният образ S'.

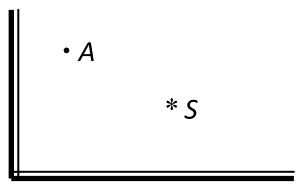
а) Определете чрез построение положението на лещата и нейните фокуси. Обяснете хода на използваните лъчи.

б) Какъв по вид е образът S' ?

Част Б: Начертайте лъча, който излиза от светещата точка S и след последователно отражение от двете взаимноперпендикулярни плоски огледала минава през т. A на фиг. 2.



Фиг. 1



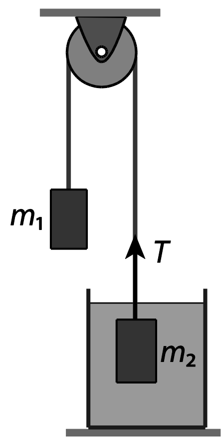
Фиг. 2

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

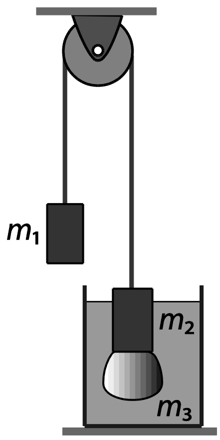
Национално есенно състезание по физика
гр. Сливен, 16-17 ноември 2013 г.

ТЕМА за 9. клас

Задача 1. Уравновесяване на сили. През неподвижна макара е прехвърлена нишка, към двата края на която са закачени плътни метални цилиндри с маса $m_1 = 2$ kg и m_2. Системата е в равновесие, когато вторият цилиндър е изцяло потопен във вода (*фиг.* 1).



Фиг. 1.



Фиг. 2.

А) Определете силата T, с която нишката действа на втория цилиндър. (0,5 *точки*)

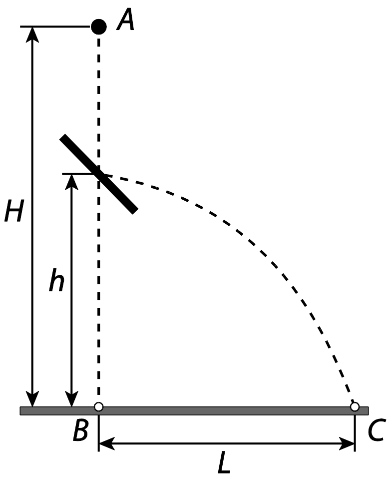
Б) Какви други сили действат на втория цилиндър? Направете чертеж. (1 *точка*)

В) Запишете условието вторият цилиндър да е в механично равновесие и определете неговата маса m_2. (3,5 *точки*)

Г) Към дъното на втория цилиндър прилепва парче лед. Сега системата е в равновесие, когато 1/9 от височината на цилиндъра се намира над водата (*фиг.*2). Определете масата m_3 на парчето лед. (5 *точки*)

Данни: земно ускорение $g = 10$ m/s^2; плътност на водата $\rho_в = 1000$ kg/m^3; плътност на леда $\rho_л = 900$ kg/m^3; плътност на метала, от който е направен вторият цилиндър, $\rho_м = 3000$ kg/m^3.

Задача 2. Падащо топче. Малко топче е пуснато да пада свободно без начална скорост от точка A, разположена на височина $AB = H = 5$ m над земната повърхност (*фиг.* 3). Топчето отскача от масивна неподвижна плоча, поставена на височина h и ориентирана така, че непосредствено след удара то започва да се движи хоризонтално. При удара топчето губи $\dfrac{7}{16}$ от кинетичната си енергия. След това топчето пада на повърхността на земята в точка C, разположена на разстояние L от вертикалната линия AB. Съпротивлението на въздуха се пренебрегва. Приемете земното ускорение за $g = 10$ m/s^2.



Фиг. 3.

Част 1.

Приемете, че плочата е поставена на височина $h = 3{,}2$ m и определете:

А) скоростта v_0 на топчето непосредствено преди удара в плочата; (2,5 *точки*)

Б) скоростта v_1 на топчето непосредствено след удара в плочата; (1,5 *точки*)

В) разстоянието L. (3 *точки*)

Част 2.

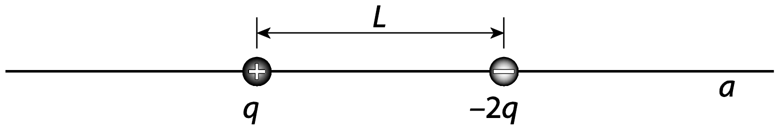
Г) На каква височина h трябва да се постави плочата, така че разстоянието L да е максимално, ако $AB = H = 5$ m? (2 *точки*)

Д) Колко е максималната стойност на L? (1 *точка*)

<u>*Помощ*</u>:

1. След удара в плочата топчето се движи по криволинейна траектория. Това по-сложно движение може да се представи като сума от две праволинейни движения, които топчето извършва едновременно: 1. движение успоредно на земната повърхност с постоянна скорост v_1. 2. свободно падане вертикално надолу (без начална скорост).
2. Полезно неравенство (неравенството на Коши): $a+b \geq 2\sqrt{ab}$, където a и $b > 0$. Равенството е при $a = b$.

<u>**Задача 3. Електростатика.**</u> Положителен точков заряд q = 1 μC и отрицателен точков заряд –2q са закрепени неподвижно върху правата a на разстояние L = 1 m един от друг (*фиг.* 4). Намерете всички точки от правата a, в които:



Фиг. 4.

А) интензитетът E на електричното поле на системата от два заряда е нула. Определете на какво разстояние x се намира всяка от тях от заряда q. Направете чертеж. Посочете аргументи, че не съществуват и други точки, в които интензитетът е нула. (4 *точки*)

Б) потенциалът φ на електричното поле на системата от два заряда е нула. Определете на какво разстояние x се намира всяка от тях от заряда q. Посочете аргументи, че не съществуват и други точки, в които потенциалът е нула. Направете чертеж. (3 *точки*)

В) В коя от точките на правата a, определени в подусловия А) и Б), трябва да се постави положителен пробен заряд q_0, за да има той най-малка електрична потенциална енергия W_{min}? Пресметнете числената стойност на енергията W_{min}, ако, q_0 = 1 nC. (3 *точки*)

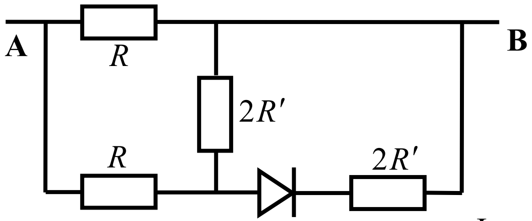
<u>*Полезна формула*</u>: потенциал на електростатичното поле на точков заряд $\varphi = \dfrac{kq}{r}$; ($k = 9.10^9$ N·m^2/C^2).

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

Национално есенно състезание по физика, Сливен, 16 ноември 2013 г.

Тема за 10. клас

Задача 1. Електрическа верига.



Фиг. 1

Дадена е електрическа верига с четири резистора и един (идеален) диод, както е показано на фиг. 1.

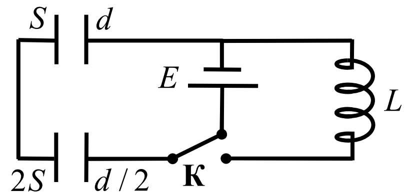
а) Начертайте еквивалентната схема на свързване на съпротивленията и диода. **[2 т.]**

б) Намерете електричния ток, който протича през веригата, ако към **A** е свързана положителната клема на източник на постоянно електродвижещо напрежение с големина U, а към **B** – отрицателната му клема. **[2 т.]**

в) Какъв ще бъде токът, който протича през схемата, ако разменим положенията на свързване на клемите? **[2 т.]**

г) Приемете, че $U = 6$ V. Нека отделената мощност във веригата при свързването в подточка б) е $P_1 = 18$ W, а мощността, която се отделя в схемата в случая на подточка в), е $P_2 = 16$ W. Определете на колко са равни съпротивленията R и R'. **[4 т.]**

Задача 2. Свързани кондензатори.



Фиг. 2

Електрическата верига на фиг. 2 е съставена от два плоски кондензатора с площ на електродите S и $2S$. Разстоянието между електродите им е съответно d и $d/2$. Първоначално незаредени, кондензаторите са свързани към идеален източник на постоянно електродвижещо напрежение E. Използвайте, че $S = 20\ \text{cm}^2$, $d = 0{,}1$ mm и $E = 15$ V. Електричната константа е $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m.

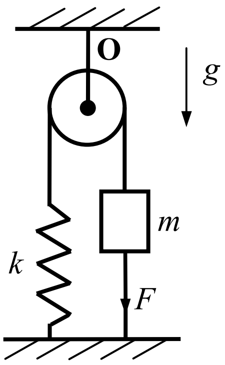
а) Намерете заряда q на горния кондензатор. **[4 т.]**

б) Какво е напрежението U между електродите на долния кондензатор? **[1 т.]**

в) Ключът **К** е преместен, при което кондензаторите се свързват към бобина с индуктивност $L = 2$ mH. На колко е равен електричният ток през бобината веднага след превключването? **[1 т.]**

г) Определете максималния електричен ток $I_{\max}$, който протича през бобината след превключването. **[4 т.]**

<u>Задача 3</u>. Трептяща система.



Фиг. 3

Теглилка с маса $m = 300$ g е свързана посредством неразтеглива безмасова нишка за пружина с неизвестен коефициент на еластичност k по начина показан на фиг. 3. Нишката е прекарана през неподвижно окачена в т. **O** макара с пренебрежима маса. Долният край на теглилката е свързан чрез друга неразтеглива безмасова нишка за пода, като силата на опъване на тази нишка е $F = 2$ N. Системата се намира в равновесие, като пружината е разтегната с $\Delta x = 10$ cm. Приемете, че земното ускорение $g \approx 10\ \mathrm{m/s^2}$.

а) На колко е равна големината на силата, приложена в т. **O**? **[2 т.]**

б) Намерете коефициента на еластичност k. **[1 т.]**

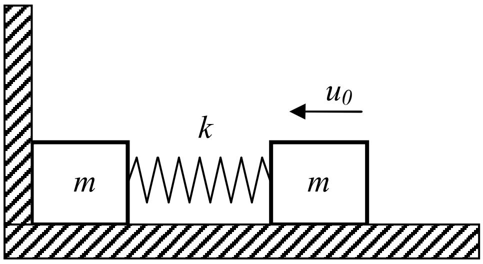
в) В един момент от време нишката, свързваща теглилката с пода, е прерязана и системата започва да трепти хармонично. Определете периода на трептене. **[1 т.]**

г) Намерете на колко е равна амплитудата на трептенето. **[3 т.]**

д) На колко е равна големината на минималната сила $F_{\min}$, приложена в т. **O**, по време на трептенето? **[3 т.]**

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално есенно състезание по физика, Сливен, 16 ноември 2013 г.
Тема за 11-12 клас

<u>Задача 1</u>. Трептяща система.



Две тела, всяко едно с маса m = 200 g, са свързани с пружина с коефициент на еластичност k = 20 N/m и пренебрежима маса. В началния момент време пружината е неразтегната, лявото тяло е неподвижно и се допира до вертикална стена, а дясното тяло се движи наляво с начална скорост u_0 = 10 cm/s (виж фигурата). Триенето между телата и хоризонталната повърхност се пренебрегва.

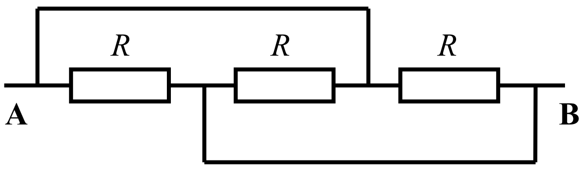
а) Нека скоростта u_0 е такава, че скоростта на дясното тяло става нула преди телата да се ударят. Изчислете максималното скъсяване d на пружината. **[2 т.]**

б) Изчислете максималната сила на натиск N, която лявото тяло оказва на вертикалната стена. **[2 т.]**

в) След като лявото тяло се отлепи от вертикалната стена, средата на пружината се движи с постоянна скорост V_0. Изчислете тази скорост. **[2 т.]**

г) Оказва се, че системата от двете тела, свързани с пружината, при движението си надясно извършва трептения. Изчислете периода T на тези трептения. **[4 т.]**

<u>Задача 2</u>. Електрическа верига.



Три резистора с еднакво електрично съпротивление R = 30 Ω са свързани с проводници с пренебрежимо електрично съпротивление по начина, показан на фигурата.

а) Изчислете електричното съпротивление R_{AB} между точките A и B на тази верига. **[3 т.]**

б) Към двата края на веригата е свързана батерия с електродвижещо напрежение E = 3,0 V и вътрешно съпротивение r_0 = 0,10 Ω. Какъв ток I_R ще протече през средния резистор? **[2 т.]**

в) Изчислете електричната мощност P, която общо се отделя в трите резистора. **[1 т.]**

г) Изчислете при каква друга стойност на съпротивлението на резисторите R, отделената мощност P_{max} в трите резистора ще е максимална. Изчислете P_{max}. **[4 т.]**

<u>Задача 3</u>. Дифракционна картина от CD (компактдиск).

Материалът (пластмасата), от който се правят компактдисковете, се нарича поликарбонат. Неговата дебелина е h = 1,10 mm, а показателят му на пречупване е n = 1,59. Разстоянието между средите на две съседни пътечки (които отразяват светлината различно от мястото между тях) е d = 1,60 μm. Компактдискът се осветява с перпендикулярен на повърхността му тънък лазерен лъч с дължина на вълната λ = 532 nm. Направете необходимите пресмятания и оценки, за да си представите максимално точно количествено дифракционната картина, която ще се наблюдава.

а) Изчислете ъглите спрямо нормалата, при които ще се наблюдават дифракционни максимуми в поликарбоната и във въздуха. Подредете резултатите в подходяща таблица. **[4 т.]**

б) Начертайте схема, на която да се вижда падащия лъч и лъчите, даващи дифракционни максимуми (в поликарбоната и във въздуха). **[3 т.]**

в) Около мястото на падане на лазерния лъч върху повърхността на пластмасата се наблюдават допълнителни светещи петна, разположени в радиална посока, на еднакви разстояния едно от друго и с намаляваща интензивност при отдалечаване от мястото на падащия лъч. Обяснете техния произход и изчислете разстоянието l между центровете на две съседни петна. **[3 т.]**

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

Национално есенно състезание по физика

Сливен, 16-17 ноември 2013 г.

Специална тема

<u>Задача 1:</u> ***<u>Съотношение за неопределеност в астрофизиката</u>***

Използвайте съотношението за неопределеност, за да дадете оценъчно решение на следните задачи:

<u>1.1 Съотношение за неопределеност и размерност на Вселената</u>

а) Засега физиците не могат да дадат ясна причина, поради която пространството има три измерения. Ако разглеждаме вселена с n пространствени измерения, се оказва, че електростатичната потенциална енергия между два точкови заряда се задава като:

$$U\left(r\right)=k\frac{q_1q_2}{r^{n-2}},$$

където q_1 и q_2 са големините на зарядите, r е разстоянието между тях, а k е електричната константа.

Покажете, че когато n > 3, водородният атом е нестабилен **[4т]**

<u>1.2 Съотношение за неопределеност, бели джуджета и неутронни звезди</u>

Белите джуджета и неутронните звезди са екзотични астрономически обекти. Те се образуват в крайния етап от живота на една звезда, когато звездата е изчерпала цялото „гориво”, което поддържа термоядрените реакции. Тогава звездата се свива под действие на собствената си гравитация. Свиването продължава докато електроните, които изграждат материята, се сближат прекалено близо един до друг и принципът на Паули ги задължи да имат различни нива на енергия. Тогава, за да се добави още един електрон в даден обем, е нужно повишаване на нивото на енергията на електроните. Това поражда налягане на електронния газ, което спира свиването на белите джуджета. За по-масивните звезди налягането на електронния газ не може да противодейства на гравитацията и свиването се прекратява от налягането на неутронния газ (аналогичен на електронния газ).

б) Оценете налягането в бяло джудже и неутронна звезда като използвате съотношението за неопределеност. Считайте, че електронният газ (респективно неутронният газ) е нерелативистки. **[3т]**

в) Оценете налягането в бяло джудже и неутронна звезда като използвате съотношението за неопределеност. Считайте, че електронният газ (респективно неутронният газ) е ултрарелативистки. **[3т]**

<u>Упътване:</u> Приемете, че при белите джуджета плътността на материята е толкова голяма, че атомите практически за залепени един до друг и са на разстояния от порядъка на размера на атома ($R\,\hbar\,10^{-10}m$). За неутронните звезди приемете, че плътността на материята е толкова голяма, че ядрата на атомите практически се допират и разстоянията между тях са от порядъка на $R\,\hbar\,10^{-15}m$. Да се пренебрегне налягането, дължащо се на взаимодействието между частиците. Считайте, че кинетичната енергия на електроните (респективно неутроните) е изцяло свързана със съотношението за неопределеност.

<u>Фундаментални физични величини:</u>

- скоростта на светлината във вакуум, $c=3,00.10^8 m/s$;

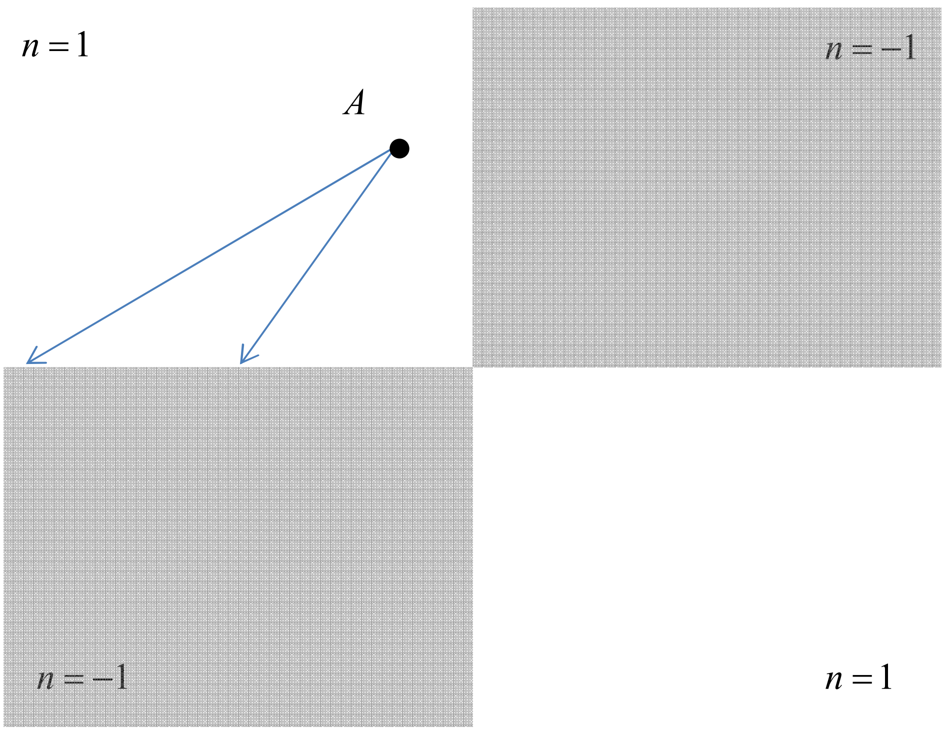
- редуцирана константа на Планк, $\hbar = \dfrac{h}{2\pi} = 1,05.10^{-34}$ J.s;
- масата на електрона $m_e = 9,11.10^{-31} kg$;
- маса на неутрона $m_n = 1,67.10^{-27} kg$.

Задача 2: *Метаматериали*

В последното десетилетие е модерно да се създават метаматериали – изкуствени материали, проектирани да имат свойства, които не са достъпни в природата. Типичен пример е материал с отрицателен показател на пречупване (например $n = -1$).

2.1 Метаматериали в класическата оптика

а) Начертайте ходовете на двата лъча от Фигура 1 и отбележете образите на източника А. **[2т]**



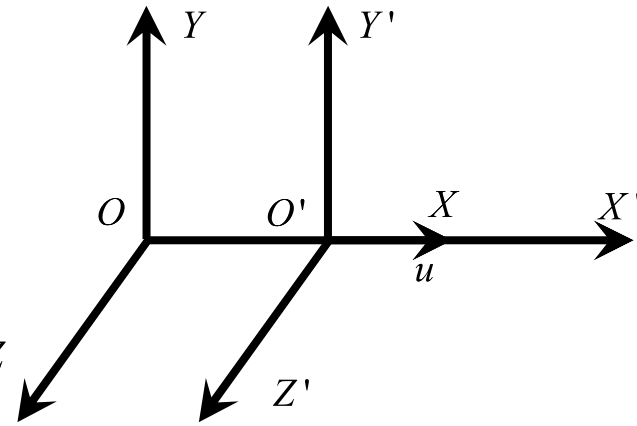
Фигура 1

2.2 Метаматериали в релативисткната оптика

Нека сега разгледаме отправна система K', която се движи с постоянна скорост u спрямо неподвижна система K . Нека скоростта u да е насочена по оста x и в момента $t = t' = 0$ началото O' (начало на K') да съвпада с началото O (начало на K). Нека в точка от отправната система K с координати x, y, z в момента от време t става някакво събитие. Координатите x', y', z' и времето t' на събитието, определени от наблюдател в K', са свързани в специалната теория на относителността чрез Лоренцовите трансформации:

$$t' = \frac{t - xu/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}},$$

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad y' = y, \; z' = z.$$



Импулсът P_x, P_y, P_z и енергията E на частица в отправна система K са свързани с импулса P_x', P_y', P_z' и енергията E' за наблюдател в K' чрез Лоренцовите трансформации за импулс и енергия:

$$P_x' = \frac{P_x - Eu/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad P_y' = P_y, \; P_z' = P_z,$$

$$E' = \frac{E - P_x u}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$

Приемете, че импулсът на фотон в среда с показател на пречупване n е $p = n\,\hbar\omega/c$.

б) Използвайки Лоренцовите трансформации за импулс и енергия и разглеждайки фотона като частица с енергия $E = \hbar\omega$, насочен под ъгъл ϑ спрямо оста x, изведете релативисткия ефект на Доплер (връзката между честота ω за наблюдател в K и честотата ω' за наблюдател в K'). **[2т]**

в) Нека средата има показател на пречупване $n = -1$ и нека имаме източник на светлина в отправна система K', който излъчва фотони с честота ω', отдалечавайки се успоредно на наблюдател в K. Намерете каква е честотата ω в отправна система K. **[0.75т]**

г) Нека средата има показател на пречупване $n = -1$ и нека имаме източник на светлина в отправна система K', който излъчва фотони с честотата ω', приближавайки се успоредно на наблюдател в K. Намерете каква е честотата ω в отправна система K. **[0.75т]**

д) Заредена частица с енергия на покой E_0, движеща се праволинейно и равномерно със скорост $|u| > |c/n|$ през материална среда с показател на пречупване n, става източник на светлина (ефект на Вавилов-Черенков). Като използвате законите за запазване на енергията и импулса, определете ъгъла ϑ, под който става това излъчване. **[2т]**

<u>Упътване:</u> Приемете, че енергията на излъчен фотон $\hbar\omega$ е много по-малка от енергията на покой на заредената частица ($\hbar\omega / E_0 \hbar\; 1$). Какво е направлението на излъчване на фотоните, ако $n > 0$ и ако $n < 0$?

е) В нелинейна кристална среда, която има показател на пречупване n_ω за честота ω и едновременно с това има показател на пречупване $n_{2\omega}$ за честота 2ω, се раждат два фотона с честота ω при удара на фотон с честота 2ω в един от възлите на кристалната решетка. Определете посоката на фотоните с честота ω спрямо посоката на разпространение на фотона с честота 2ω, ако $n_\omega = 1$, а $n_{2\omega} = -1$. **[2.5т]**

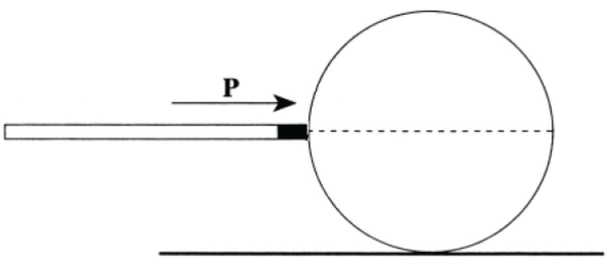
<u>Упътване:</u> Приемете, че енергията на падналия фотон $\hbar\omega$ е много по-малка от енергията на покой на кристалния възел ($\hbar\omega / E_0 \ll 1$), тоест считайте, че кристалният възел остава на място след удара.

<u>Задача 3: *Билярдна топка*</u>

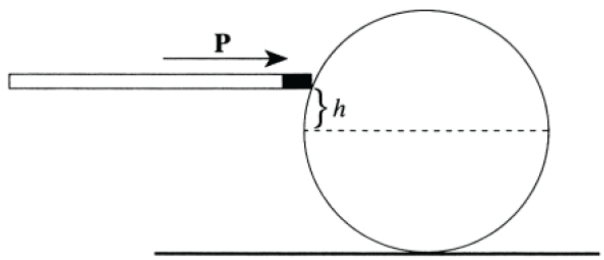
Разгледайте хомогенна билярдна топка с маса m и радиус R, която седи неподвижна на хоризонтална маса. Коефициентът на триене при хлъзгане между топката и масата е μ, а триенето при търкаляне може да се пренебрегне. За много кратко време топката се удря с билярдна щека, която предава импулс P.

а) Намерете времето T, за което топката ще започне да се търкаля без хлъзгане, ако щеката удря топката в екваториалната равнина и ударът е насочен към центъра на топката (Фигура 2а). **[3.5т]**

б) Каква е крайната скорост V на центъра на топката, когато вече се е установило търкалянето без хлъзгане? **[1т]**



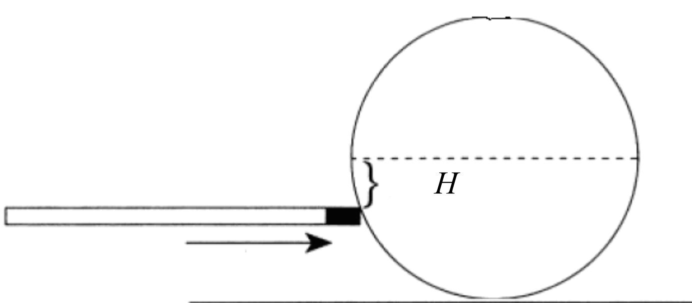
Фигура 2а



Фигура 2б

в) На каква височина h над екватора (Фигура 2б) трябва да се удари топката, за да може тя веднага да започне да се търкаля без хлъзгане? **[2т]**

г) Ако ударим топката на височина H (Фигура 3) под екватора, какво ще бъде времето T_1, за което топката ще си промени посоката на въртене, и времето T_2, за което топката ще започне да се търкаля без хлъзгане? **[3.5т]**



Фигура 3

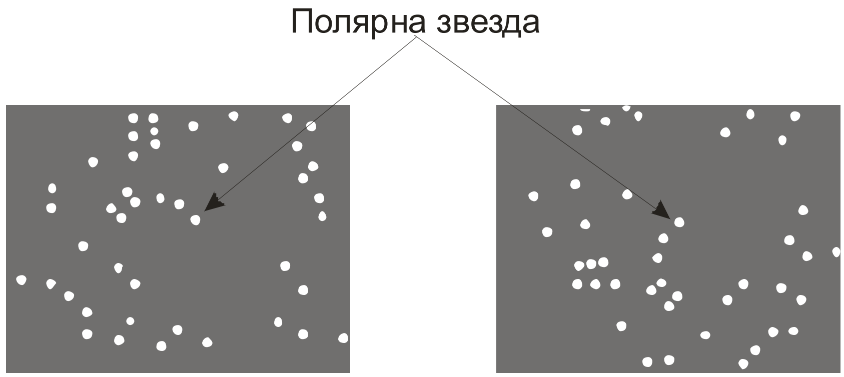
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

Национално есенно състезание по физика

Сливен, 16 ноември 2013 г.

Решения на темата за 7. клас

Задача 1. ***Поглед към Космоса***
Част 1.
А) Двете снимки изглеждат по различен начин, заради видимото движение на небесната сфера. **[1 т]**
Б) Полярната звезда е посочена на двете снимки.



За правилно посочена Полярна звезда и на двете снимки – **[1 т]**
За правилно посочена Полярна звезда само на една от снимките – **[0.5 т]**
За едно от следните обяснения (или еквивалентно на тях) – **[1 т]**

- Полярната звезда не мени видомото си положение на небето. Посочената звезда е единствената, която е на едно и също място на двете снимки.
- Полярната звезда се намира на мисленото продължение на отсечката, свързваща крайните звезди на съзвездието Голяма мечка (в този случай е нужен чертеж)
- Полярната звезда се намира в края на „опашката" на съзвездието Малка мечка.

При грешно или липсващо обяснение – **[0 т]**
В) Звездите на втората снимка са завъртяни на ъгъл 90° около Полярната звезда спрямо положенията си на първата снимка. **[1 т]**
Понеже за 24 часа небесната сфера прави пълна обиколка на 360 °, следва, че времето между двете снимки е четвърт денонощие, или 6 часа. **[1 т]**
Част 2. Пълен брой точки се дава за следното обяснение или за еквивалентно на него: **[2 т]**
- Когато бомбата бъде откачена от кораба, тя ще се движи със същата скорост като кораба и ще продължи да обикаля заедно с него около Земята.
Частичен брой точки се дават за следното обяснение или за подобно обяснение, в което се споменава, че бомбото се движи: **[1 т]**

- Когато бомбата бъде откачена, тя се движи пада на земята встрани от целта.

За липсващо или грешно обяснение **[0 т]**

Част. 3 Пътят, който изминава светлината за време t, е:

$s = ct = 300\,000\ \mathrm{km/s} \cdot 2{,}52\ \mathrm{s} = 756\,000\ \mathrm{km}$ **[1 т]**

За това време светлината изминава разстоянието мужду Земята и Луната два пъти – веднъж на отиване и веднъж на връщане. **[1 т]**

Следователно разстоянието между Земята и Луната е:

$L = \dfrac{s}{2} = 378\,000\ \mathrm{km}$ **[1 т]**

Задача 2. ***Движение***

Част 1. Топката *А* се забавя, докато се изкачва на издатината. **[1 т]**

Топката *Б* се ускорява, докато се спуска към вдлъбнатината. **[1 т]**

Топката *Б* изминава вдлъбнатината с по-голяма скорост от скоростта, с която топката *А* изминава издатината. Следователно топката *Б* достига първа края на пътечката **[1 т]**

Част 2. Едната възможност е камионът 2 да достигне кръстовището, след като камионът 1 го е приминал. Най-голяма скорост v_2, при която това е възможно, съответства на положението на камионите, изобразено на фиг. 1. В този случай камионът 1, докато премине кръстовището, изминава път:

$s_1 = 50\ \mathrm{m} + 5\ \mathrm{m} + 15\ \mathrm{m} = 70\ \mathrm{m}$ **[1 т]**

за време:

$t = \dfrac{s_1}{v_1} = \dfrac{70\ \mathrm{m}}{10\ \mathrm{m/s}} = 7\mathrm{s}$. **[0,5 т]**

За това време камионът 2 е изминал път:

$s_2 = 50\ \mathrm{m}$ **[1 т]**

до кръстовището и следователно скоростта му е:

$v_2 = \dfrac{s_2}{t} = \dfrac{50\ \mathrm{m}}{7\ \mathrm{s}} \approx 7\ \mathrm{m/s}$. **[0,5 т]**

Другата възможност е камионът 2 да е преминал кръстовището, преди камионът 1 да е стигнал до него. Най-малката скорост v_2, при която това е възможно, съответства на положението на камионите, изобразено на фиг. 2. В този случай камионът 1 изминава път:

$s_1 = 50\ \mathrm{m}$ **[1 т]**

за време

$t = \dfrac{s_1}{v_1} = \dfrac{50\ \mathrm{m}}{10\ \mathrm{m/s}} = 5\ \mathrm{s}$. **[0,5 т]**

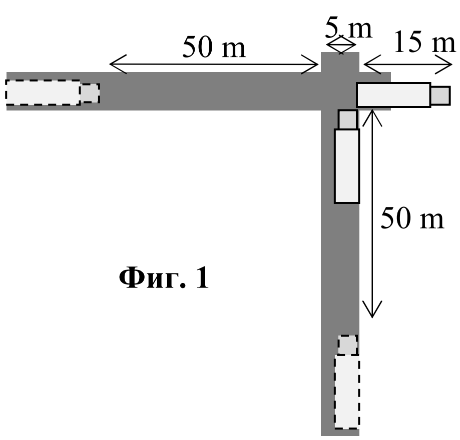
Камионът 1 изминава за това време път:

$s_2 = 50\ \mathrm{m} + 5\ \mathrm{m} + 15\ \mathrm{m} = 70\ \mathrm{m}$ **[1 т]**

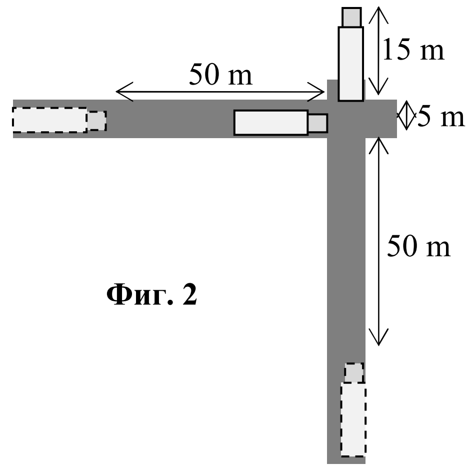
със скорост:

$$v_2 = \frac{s_2}{t} = \frac{70\ \text{m}}{5\ \text{s}} = 14\ \text{m/s}\,. \qquad \textbf{[0,5 т]}$$

Тъй като това са граничните скорости, безопасното разминаване на камионите е възможно при $v_2 \leq 7$ m/s или при $v_2 \geq 14$ m/s. – за вярно записани неравенства **[1 т]**



Фиг. 1



Фиг. 2

Задача 3. ***Сили***

Част 1. Буталото упражнява върху въздуха в помпата допълнително (над атмосферното) налягане:

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{200\ \text{N}}{0{,}0015\ \text{m}^2} \approx 133\,333\ \text{Pa}$$ **[1 т]** (само за формулата)

Налягането се предава равномерно във всички точки от вътрешността на помпата и свързания към нея маркуч. **[1 т]** (за формулирано твърдение)

Следователно въздухът ще упражнява върху пръста ви сила:

$F_2 = pS_2 = 133\,333\ \text{Pa} \cdot 0{,}00003\ \text{m}^2 = 4\ \text{N}$ **[1 т]** за формулата + **[1 т]** за числен резултат

Със същата по големина сила трябва да притискате отвора на маркуча, за да не излезе въздухът през него.

Част 2. а) Обемът на кубчето е:

$V = a^3 = 8\ \text{cm}^3$ **[1 т]**

а неговата маса:

$m = \rho V = 4{,}8\ \text{g}$ **[1 т]**

Везната отчита общата маса на поставените тела, т.е.

$m_1 = m + m_0 = 64{,}8\ \text{g}$ **[0,5 т]**

б) Понеже плътността на кубчето е по-малка от плътността на водата, кубчето ще плава във водата. **[0,5 т]**

Следователно силата на тежестта, действаща на кубчето се уравновесява с изтласкващата сила F:

$F = mg$ **[1 т]**

За да пресметнем F, е нужно да изразим масата на кубчето в килограми:

$m = 0{,}0048\ \mathrm{kg}$ **[0,5 т]**

Тогава получаваме:

$F = 0{,}048\ \mathrm{N}$ **[0,5 т]**

в) Общата маса на телата, които са поставени на везната, не се променя от това, че кубчето е пуснато във водата. Следователно везната отново ще показва:

$m_1 = m + m_0 = 64{,}8\ \mathrm{g}$ **[1 т]**

НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
16 – 17 ноември 2013 г., Сливен
Тема 8. клас
Решения и указания

Задача 1.

а) Максималната скорост на влака е скоростта му на равномерно движение **(1 т.).** При равноускорителното движение средната скорост на движение е $\mathrm{v_m}/2$ **(1 т.)** и той изминава разстояние $s_1 = \mathrm{v_m} t_1/2$ **(0,5 т.)**, при равномерното – $s_2 = \mathrm{v_m} t_2$ **(0,5 т.)**. Тъй като общото време на движение е

$$t = t_1 + t_2, \quad \text{имаме} \quad t_2 = t - t_1. \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

От пълния изминат път $s = s_1 + s_2$ намираме

$$s = \mathrm{v_m}(t_1/2 + t - t_1) = \mathrm{v_m}(t - t_1/2), \qquad \textbf{(1 т.)}$$

откъдето при $t = s/\bar{\mathrm{v}}$ **(0,5 т.)** следва

$$\mathrm{v_m} = \frac{s}{\frac{s}{\bar{\mathrm{v}}} - \frac{t_1}{2}} \approx 16{,}2\ \mathrm{m/s} \approx 58\ \mathrm{km/h}. \qquad \textbf{(1 т.)}$$

б) При равноускорителното движение изминатия път е

$$s_1 = \mathrm{v_m} t_1/2 \approx 243\ \mathrm{m}, \qquad \textbf{(1 т.)}$$

при равномерното –

$$s_2 = s - s_1 \approx 2757\ \mathrm{m}. \qquad \textbf{(1 т.)}$$

в) Като отчетем равенството

$$\mathrm{v_m} = a_1 t_1, \qquad \textbf{(1 т.)}$$

получаваме

$$a_1 = \frac{\mathrm{v_m}}{t_1} \approx 0{,}54\ \mathrm{m/s^2}. \qquad \textbf{(1 т.)}$$

Задача 2.

а) Тъй като нагревателният елемент и резисторът са свързани последователно, еквивалентното съпротивление във веригата е $R = R_0 + R_1$ **(1 т.)** (R_0 е съпротивлението на нагревателния елемент). Тогава от закона на Ом имаме

$$I(R_0 + R_1) = U. \qquad \textbf{(1 т.)}$$

Като отчетем, че $R_0 = P/I^2$ **(1 т.)** и заместим в закона на Ом, след преобразуване получаваме за тока I уравнението

$$I^2 - \frac{U}{R_1} I + \frac{P}{R_1} = 0. \qquad \textbf{(1 т.)}$$

Като заместим с конкретните стойности P, U и R_1 имаме

$$I^2 - 4I + 4 = (I-2)^2 = 0, \qquad \textbf{(1 т.)}$$

откъдето следва $I = 2\ \mathrm{A}$ **(1 т.)**.

б) Тъй като мощността $P_0 = U_0^2/R_0$ **(1 т.)**, търсеното напрежение е

$$U_0^2 = P_0 R_0 = \frac{P_0 P}{I^2} = 100\ \mathrm{V}^2 \ \text{или} \ U_0 = 10\ \mathrm{V}. \qquad \textbf{(1 т.)}$$

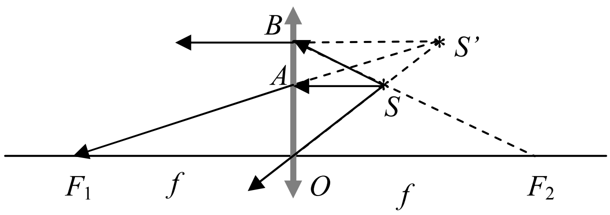
в) Нагревателният елемент със съпротивление R_0 и резисторът със съпротивление R_2 трябва да са свързани последователно, при което напреженията между краищата им са съответно U_0 и $U - U_0$. Тогава имаме

$$\frac{R_2}{R_0} = \frac{U - U_0}{U_0} = 0{,}6, \qquad \textbf{(1 т.)}$$

откъдето намираме $R_2 = 0{,}6R_0 = 0{,}6U_0^2 / P_0 = 2{,}4\,\Omega$. **(1 т.)**

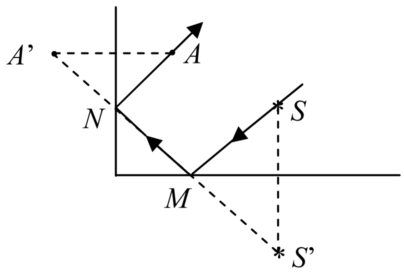
Задача 3.

Част А: а) Лъчът, който минава през центъра на лещата, не се пречупва. **(1 т.)** Следователно центърът на лещата (т. O) е пресечната точка на главната оптична ос и правата, на която лежат S и S'. **(1 т.)** Падащ лъч, който е успореден на главната оптична ос, след пречупване минава през фокуса на лещата. Образът S' лежи върху пречупения лъч или на неговото продължение. **(1 т.)** Фокусът F_1 е пресечната точка на главната оптична ос с правата AS'. **(1 т.)** Фокусът F_2 се намира аналогично. **(1 т.)**



б) Образът S' е недействителен, тъй като се получава от пресичането на продълженията на пречупените лъчи. **(1 т.)**

Част Б: Построяват се точките S' и A', които са образи на S и A. **(2 т.)** Пресечните точки на правата $S'A'$ с двете огледала определят точките на падане M и N на лъча. **(2 т.)**

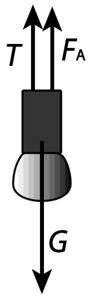


МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

Национално есенно състезание по физика
гр. Сливен, 16-17 ноември 2013 г.

РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ
към темата за 9. клас

Задача 1. А) $T = m_1 g = 20$ N ……………..……………..………………………0,5 точки



Фиг. 1.

Б) Сила на тежестта G и изтласкваща сила $F_А$ (*фиг.*1)…...….1 точка

В) Условието за равновесие е $T + F_А = G$ ……..………… 0,5 точки

Силата на тежестта е $G = m_2 g$ ……………………..…..…..0,5 точки

Обемът на цилиндъра е $V = \dfrac{m_2}{\rho_м}$ ………… ……….…….0,5 точки

Изтласкващата сила е $F_А = \rho_в V g = \dfrac{m_2}{\rho_м}\rho_в g$ ………………0,5 точки

Заместваме силите T , $F_А$ и G в условието за равновесие и определяме масата на втория цилиндър:

$$m_2 = \frac{m_1}{1-\dfrac{\rho_в}{\rho_м}}$$ ……………………………. 1 точка; $m_2 = 3$ kg ………………0,5 точки

Г) Разглеждаме втория цилиндър и парчето лед като едно тяло с маса $m_2 + m_3$. На съставното тяло действа сила на тежестта

$G = (m_2 + m_3)g$, ……………..………. 0,5 точки

и изтласкваща сила

$$F_A = \rho_в\left(\frac{8m_2}{9\rho_м} + \frac{m_3}{\rho_л}\right)g$$, ……………….….1,5 точки

където първият член в скобите е обемът на потопената част от цилиндъра, а вторият – обемът на парчето лед.

Заместваме силите $T = m_1 g$, $F_А$ и G в условието за равновесие на съставното тяло $T + F_А = G$ и определяме масата на парчето лед

$$m_3 = \frac{m_2\left(1-\dfrac{8\rho_в}{9\rho_м}\right) - m_1}{\dfrac{\rho_в}{\rho_л} - 1}$$ …………………2 точки; $m_3 = 1$ kg………………..….1 точка

Забележка. Масата на леда може да се изрази и чрез дадените в условието на задачата величини: $m_3 = \dfrac{m_1(\rho_в / \rho_м)}{9(1-\dfrac{\rho_в}{\rho_м})(\dfrac{\rho_в}{\rho_л}-1)}$ или като $m_3 = \dfrac{m_2(\rho_в / \rho_м)}{9(\dfrac{\rho_в}{\rho_л}-1)}$. Трите формули се оценяват еднакво.

Задача 2. А) При свободното падане топчето изминава път $H - h$ и достига скорост

$v_0 = \sqrt{2g(H-h)}$ ……… 2 точки; $v_0 = 6$ m/s…………………………….………0,5 точки

Б) Кинетичната енергия на топчето след удара е $\dfrac{mv_1^2}{2} = \dfrac{9}{16}\dfrac{mv_0^2}{2}$, откъдето определяме скоростта

$v_1 = \dfrac{3}{4}v_0$ ………………. 1 точка; $v_1 = 4{,}5$ m/s………………………….. 0,5 точки

В) Във вертикално направление след удара топчето пада свободно и изминава път $h = \dfrac{gt^2}{2}$, откъдето определяме времето за падане

$t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ ……………………….……………………………………..……….. 1 точка

За същото време в хоризонтално направление топчето се движи с постоянна скорост v_1 и изминава път

$L = v_1 t = \dfrac{3}{2}\sqrt{(H-h)h} = 3{,}6$ m ………………………………….…………. 2 точки

Г) Използваме неравенството на Коши ($a = H - h$ и $b = h$): $L = \dfrac{3}{4}(2\sqrt{(H-h)h} \le \dfrac{3}{4}\big((H-h)+h\big)$.

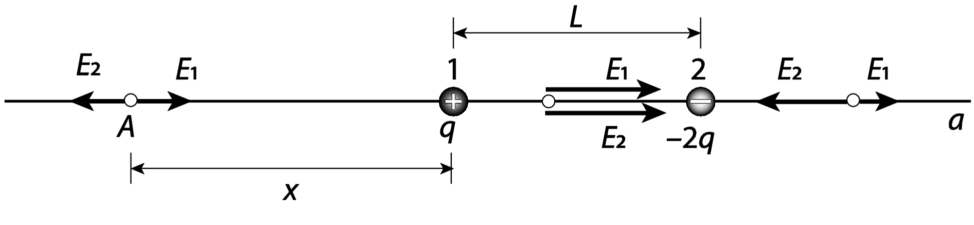
Разстоянието L е максимално при $H - h = h$, т.е. при

$h = H/2 = 2{,}5$ m………………………………………………………………..2 точки

Максималната стойност на L е

$L_{\max} = \dfrac{3}{4}H = 3{,}75$ m ……………………………….……………………1 точка

Задача 3. А) Съгласно принципа на суперпозицията интензитетът на полето на системата е векторна сума от интензитетите на полетата на двата точкови заряда. $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$. Тъй като интензитетът на полето на точков заряд е обратнопропорционален на квадрата на разстоянието до заряда ($E \propto \dfrac{1}{r^2}$), то $E = 0$ при $r \to \infty$, т.е. полето е нула в безкрайно отдалечените точки от двете страни на правата a …………………………………………………….………………0,5 точки



Фиг. 2.

В отсечката между двата заряда интензитетите $\vec{E_1}$ и $\vec{E_2}$ имат еднаква посока (*фиг.* 2), затова сумата им не може да е нула ($\vec{E} \neq 0$)……………………………………………….……………0,5 точки

Отдясно на заряда $-2q$ полето също не може да е нула (освен на безкрайност), защото там по-големия по модул заряд $-2q$ създава по-силно поле, което не може да бъде компенсирано от полето на заряда q, който е и по малък (по модул), и е по-отдалечен……………..…1 точка

Точка с $\vec{E} = 0$ може да има само вляво от заряда q. За такава точка (точка A на *фиг* .2)

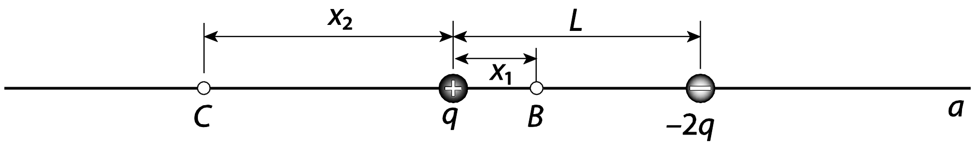
$$E=\frac{kq}{x^2}-\frac{k2q}{(L+x)^2}=0,$$ ……………………………………………………..…………..0,5 точки

Това е квадратно уравнение за x, чийто корени са $x=L(1\pm\sqrt{2})$. Физичен смисъл има само положителният корен

$$x=L(1+\sqrt{2})=2,4\text{ m}$$ …………………………………………………………...1,5 точки

Б) Потенциалът е нула в безкрайно отдалечените точки ……………………..………0,5 точки

Отдясно на заряда $-2q$ потенциалът не може да е нула (освен на безкрайност), защото там този по-голям по модул заряд създава по-голям (по модул) отрицателен потенциал, който не може да бъде компенсиран от положителния потенциал на полето на заряда q, защото зарядът q е и по малък (по модул), и е по-отдалечен……………..……………………………………………0,5 точки



Фиг. 3.

Потенциалът е нула само в точките B и C, разположени от двете страни на заряда q (*фиг.* 3), които са на разстояния x_1 и x_2 от заряда q, 2 пъти по-малки от съответните разстояния от тези точки до заряда $-2q$ (потенциалът е правопропорционален на големината на точковия заряд и обратнопропорционален на разстоянието до него). Действително, от равенствата

$$\varphi_1=\frac{kq}{x_1}-\frac{k2q}{L-x_1}=0 \text{ и } \varphi_2=\frac{kq}{x_2}-\frac{k2q}{L+x_2}=0$$

определяме

$x_1 = L/3 = 0,33$ m………….. 1 точка и $x_2 = L = 1$ m ……………… 1 точка

В) Във всички точки с нулев потенциал потенциалната енергия на пробния заряд също е нула:

$W = q_0\varphi = 0$…………………………………………………….……………. 1 точка

Точка A, където интензитетът на полето е нула (*фиг.* 2), има потенциал

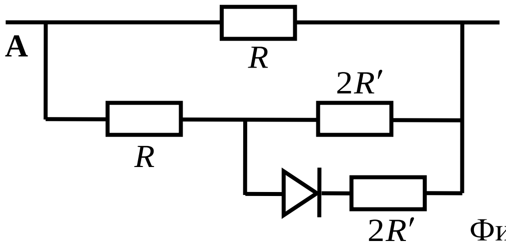
$$\varphi_A=\frac{kq}{x}-\frac{k2q}{L+x}=-\frac{kq}{L}\left(\sqrt{2}-1\right)^2\approx-0,17\frac{kq}{L}$$, който е отрицателен…………. 1 точка

Следователно в точка A положителният пробен заряд q_0 има най-малка (отрицателна) потенциална енергия

$$W_{\min}=q_0\varphi_A=-0,17\frac{kq_0q}{L}=-1,5.10^{-6}\text{ J}$$. …………………………..…………… 1 точка

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално есенно състезание по физика, Сливен, 16 ноември 2013 г.
Решения на темата за 10 клас

<u>Задача 1</u>. Електрическа верига.



Фиг. 1

а) Еквивалентната схема на свързване е показана на фиг. 1. **[2 т.]**

б) Ако към **А** е свързана положителната клема на източник на ЕДН, а към **В** – отрицателната му клема, то диодът ще пропуска ток. **[0,5 т.]** Тогава еквивалентното съпротивление на веригата ще бъде $R_{\text{AB}} = \dfrac{R(R+R')}{2R+R'}$. **[1 т.]** Токът, който ще протече през схемата, е $I_1 = \dfrac{U(2R+R')}{R(R+R')}$. **[0,5 т.]**

в) Ако разменим положенията на клемите, диодът няма да пропуска ток. **[0,5 т.]** В този случай еквивалентното съпротивление ще бъде $R_{\text{AB}} = \dfrac{R(R+2R')}{2(R+R')}$. **[1 т.]** Токът през веригата ще бъде $I_2 = \dfrac{2U(R+R')}{R(R+2R')}$. **[0,5 т.]**

г) Мощността, която се отделя във веригата, е $P = \dfrac{U^2}{R_{\text{AB}}}$. **[0,5 т.]** Така получаваме две уравнения за неизвестните съпротивления R и R': $\dfrac{R(R+R')}{2R+R'} = \dfrac{U^2}{P_1} = 2\ \Omega$ **[0,5 т.]** и $\dfrac{R(R+2R')}{2(R+R')} = \dfrac{U^2}{P_2} = \dfrac{9}{4}\ \Omega$. **[0,5 т.]** Т.е. $R(R+R') = 2(2R+R')$ и $2R(R+2R') = 9(R+R')$. Оттук изразяваме например R' от първото уравнение: $R' = \dfrac{R(4-R)}{R-2}$ **[0,5 т.]**, и го заместваме във второто уравнение, при което получаваме следното уравнение за R: $R^2 - 6R + 9 = 0$ **[1 т.]**, откъдето $R = 3\ \Omega$. **[0,5 т.]** Накрая пресмятаме, че $R' = 3\ \Omega$. **[0,5 т.]**

<u>Задача 2</u>. Свързани кондензатори.

а) Капацитетът на горния кондензатор е $\dfrac{\varepsilon_0 S}{d} \equiv C_0$ **[0,5 т.]**, а капацитетът на долния – $\dfrac{\varepsilon_0 2S}{d/2} = 4C_0$. **[0,5 т.]** Кондензаторите са свързани последователно **[0,5 т.]** и зарядите им съвпадат. **[0,5 т.]** Сумата от напреженията между електродите им е равна на E **[0,5 т.]**, т.е. $E = \dfrac{q}{C_0} + \dfrac{q}{4C_0}$. **[0,5 т.]** Оттук следва, че зарядът на горния кондензатор е $q = \dfrac{4C_0 E}{5} = \dfrac{4\varepsilon_0 SE}{5d}$ **[0,5 т.]**, т.е. $q \approx 2{,}1$ nC. **[0,5 т.]**

б) Напрежението между електродите на долния кондензатор $U = \dfrac{q}{4C_0} = \dfrac{E}{5} = 3\text{V}$. **[1 т.]**

в) Електричният ток през бобината веднага след превключването е равен на нула, тъй като в бобината се индуцира равен по големина и противоположен по посока ток. **[1 т.]**

г) Енергията на кондензатор със заряд q и капацитет C е $W_E = \dfrac{q^2}{2C}$. **[0,5 т.]** Енергията на бобина с индуктивност L, през която тече ток I, е $W_B = \dfrac{LI^2}{2}$. **[0,5 т.]** В нашия случай през бобината протича максимален ток, когато цялата енергия на кондензаторите преди превключването се прехвърли в бобината **[1 т.]**, т.е. $\dfrac{LI_{\max}^2}{2} = \dfrac{q^2}{2C_0} + \dfrac{q^2}{8C_0} = \dfrac{5q^2}{8C_0} = \dfrac{2C_0E^2}{5}$. **[1 т.]** Оттук следва, че $I_{\max} = 2E\sqrt{\dfrac{C_0}{5L}} = 2E\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0 S}{5dL}}$ **[0,5 т.]**, т.е. $I_{\max} \approx 4$ mA. **[0,5 т.]**

<u>Задача 3</u>. Трептяща система.

а) Големината на силата, приложена в т. **О**, е $F_O = k\Delta x + mg + F$. **[1 т.]** В същото време $k\Delta x = mg + F$ от условието за статичност на системата. **[0,5 т.]** Така се получава, че $F_O = 2(mg + F) \approx 10\,\text{N}$. **[0,5 т.]**

б) От $k\Delta x = mg + F$ следва, че $k = (mg + F)/\Delta x$ **[0,5 т.]**, т.е. $k \approx 50\,\text{N/m}$. **[0,5 т.]**

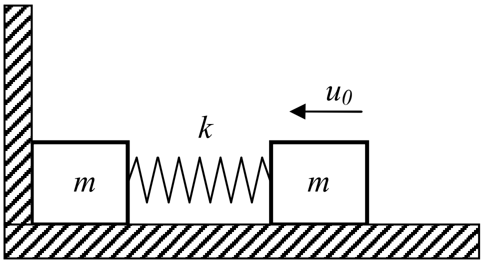
в) Периодът на трептене $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$. **[0,5 т.]** Като заместим k с намереното по-горе, получава се, че $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m\Delta x}{mg + F}} \approx 0{,}49\,\text{s}$. **[0,5 т.]**

г) Силата на тежестта, действаща върху теглилката, отмества равновесното положение на теглилката надолу с $\Delta x_0 = \dfrac{mg}{k}$ и съответно равновесното положение на подвижния край на пружината е отместено нагоре с $\Delta x_0 = \dfrac{mg}{k}$. **[1 т.]** По време на трептенето крайното горно положение на подвижния край на пружината съвпада с положението му преди прерязването на нишката. **[0,5 т.]** Така за амплитудата на трептенето се получава $A = \Delta x - \Delta x_0 = \Delta x - \dfrac{mg}{k}$. **[1 т.]** В крайна сметка $A \approx 4\,\text{cm}$. **[0,5 т.]**

д) Големината на силата, приложена в т. **О**, е равна на удвоената сила, с която пружината дърпа теглилката. **[0,5 т.]** Силата е минимална, когато пружината е най-малко разтегната, което съответства на най-високото положение на теглилката. **[0,5 т.]** Така $F_{\min} = 2[k\Delta x - 2(k\Delta x - mg)]$ **[1 т.]**, или с други думи $F_{\min} = 2(2mg - k\Delta x) = 2(mg - F)$. **[0,5 т.]** Числената стойност за големината на силата е $F_{\min} \approx 2\,\text{N}$. **[0,5 т.]**

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално есенно състезание по физика, Сливен, 16 ноември 2013 г.
Решения на темата за 11-12 клас

<u>Задача 1</u>. Трептяща система.



а) Максималното скъсяване d на пружината може да се намери от закона за запазване на енергията, сравнявайки енергията в началния момент време и в момента, когато и двете тела са неподвижни,

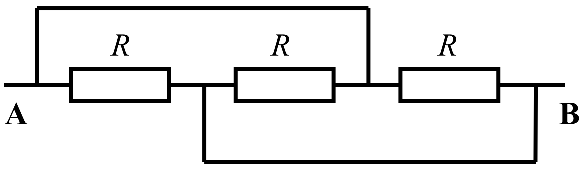
$\frac{mu_0^2}{2} = \frac{kd^2}{2}$ **[1 т.]**, $d = u_0\sqrt{\frac{m}{k}}$ **[0,5 т.]** = 1 cm. **[0,5 т.]**

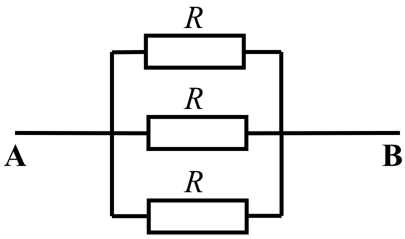
б) Силата на натиск N е максимална, когато пружината е максимално свита, т.е. когато и двете тела са неподвижни. Тогава $N = kd$ **[1 т.]** = 0,2 N. **[1 т.]**

в) Точно в момента на отлепване на лявото тяло (когато скоростта му все още е нула и пружината е неразтегната), дясното тяло трябва да се движи със скорост u_0 надясно, а средата на пружината ще се движи с два пъти по-малка скорост. Следователно $V_0 = \frac{u_0}{2}$ **[1 т.]** = 5 cm/s. **[1 т.]**

г) Ако си представим движението на трептящата система спрямо средата на пружината (симетричната точка), двете тела ще трептят около равновесните се положения така, че във всеки момент ще имат равни по големина и противоположни по посока скорости. Затова можем да приемем, че всяко от телата трепти под действие на два пъти по-къса пружина (половината пружина до неподвижната й среда). **[1 т.]** Нека всяко от телата се е отклонило от равновесното си положение (при неразтегната пружина) на разстояние x. Тъй като на всяко от телата ще му действа сила $F = k2x = 2kx$, можем да си представим, че тялото извършва трептения заради разтягането и свиването на пружина с ефективен коефициент на еластичност $2k$. **[1 т.]** Следователно периодът T на трептенията ще бъде $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$ **[1 т.]** = $\sqrt{2}\pi 0{,}1 \approx$ 0,44 s. **[1 т.]**

<u>Задача 2</u>. Електрическа верига.





а) С плавни преобразувания (премествания) на свързващите проводници може да се покаже, че лявата схема е еквивалентна на дясната. **[1 т.]** Следователно електричното съпротивление R_{AB} между точките A и B е $R_{AB} = R/3$ **[1 т.]** = 10 Ω. **[1 т.]**

б) Токът I_R през средния резистор ще е три пъти по-малък от тока през източника I_E. **[0.5 т.]** Така $I_R = \frac{1}{3}I_E = \frac{1}{3}\frac{E}{\frac{R}{3}+r_0} = \frac{E}{R+3r_0}$ **[1 т.]** ≈ 99 mA. **[0,5 т.]**

в) Електричната мощност P, която се отделя общо в трите резистора, е $P = I_E^2\frac{R}{3}$ **[0,5 т.]** $\approx$ 0,88 W. **[0,5 т.]**

г) В общия случай електричната мощност P, която общо се отделя в трите резистора, е $P = I_E{}^2 \dfrac{R}{3} = \left(\dfrac{E}{\dfrac{R}{3}+r_0}\right)^2 \dfrac{R}{3} = 3E^2 \dfrac{R}{(R+3r_0)^2}$. Тя ще е максимална, когато отношението $\dfrac{R}{(R+3r_0)^2} \equiv y$ е максимално. y е винаги положително, като когато R клони към нула или безкрайност, y клони към нула. Следователно y има поне един (всъщност точно един) максимум. Това означава, че ще съществуват две стойности на R, на които ще съответства една стойност на y, **[1 т.]** или квадратното уравнение $yR^2 + (6yr_0 - 1)R + 9yr_0{}^2 = 0$ ще има единствено решение за $y = y_{\max}$. **[0,5 т.]** Това става, когато дискриминантата $D = (6yr_0 - 1)^2 - 4y9yr_0^2 = 0$. След опростяване $y = \dfrac{1}{12r_0}$, а $R = 3r_0$. **[1 т.]** Тогава $P_{\max} = \dfrac{E^2}{4r_0}$ **[1 т.]** = 22,5 W. **[0,5 т.]**

<u>Задача 3</u>. Дифракционна картина от CD (компактдиск).

а) Дължината на вълната на лазерната светлина в поликарбоната е $\lambda_p = \lambda / n = 335$ nm. **[0,5 т.]**

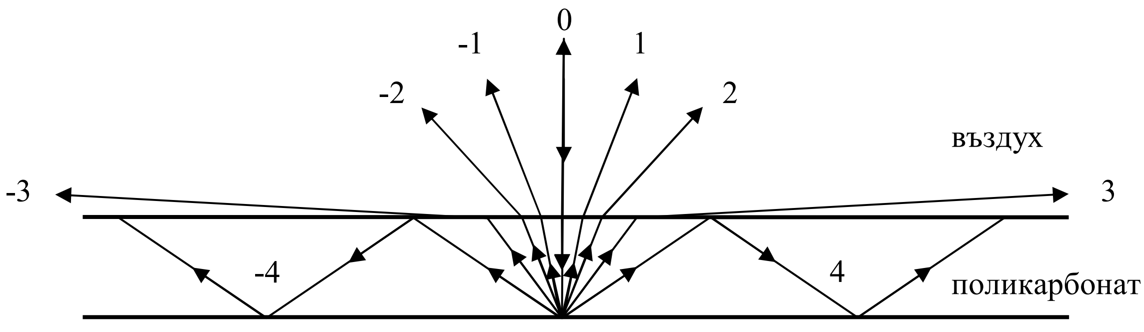
Използвайки уравнението на дифракционната решетка $d \sin\varphi = k\lambda_p$, намираме ъглите, под които ще се наблюдават максимуми в поликарбоната.

	Поликарбонат		Въздух	
K	$\sin\varphi_k$	φ_k	$\sin\varphi_k$	φ_k
+/- 1	0,209	12,1^o	0,333	19,4^o
+/- 2	0,418	24,7^o	0,665	41,7^o
+/- 3	0,627	38,9^o	0,998	85,9^0
+/- 4	0,836	56,8^o	пълно вътрешно отражение	

(за таблицата **[3 т.]**)

Максимумите от 4-ти порядък ще се наблюдават само в поликарбоната, но не и във въздуха, тъй като ще падат на границата поликарбонат-въздух под ъгъл, по-голям от граничния ъгъл на пълно вътрешно отражение ($\sin\varphi_{ПВО} = \dfrac{1}{n} = 0{,}629$. $\varphi_{ПВО} =$ 39,0^o) и ще се отразяват многократно от горната и долна повърхност на поликарбоната. **[0,5 т.]**

б) За фигурата - **[3 т.]**



в) Вероятно светещите петна в радиална посока се дължат на разсейване на светлина от местата на пълно вътрешно отражение на дифракционните масимуми от четвърти порядък на границата поликарбонат-въздух (поради неидеална повърхност). **[1 т.]** В такъв случай разстоянието l между центровете на две съседни петна е $l = 2h\tan\varphi_4 \approx$ **[1 т.]** 3,36 mm. **[1 т.]**

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

Национално есенно състезание по физика

Сливен, 16-17 ноември 2013 г.

Специална тема

Задача 1: ***Съотношение за неопределеност в астрофизиката***

а) Разглеждаме атома на водорода. Енергията на атома на водорода е сума от кинетичната енергия на движение на електрона и потенциалната енергия на взаимодействие между електрона и протона:

$$E\left(r,p\right)=\frac{p^2}{2m}-k\frac{e^2}{r^{n-2}}$$ **[0.5т]**

Като оценка ще приемем, че импулсът на електрона *p* е равен на неопределеността в импулса *Δp*. Тогава от съотношението за неопределеност на Хайзенберг следва:

$$p\approx\hbar/r$$ **[0.5т]**

Енергията на атома на водорода като функция на r ще има вида

$$E\left(r\right)=\frac{\hbar^2}{2mr^2}-k\frac{e^2}{r^{n-2}}$$ **[0.5т]**

Намираме първата производна на $E\left(r\right)$ спрямо r, приравняваме я на нула и намираме:

$$r^{n-4}=\frac{kme^2\left(n-2\right)}{\hbar^2}$$ **[0.5т]**

Намираме и втората производна на $E\left(r\right)$ спрямо r:

$$\frac{d^2E\left(r\right)}{dr^2}=3\frac{\hbar^2}{mr^4}-k(n-2)(n-1)\frac{e^2}{r^n}=\frac{\hbar^2}{r^4m}\left(4-n\right)$$ **[1т]**

Следователно енергията има минимум, когато n<4 (имаме стабилен атом на водорода само ако n<4). **[1т]**

б) Тъй като електроните в бялото джудже образуват електронен газ, който е изроден, те не са локализирани в един атом, а обикалят колективно между всички атоми. Атомите са плътно прилепнали помежду си и разстоянията между тях са от порядъка на размера на самите атоми. Тогава може да приемем, че осреднено всеки електрон се намира в сфера с радиус *R*. Импулса определяме от съотношението за неопределеност на Хайзенберг:

$$P\approx\hbar/R$$ **[0.5т]**

Тогава за кинетичната енергия на всеки електрон имаме

$$E=\frac{P^2}{2m_e}\approx\frac{\hbar^2}{2m_eR^2}$$ **[0.75т]**

За налягането S, което създават електроните, имаме

$$S=-\frac{dE}{dV}$$ **[0.75т]**,

където $dV=4\pi R^2dR$ е изменението на обема $\Rightarrow$

$$S\approx\frac{\hbar^2}{4\pi m_eR^5}\approx9,6.10^{10}\,N/m^2$$ **[0.5т]**

Аналогично за неутронната звезда имаме, че неутроните се движат в едно голямо „ядро” и на всеки неутрон се пада сфера с радиус $R\,\hbar\,10^{-15}m$. Тогава за налягането, което създават неутроните, имаме:

$$S \approx \frac{\hbar^2}{4\pi m_n R^5} \approx 5,25.10^{32} N/m^2$$ **[0.5т]**

в) Решаваме аналогично на предишната подточка, като сега вместо класическата формула между кинетична енергия и импулс ($E = \frac{P^2}{2m_e}$) ползваме ултрарелативистко приближение $E = Pc$ **[0.5т]** $\Rightarrow$

$$E = Pc \approx \frac{\hbar c}{R}$$ **[0.75т]**

Тогава за налягането S, което създават електроните, имаме

$$S = -\frac{dE}{dV}$$ **[0.75т]**,

където $dV = 4\pi R^2 dR$ е изменението на обема $\Rightarrow$

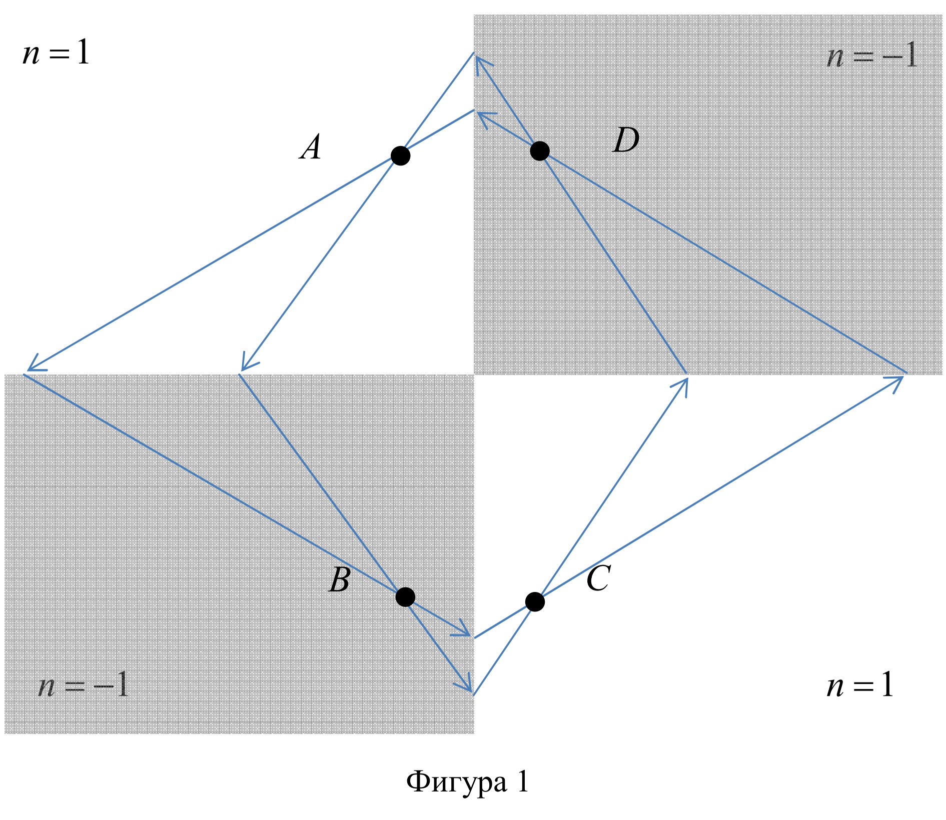
$$S \approx \frac{\hbar c}{4\pi R^4} \approx 2,5.10^{13} N/m^2$$ **[0.5т]**

Аналогично за неутронната звезда ($R\,\hbar\,10^{-15} m$) имаме:

$$S \approx \frac{\hbar c}{4\pi R^4} \approx 2,5.10^{33} N/m^2$$ **[0.5т]**

Задача 2: *Метаматериали*

а)Ходът на лъчите е даден на Фигура 1 **[2т]**



Фигура 1

б) Тръгваме от Лоренцовите трансформации за енергията

$$E' = \frac{E - P_x u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$ **[0.25т]**

и заместваме $E=\hbar\omega$, $E'=\hbar\omega'$ **[0.25т]**, а импулса с $P_x = P\cos\vartheta = \dfrac{nE}{c}\cos\vartheta$ **[0.5т]** $\Rightarrow$

$$\omega' = \omega\frac{1-nu\cos\vartheta/c}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\ \textbf{[0.25т]},$$

където n е показателят на пречупване, ϑ е ъгълът, под който наблюдател в K вижда фотоните спрямо оста x. $\Rightarrow$

$$\omega = \omega'\frac{\sqrt{1-u^2/c^2}}{1-\dfrac{nu\cos\vartheta}{c}}\ \textbf{[0.75т]}$$

в) При $n=-1$ и $\vartheta=\pi$ (източникът се отдалечава от наблюдателя в K) имаме

$$\omega = \omega'\frac{\sqrt{1-u^2/c^2}}{1-\dfrac{u}{c}} = \omega'\frac{\sqrt{(1-u/c)(1+u/c)}}{\sqrt{(1-u/c)^2}} = \omega'\sqrt{\frac{1+u/c}{1-u/c}}\ \textbf{[0.75т]}$$

Тоест имаме синьо отместване.

г) При $n=-1$ и $\vartheta=0$ (източникът се приближава към наблюдателя в K) имаме

$$\omega = \omega'\frac{\sqrt{1-u^2/c^2}}{1+\dfrac{u}{c}} = \omega'\frac{\sqrt{(1-u/c)(1+u/c)}}{\sqrt{(1+u/c)^2}} = \omega'\sqrt{\frac{1-u/c}{1+u/c}}\ \textbf{[0.75т]}$$

Тоест имаме червено отместване.

д) Записваме закона за запазване на енергията заедно с релативисткия инвариант за енергията и импулса на частицата:

$$\begin{aligned} &E_1 = E_\gamma + E_2 \Leftrightarrow E_2 = E_1 - E_\gamma \\ &E_1^2 = E_0^2 + P_1^2c^2,\ E_2^2 = E_0^2 + P_2^2c^2 \end{aligned}\ \textbf{[0.25т]}$$

където E_1, P_1 и E_2, P_2 са пълната релативистка енергия и импулса на частицата, съответно преди и след излъчването. E_0 е енергията на частицата в покой, а E_γ е енергията на излъчения фотон. Ако повдигнем на квадрат закона за запазване на енергията и в него заместим енергията от релативисткия инвариант за енергията и импулса, получаваме:

$$P_2^2c^2 = P_1^2c^2 + E_\gamma^2 - 2E_\gamma E_1\ \textbf{[0.25т]}$$

а от закона за запазване на импулса имаме

$$P_2^2 = P_\gamma^2 + P_1^2 - 2P_\gamma P_1\cos\vartheta\ \textbf{[0.25т]}$$

След като умножим горното равенство с c^2 и отчетем, че $P_\gamma = nE_\gamma/c$ **[0.25т]**, получаваме:

$$P_2^2c^2 = E_\gamma^2n^2 + P_1^2c^2 - 2ncE_\gamma P_1\cos\vartheta\ \textbf{[0.25т]}$$

Последното уравнение вадим от $P_2^2c^2 = P_1^2c^2 + E_\gamma^2 - 2E_\gamma E_1$ $\Rightarrow$

$$\left(n^2-1\right)\frac{E_\gamma}{2E_1} + 1 = \frac{ncP_1}{E_1}\cos\vartheta\ \textbf{[0.25т]}$$

Сега можем да отчетем, че $E_\gamma/E_1 \ \hbar\ 1 \Rightarrow$

$$\cos\vartheta = \frac{E_1}{ncP_1} = \frac{c}{nu} \; \textbf{[0.5т]}$$

следователно за $n > 0, \cos\vartheta > 0$, и излъчването е насочено по посока на движение на заредената частица, а при $n < 0, \cos\vartheta < 0$, и излъчването е насочено в посока обратна на движение на заредената частица.

е) Понеже ударът на фотона с честота 2ω е в решетката на кристала, импулсът и енергията, които придобива кристалът, могат да се пренебрегнат спрямо енергията на фотона. От съображение за симетрия и закона за запазване на импулса имаме, че двата новородени фотона с честота ω трябва да се движат под еднакви ъгли α спрямо първоначалната посока на фотона с честота 2ω.
От закона за запазване на импулса имаме:

$$P_{2\omega} = 2P_\omega \cos\alpha \; \textbf{[0.4т]}$$

От закона за запазване на енергията имаме:

$$E_{2\omega} = 2E_\omega \; \textbf{[0.35т]}$$

Също така имаме връзката между енергия и импулс на фотона с честота 2ω и фотоните с честота ω

$$\left.\begin{aligned} E_{2\omega} &= \frac{P_{2\omega}c}{n_{2\omega}} \\ E_\omega &= \frac{P_\omega c}{n_\omega} \end{aligned}\right. \; \textbf{[0.4т]} \Rightarrow$$

$$\frac{P_{2\omega}c}{n_{2\omega}} = 2\frac{P_\omega c}{n_\omega} \; \textbf{[0.35т]}$$

И окончателно за ъгъла α имаме

$$\cos\alpha = \frac{n_{2\omega}}{n_\omega} = -1 \Rightarrow \alpha = \pi \; \textbf{[1т]}$$

Следователно фотоните с честота ω се движат в обратна посока на падналия фотон с честота 2ω (действа като нелинейно огледало).

<u>Задача 3: *Билярдна топка*</u>

а) Законите за запазване на импулса и на момента на импулса спрямо центъра на топката са

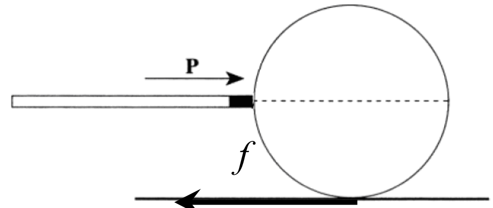
$$\left.\begin{aligned} mv(t=0) &= P \Rightarrow v(0) = P/m \\ \omega(t=0)I &= 0 \Rightarrow \omega(0) = 0 \end{aligned}\right. \; \textbf{[0.75т]}$$

където $v(0)$ и $\omega(0)$ са началната линейна и ъглова скорост на топката, а инерчният момент на топката спрямо нейния център е

$$I = \frac{2}{5}mR^2 \; \textbf{[0.5т]}$$

На топката действа сила на триене (Фигура 2) $f = -\mu mg$ **[0.5т],** която променя линейната и ъгловата скорост на топката

$$v(t) = v(0) - \mu g t$$
$$\omega(t) = \omega(0) + \frac{5\mu g}{2R} t \quad \textbf{[0.75т]}$$



Фигура 2

В момента, в който линейната скорост на центъра на масите и линейната скорост на допирната точка в система център на масите се изравнят, приплъзването спира $v(t) = \omega(t)R$ **[0.5т]** Оттук намираме и времето, за което става това

$$T = \frac{2}{7}\frac{P}{\mu m g} \quad \textbf{[0.5т]}$$

б) Крайната скорост на центъра на топката се дава като

$$v(T) = \frac{P}{m} - \frac{2}{7}\frac{P}{m} = \frac{5}{7}\frac{P}{m} \quad \textbf{[1т]}$$

в) Законите за запазване на импулса и на момента на импулса спрямо центъра на топката дават

$$mv(0) = P \Rightarrow v(0) = P/m$$
$$\omega(0)I = hP \Rightarrow \omega(0) = hP/I \quad \textbf{[0.75т]}$$

За да няма прихлъзване, линейната и ъгловата скорост на топката в началния момент трябва да изпълняват $v(0) = \omega(0)R$ **[0.5т]** $\Rightarrow$

$$\frac{P}{m} = \frac{hPR}{I} \Rightarrow h = \frac{2}{5}R \quad \textbf{[0.75т]}$$

г) При удар под екваториалната равнина топката започва да се върти обратно на часовниковата стрелка. Отново от законите за запазване на импулса и на момента на импулса спрямо центъра на топката имаме

$$mv(0) = P \Rightarrow v(0) = P/m$$
$$\omega(0)I = HP \Rightarrow \omega(0) = HP/I \quad \textbf{[0.5т]}$$

Промяната на линейната и ъгловата скорост на топката се дава като

$$v(t) = v(0) - \mu g t$$
$$\omega(t) = \omega(0) - \frac{5\mu g}{2R} t \quad \textbf{[0.5т]}$$

От последното равенство намираме момента T_1, в който топката спира да се върти

$$T_1 = \frac{PH}{\mu m g R} \quad \textbf{[1т]}$$

Намираме времето T, за което топката започва да се движи без хлъзгане от момента, в който нямаме въртене

$$T = \frac{2P}{7\mu m g}\left(1 - \frac{H}{R}\right) \quad \textbf{[0.5т]}$$

И окончателно за T_2 имаме

$$T_2 = T_1 + T = \frac{PH}{\mu m g R} + \frac{2P}{7\mu m g}\left(1 - \frac{H}{R}\right) = \frac{P}{7\mu m g}\left(2 + \frac{5H}{R}\right) \quad \textbf{[1т]}$$