МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 13 април 2013 г., Кърджали

ТЕМА ЗА ВЪЗРАСТОВА ГРУПА – VII-VIII КЛАС

ТЕОРЕТИЧЕН КРЪГ

1 задача. Полярно сияние над Париж. Понякога красивото явление полярно сияние може да се види и на места, сравнително отдалечени от полярните райони. Тъй като се случва твърде рядко, това прави незабравимо впечатление на хората. Картината, която виждате, показва полярното сияние, наблюдавано в небето над Париж на 13 май 1869 г. Вероятно художникът е бил силно развълнуван и доста неточно е нарисувал разположението на звездите, така че съзвездията изглеждат леко разкривени и непълни.

- Като сравнявате с дадената ви звездна карта, опитайте се да разпознаете три съзвездия или части от съзвездия, изобразени на картината. Обозначете върху картината техните фигури и названия.
- С помощта на картата определете в кое съзвездие се е намирало Слънцето тогава.
- Определете приблизително в колко часа по местно време е направено това наблюдение. Обосновете вашия отговор.

Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!

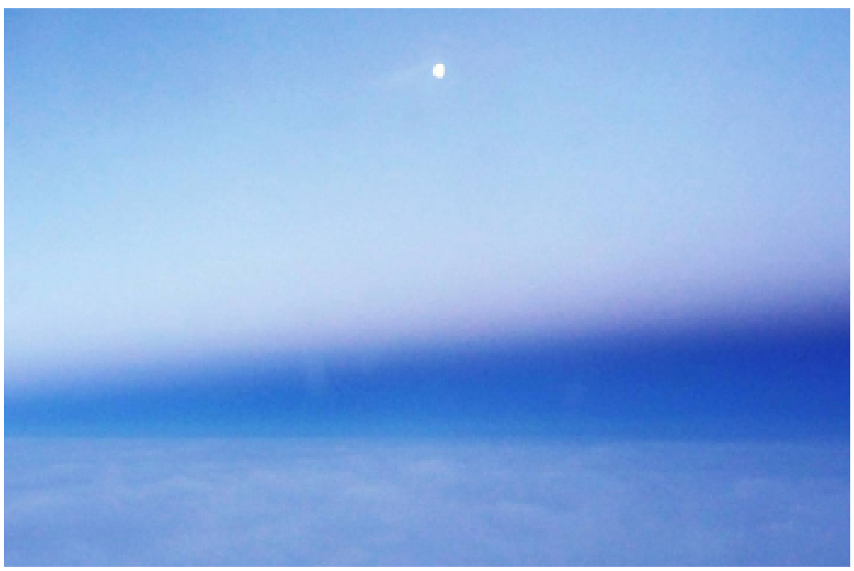
2 задача. Островът на русалките. Пътувайки от София за Лондон на 20 март, младият български астроном Никола Каравасилев прави снимката, която ви е дадена. Виждат се облаците, над които лети самолетът, Луната в небето, и земната сянка, преминаваща през атмосферата на Земята (на която се дължи потъмняването на небето непосредствено над облаците).

- В коя част на самолета се е намирал астрономът – лявата или дясната?
- Направете необходимите построения и измервания и определете отстоянието на Слънцето от хоризонта в този момент. Определете колко е бил часът по местно време. Приемете, че тогава самолетът се е намирал на 45° северна ширина.

Накрая по чудо, вместо на Британските острови, астрономът се озовава на Острова на русалките, където го отвлича тяхната царица. Всяка нощ тя го приспива дълбоко и той никога не може да види звездите. Освен това изгубва представа кой ден и коя дата от годината е. Но царицата не успява да изтрие астрономическите му знания и той тайно определя височината на Слънцето над хоризонта като измерва сянката на отвесно колче. Така установява, че два пъти в годината Слънцето по пладне достига до 90° височина и сянката на колчето изчезва.

- Ако дните, в които по пладне Слънцето се издига до зенита, се случват през половин година, то къде може да се намира Островът на русалките – по-близо до екватора, до някоя от тропичните окръжности, полярните окръжности или до някой от полюсите на Земята?
- Ако въпросните дни са през интервал точно половин година, в кое полукълбо на Земята се е озовал астрономът – в северното или южното?

|Обяснете вашите отговори.

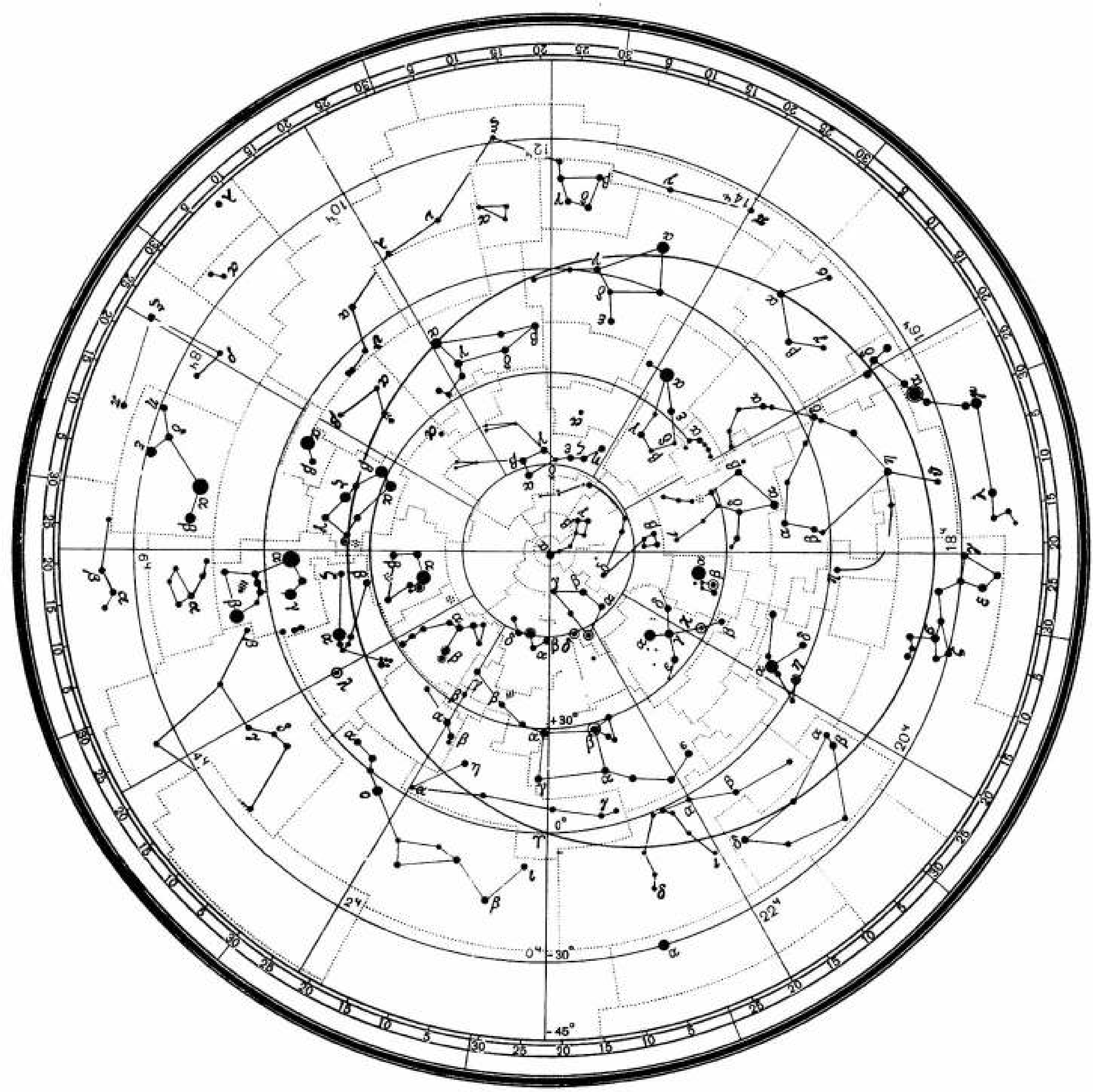


3 задача. Обратно движение. Да предположим, че Луната обикаля около Земята с период 27.32 денонощия – същия като сегашния, но в обратна посока.

- През какъв период от време ще се сменят лунните фази тогава?
- Нарисувайте как ще изглежда Луната в първа и в последна четвърт.
- Ако Луната в първа четвърт се наблюдава в съзвездието Близнаци, то приблизително в кой месец от годината ще се случва това?
- През какъв период от време през дадено място в океана ще преминават приливни вълни? Как ще влияе движението на приливните вълни върху околоосното въртене на Земята?

Продължителността на звездната година е 365.2564 денонощия.

Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!



Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 14 април 2013 г., Кърджали

ТЕМА ЗА ВЪЗРАСТОВА ГРУПА – VII-VIII КЛАС

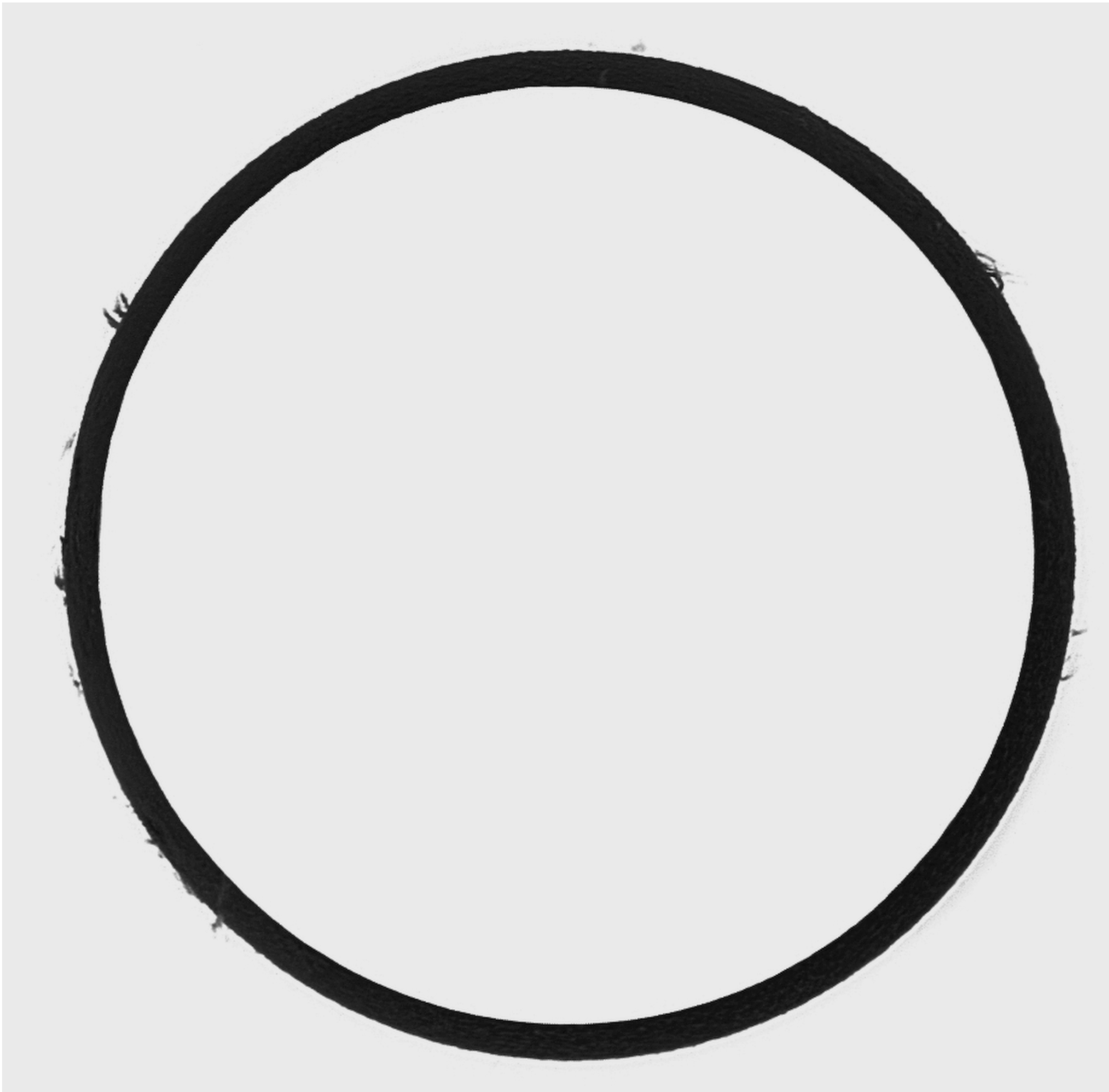
ПРАКТИЧЕСКИ КРЪГ

Практическа задача. Пръстенообразно слънчево затъмнение. Орбитата на Луната е елиптична. Затова разстоянието между Земята и Луната непрекъснато се променя. Точката, в която Луната е най-близо до Земята се нарича перигей, а в която е най-далеч от Земята – апогей, като и в двата случая разстоянията до Земята се различават от средното разстояние с около 6%. В перигея Луната се движи с най-голяма скорост, а в апогея – с най-малка, като и в двата случая скоростта се различава от средната скорост с около 5.5%. Разполагате с негативно изображение на пръстенообразно слънчево затъмнение, заснето на 20 май 2012 г. в северното полукълбо с помощта на специален слънчев филтър, който позволява да се получат изображения и на протуберансите около края на слънчевия диск. Белият кръг е Луната, заснета на фона на Слънцето.

- Близо до коя характерна точка от орбитата си се е намирала Луната по време на затъмнението? Обяснете вашия отговор.
- Определете видимия ъглов диаметър на Луната.
- Ако снимката е правена в района на Северния географски полюс на Земята, то колко време е продължила максималната (пръстенообразната) фаза на затъмнението (когато целият лунен диск се проектира върху видимия диск на Слънцето)?

Сидеричен лунен месец – 27.32 денонощия.
Ъглов размер на диска на Слънцето – 31.6′.
Продължителност на звездната година – 365.2564 денонощия.
Ъглов размер на един обект е размер на обект, наблюдаван на небесната сфера, представен в ъглови единици – градуси, минути, секунди.

Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!



Снимка на пръстенообразно слънчево затъмнение. Негативно изображение.

Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!

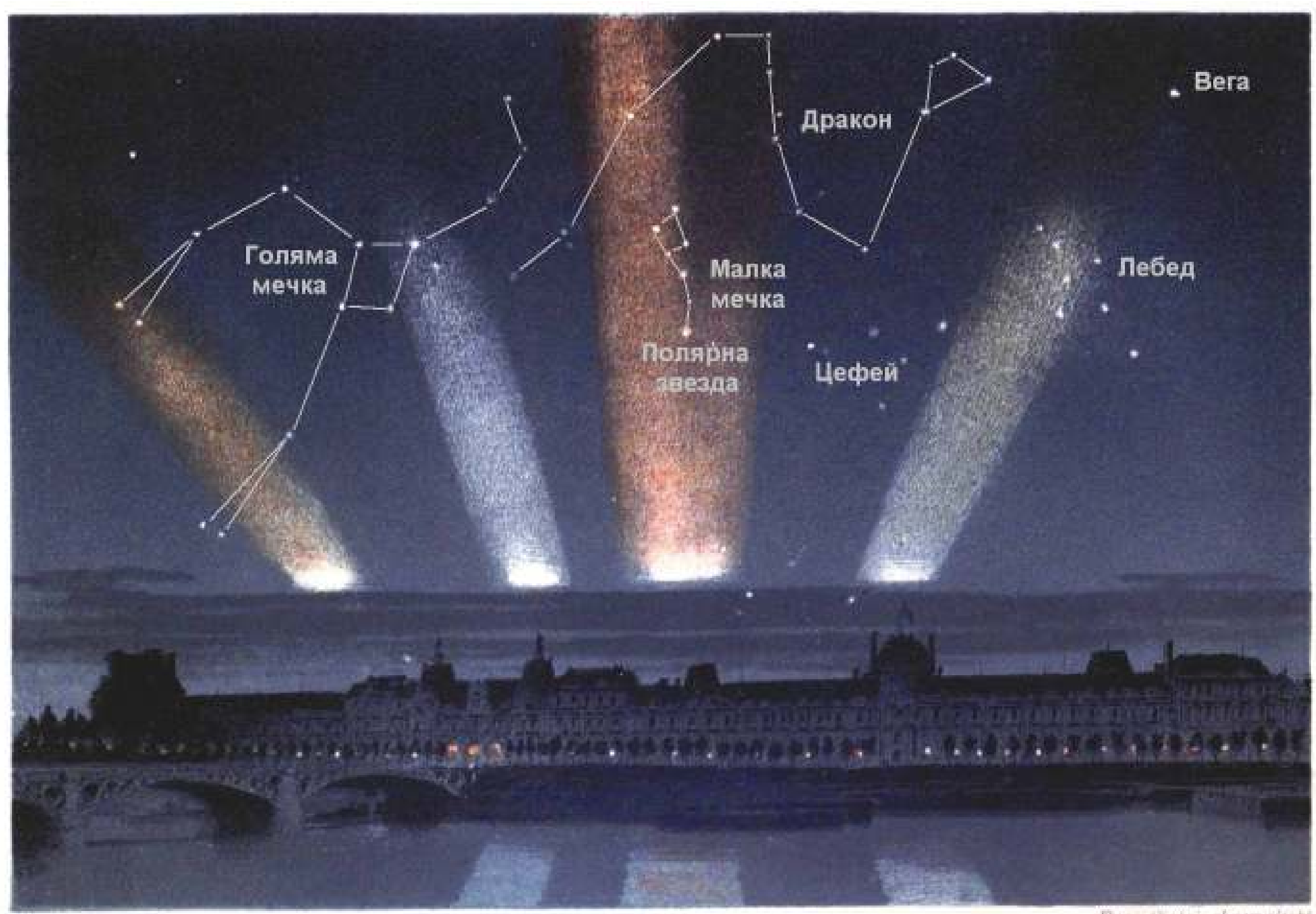
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 13 април 2013 г., Кърджали

Възрастова група VII-VIII клас – теоретичен кръг – решения

1 задача. Решение:

На рисунката сравнително лесно разпознаваме съзвездията Малка мечка и Голяма мечка. Вижда се и фигурата на съзвездието Дракон. С по-голяма доза въображение можем да видим и Цефей, а няколкото ярки звезди вдясно от него трябва да са от Лебед, но това съзвездие много трудно може да се разпознае в тях.



AURORA BOREALIS — SEEN AT PARIS, MAY 13, 1869

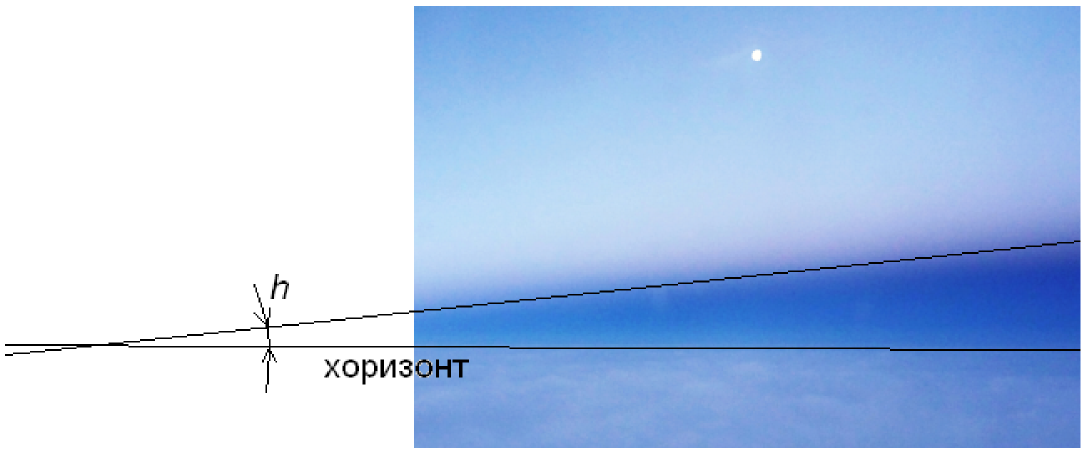
Разглеждаме звездната карта. Около 21 март Слънцето е в пролетната равноденствена точка. Към 21 май то трябва да се премести на около 60° източно от нея (по посока на часовниковата стрелка върху картата) да навлезе в границите на съзвездието Бик. На 13 май Слънцето трябва да се е намирало близо до границата между съзвездията Овен и Бик. Звездната карта ни помага да установим, че при такова разположение на звездите и главно на Малката мечка, каквото е на картината, съзвездието Бик е било в долна кулминация. Видимото денонощно движение на звездното небе става в посока обратна на часовниковата стрелка, когато гледаме към северния небесен полюс. Следователно Слънцето е било в долна кулминация преди около час. Това означава, че рисунката отразява вида на звездното небе около 1 часа след полунощ по местно време.

<u>Критерии за оценяване (Общо 10 т.):</u>
За правилно изброяване на три съзвездия, които са на картината – 3 × 0.5 = 1.5 т.
За правилно означаване на съзвездията върху картината – 3 × 1.5 = 4.5 т.
За правилно определяне на положението на Слънцето и обяснение – 2 т.
За определяне на часа по местно време и обяснение – 2 т.

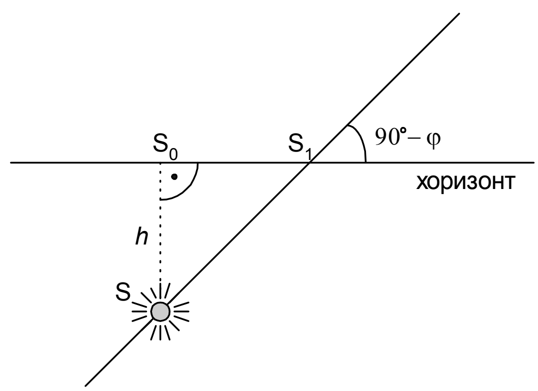
2 задача. Решение:

Разположението на сянката на Земята показва, че Слънцето е било малко под хоризонта и наляво от гледката през илюминатора на самолета. Фактът, че се вижда Луната, означава, че не е възможно младият астроном Каравасилев да е гледал към северната част на хоризонта. Фазата на Луната е близо до последна четвърт и това означава, че времето е малко преди изгрева на Слънцето, а тя е над южната част на хоризонта. Астрономът е пътувал от София към Лондон, т.е. на запад. Следователно той е седял в лявата част на самолета.

Очертаваме на снимката хоризонта и границата на земната сянка. Продължаваме двете прави линии до пресичането им и измерваме ъгъла между тях h. Получаваме $h = 5°$. Този ъгъл е равен на отстоянието на Слънцето от хоризонта, т.е. Слънцето е на 5° под хоризонта.



Денят е 20 март – пролетното равноденствие. Тогава Слънцето е било в пролетната равноденствена точка и се е намирало на небесния екватор (или близо до това положение, ако снимката не е направена точно в момента на пролетното равноденствие). То е трябвало да изгрее в 6 часа по местно време. Понеже снимката е направена, когато Слънцето е било само на 5° под хоризонта, можем приблизително да кажем, че това е било около 5:30 часа с точност до половин час. Можем да направим и по-точна оценка. Денонощният паралел на Слънцето при деклинация 0° е голям кръг от небесната сфера. Той сключва ъгъл с хоризонта $90° - \varphi = 45°$, където $\varphi = 45°$ е географската ширина.



На схемата с S е отбелязано положението на Слънцето. До изгрева то има да измине път SS_1. Тъй като триъгълник SS_1S_0 е правоъгълен и равнобедрен, то $S_0S_1 = S_0S = h = 5°$. Съгласно Питагоровата теорема:

$$SS_1^2 = 2h^2$$

$$SS_1 = h\sqrt{2} \approx 7°$$

Движейки се по голям кръг от небесната сфера, Слънцето изминава 15° за един час. Следователно до изгрева му остава време $\frac{7°}{15°} \cdot 1^h \approx 0.467^h \approx 28^{\min}$.

Снимката трябва да е направена приблизително в 5 ч. 32 мин. по местно време.

Слънцето може да се наблюдава в зенита по пладне в зоната между северната и южната тропични окръжности. На екватора това се случва в дните на пролетното и есенното равноденствие. Следователно, ако наблюдаваните от Никола Каравасилев моменти, в които Слънцето се издига до зенита по пладне, са през половин година, то Островът на русалките е близо до екватора.

На северната тропична окръжност Слънцето достига зенита по пладне само веднъж в годината – в деня на лятното слънцестояние за северното полукълбо на Земята. Ако от северната тропична окръжност започнем да се приближаваме към екватора, то ще наблюдаваме два дни в годината, когато по пладне Слънцето ще се издига до зенита. Тези два дни отначало ще бъдат близо до деня на лятното слънцестояние – единият от тях малко преди, а другият малко след слънцестоянието. Колкото повече се приближаваме към екватора, толкова повече ще се раздалечават от слънцестоянието двата дни, в които Слънцето се издига по пладне до зенита, и ще се приближават до датите на равноденствията. В южното полукълбо ситуацията е аналогична, но там на южната тропична окръжност Слънцето се издига до зенита в деня на зимното слънцестояние за нас.

Ако дните, в които Слънцето по пладне достига зенита, се случват точно през половин година, то отвлеченият астроном не се намира на екватора. На екватора тези дни не са точно през половин година. Това е така, защото периодът от пролетното равноденствие до есенното е малко по-дълъг, отколокото от есенното равноденствие до пролетното. Причината е неравномерното движение на Земята по нейната елиптична орбита около Слънцето и фактът, че тя минава през своя перихелий през януари, а през афелия – през юли. Ако дните, в които Слънцето достига до зенита, са точно през половин година, то значи, че те са леко приближени към деня на лятното слънцестояние в сравнение с дните, когато това се случва на екватора. Следователно в такъв случай Островът на русалките се намира малко на север от екватора – в северното полукълбо.

<u>*Критерии за оценяване (общо 12 т.):*</u>

За определяне от коя страна на самолета е седял астрономът и обяснение – 1 т.

За установяване на факта, че снимката е направена малко преди изгрева (а не залеза) на Слънцето, и обяснение – 1 т.

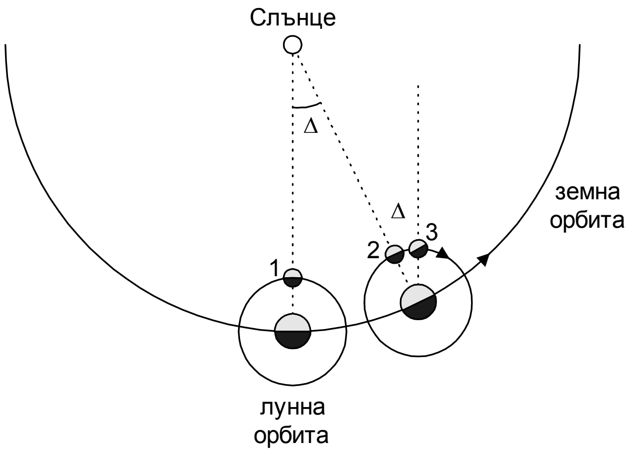
За измерване и определяне на отстоянието на Слънцето от хоризонта – 2 т.

За обосновка и определяне в колко часа е направена снимката по по-точния метод – 2 т. (При привеждане на приблизителна оценка, вместо 2 се дават 1 точки).

За правилни разсъждения, че островът се намира близо до екватора – 3 т.

За правилни разсъждения, че островът ще е в северното полукълби – 3т.

3 задача. Решение:



На схемата в позиция 1 е изобразена Луната в новолуние. След един сидеричен лунен месец Луната е направила пълна обиколка по своята орбита и е в позиция 3. През това време Земята се е завъртяла по орбитата си около Слънцето на ъгъл Δ. От схемата се вижда, обаче, че моментът на второто новолуние – позиция 2 на Луната – вече е минал. От него до позиция 3 Луната се е придвижила на същия ъгъл Δ по своята орбита около Земята.

От момента, когато Луната е била в положение 1, до момента, когато стигне до положение 3, изминава един сидеричен месец. Следователно, ако Луната се движи в посока обратна на сегашната, синодичният месец ще е не по-дълъг, както сега, а по-кратък от сидеричния. Да означим сидеричния лунен месец с T_{sid} , синодичния с T_{syn} , а орбиталния период на Земята около Слънцето с T_0 . За ъгъла Δ можем да напишем:

$$\Delta = 360° \cdot \frac{T_{sid}}{T_0}$$

Луната се придвижва от положение 2 до положение 3 за време, равно на $T_{sid} \cdot \dfrac{\Delta}{360°}$. Тогава за синодичния лунен месец получаваме:

$$T_{syn} = T_{sid} - T_{sid} \cdot \frac{\Delta}{360°}$$

$$T_{syn} = T_{sid}\left(1 - \frac{T_{sid}}{T_0}\right)$$

$$T_{syn} \approx 25.28 \text{ денонощия}$$

Това е приблизително пресмятане, понеже не отчитаме факта, че при новолунието в позиция 2 Земята още няма да е достигнала положението по орбитата си, в което сме я поставили, и ъгълът, на който Луната ще трябва да се дозавърти, за да довърши орбиталната си обиколка (до изтичането на сидеричния месец) ще е малко по-голям от Δ. По-точен резултат можем да получим, като използваме следното съотношение:

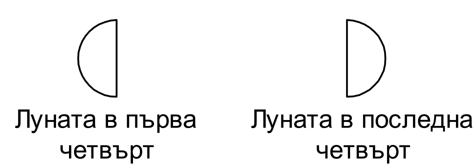
$$\frac{1}{T_{syn}} = \frac{1}{T_{sid}} + \frac{1}{T_0}$$

Оттук пресмятаме:

$$T_{syn} = \frac{T_0 T_{sid}}{T_0 + T_{sid}}$$

$$T_{syn} \approx 25.42 \text{ денонощия}$$

Ако Луната се движи обратно по своята орбита, то тя ще се премества на фона на звездите от изток на запад, а не както сега – от запад на изток. Така ще се премества Луната и спрямо Слънцето. След новолуние, за земния наблюдател Луната ще се отклонява на запад от Слънцето



и сърпът на новата Луна ще бъде изпъкнал на изток. По-нататък той ще се изпълва до първа четвърт, когато Луната ще се намира на 90° западно от Слънцето. В последна четвърт Луната ще бъде на 90° източно от Слънцето и ще изглежда като полукръг изпъкнал на запад.

Във фаза първа четвърт Луната ще бъде на 90° западно от Слънцето, както вече отбелязахме. Ако тогава тя се наблюдава в съзвездието Близнаци, то Слънцето ще се намира на три зодиакални знака източно от нея, т.е. в съзвездието Дева. Слънцето е в това съзвездие в края на септември и през по-голямата част на октомври.

Да означим с P периода на околоосно въртене на Земята, или звездното денонощие, равно на 23 ч. 56 м. Нека P' е интервалът от време, през който Луната преминава над една и съща точка от земното кълбо (За простота тук не разглеждаме наклона на земната орбита и наклона на лунната орбита към еклиптиката). Тъй като Луната ще обикаля около Земята в посока обратна и на земното околоосно въртене, можем да определим този интервал от следното съотношение:

$$\frac{1}{P'} = \frac{1}{P} + \frac{1}{T_{sid}}$$

Оттук получаваме:

$$P' = \frac{T_{sid} P}{T_{sid} + P}$$

Както знаем, обаче, при приливното въздействие на Луната, в земните океани се получават две приливни вълни – едната от страната на Земята, която е обърната към Луната, а другата – от противоположната страна. Следователно за време P' през дадено място на Земята ще преминават две приливни вълни, или периодът Δt, през който това ще се случва, ще бъде равен на $P'/2$. Така намираме:

$$\Delta t \approx 0.4809 \text{ денонощия} \approx 11 \text{ ч. } 33 \text{ м.}$$

<u>Критерии за оценяване (общо 14 т.):</u>

За правилен метод на изчисление на синодичния период – 3 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

Забележка – приблизителният метод с разсъжденията и използването на точната формула да се оценяват равностойно.

За рисунки на Луната в първа и последна четвърт и обяснение – 3 т.

За обяснетие и отговор в кой месец Луната в първа четвърт може да е в Близнаци – 3 т.

За правилен метод на пресмятане на интервала между приливните вълни – 3 т.

За правилен числен резултат – 1 т.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 14 април 2013 г., Кърджали

Възрастова група VII-VIII клас – *практически кръг – решения*

Практическа задача. Решение:

Виждаме, че на снимката на затъмнението дискът на Луната е съществено по-малък от диска на Слънцето. Това означава, че Луната се намира в такава част от своята орбита, в която е далече от Земята. Най-далече от Земята се намира апогеят на лунната орбита. Следователно Луната се намира близо до апогея на орбитата си.

За да определим ъгловия диаметър на видимия лунен диск, ще го сравним с видимия диск на Слънцето. Измерваме диаметрите на двата диска по снимката и получаваме за диска на Слънцето $d_{Сл}$ = 156 mm, а за диска на Луната $d_{Л}$ = 145 mm. От условието е известно, че видимият ъглов размер на диска на Слъцето е $\delta_{Сл} = 31.6'$. Тогава за Луната получаваме:

$$\frac{\delta_{Л}}{\delta_{Сл}} = \frac{d_{Л}}{d_{Сл}}$$

$$\delta_{Л} = \delta_{Сл} \cdot \frac{d_{Л}}{d_{Сл}} = 29'.4$$

Щом приемаме, че снимката е направена от област на земната повърхност, която е близка до северния географски полюс, то не е необходимо да вземаме предвид движението на наблюдателя вследствие въртенето на Земята. Точки от земната повърхност, които се намират близо до полюсите, се движат с много малка скорост относно центъра на Земята. Затова може да приемем, че се движим относно Слънцето успоредно на центъра на Земята и със същата скорост. Тогава продължителността на явлението ще зависи само от орбиталното движение на Земята около Слънцето, от орбиталното движение на Луната около Земята и от видимите ъглови размери на Слънцето и Луната.

Понеже разглеждаме явление чиито характеристики зависят от видимото движение на лунния диск относно слънчевия диск, то трябва да потърсим начин да определим скоростта на движение на единия диск относно другия. Знаем, че периодът на орбитално движение на Луната относно Слънцето, се дава от така наречения синодичен месец. Ще намерим неговата продължителност използвайки дадените в условието сидерични (т.е. звездни; определени относно звездите) периоди на Луната около Земята и на Земята около Слънцето. Периодът на завъртане на Земята около Слънцето е равен на периода на видимото движение на Слънцето относно звездите и се нарича звездна година. Тогава, използвайки формулата за синодичен и сидеричен период, получаваме:

$$\frac{1}{T_{Sin}} = \frac{1}{T_{Sid}} - \frac{1}{T_0}$$

$$T_{Sin} = \frac{T_{Sid} \cdot T_0}{T_0 - T_{Sid}} = 29^{\text{d}}.53$$

където:

T_0 – звездна година (период на видимото движение на Слънцето, относно звездите).

T_{Sid} – сидеричен лунен месец
T_{Sin} – синодичен лунен месец

Получихме периода на завъртане на Луната относно линията Земя – Слънце. Относно тази линия, за един пълен синодичен период, Луната изминава 360^{O} по своята орбита. Нас, обаче, ни интересува за колко време Луната ще измине ъглово разстояние равно на разликата в ъгловите размери на Слънцето и Луната. Това е разстоянието което лунният диск изминава, намирайки се изцяло върху диска на Слънцето. Ако разглеждаме това явление като пасаж на Луната по диска на Слънцето, то ние търсим времето между 2-ри и 3-ти контакт.

Разликата между ъгловите размери на слънчевия и лунния диск е: $\Delta\delta = \delta_{Сл} - \delta_{Л} = 2'.2$

Нека продължителността на пръстенообразната фаза е Δt . Тогава:

$$\frac{\Delta t}{T_{Sin}} = \frac{\Delta\delta}{360^\circ}$$

$$\Delta t = T_{Sin} \cdot \frac{\Delta\delta}{21600'} = 4.33 \text{ минути } = 4^{m}\, 20^{s}$$

Това би било вярно, ако разглеждахме средното движение на Луната около Земята. В нашия случай, обаче, Луната е в апогей и се движи по-бавно с 5.5% от средната й скорост на движение по орбитата. Освен това се намира с 6% по-далече. Може да си представим, че Луната се движи с по-малка скорост, по кръгова орбита с по-голям радиус от сегашното средно разстояние до Земята. И двата ефекта водят до пропорционално намаляване на скоростта на придвижване на Луната на фона на звездите и следователно до пропорционално увеличаване на продължителността на затъмнението.

Затова в действителност ще наблюдаваме затъмнението по-дълго време:

$$\Delta t' = 1.06 \times 1.055 \times \Delta t$$
$$\Delta t' = 4.84 \text{ минути} = 4^{m}\, 51^{s}$$

Критерии за оценяване (общо 15 т.):
За правилни разсъждения, че Луната се намира в апогей – 2т.
За измерване и правилно пресмятане на ъгловите размери на Луната – 3т.
За правилни разсъждения относно движението на наблюдателя заедно със Земята – 2т.
За правилен метод на изчисление на синодичния период – 2 т.
За правилен метод за пресмятане на продължителността на затъмнението – 3т.
За правилно отчитане ефекта от по-далечната и по-бавна Луна – 2т.
За точен краен резултат – 1т.

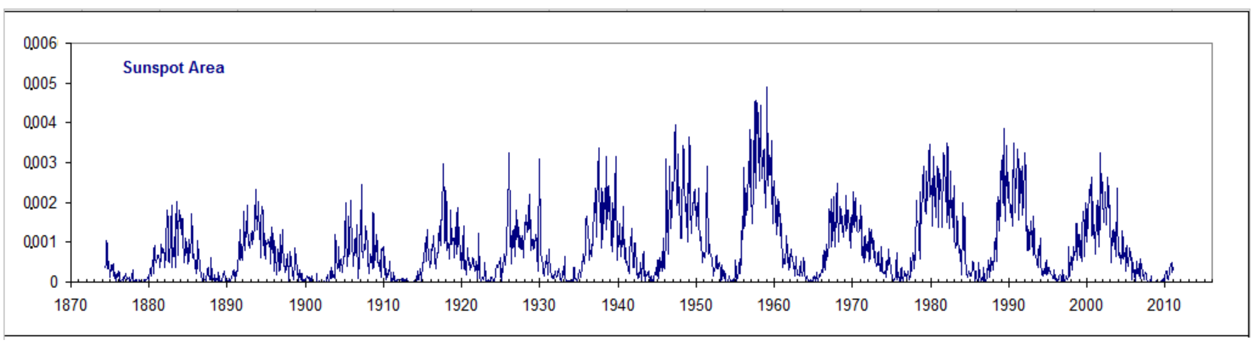
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 13 април 2013 г., Кърджали

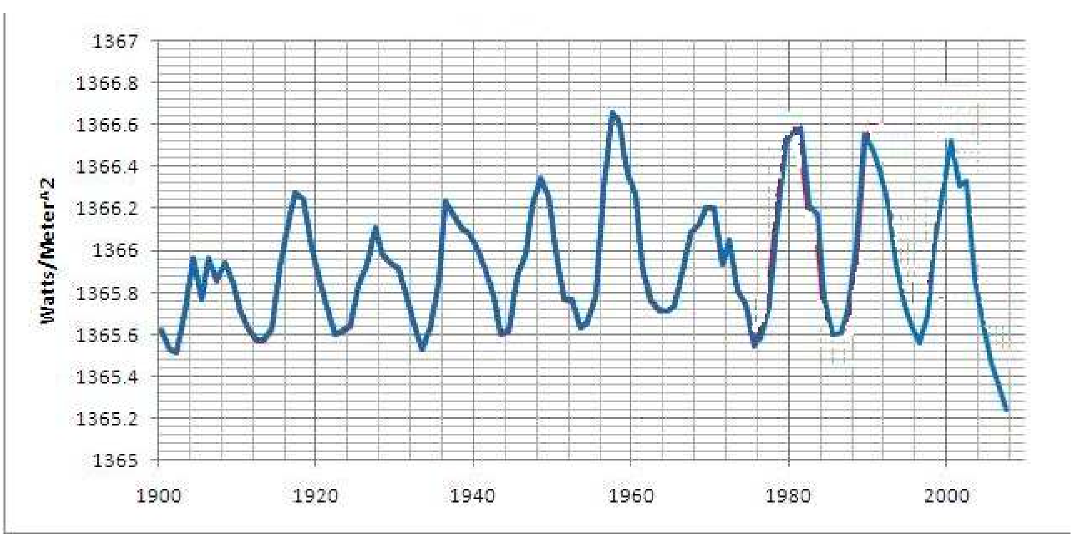
ТЕМА ЗА ВЪЗРАСТОВА ГРУПА – IX-X КЛАС
ТЕОРЕТИЧЕН КРЪГ

1 задача. Слънчева активност. Слънчевата фотосфера има температура 5800 К. В слънчевите петна температурата е около 4200 К и затова те изглеждат по-тъмни на фона на останалата част от слънчевия диск. Един от показателите, характеризиращи слънчевата активност, е сумарната площ на петната. На фиг. 1 е дадена графика на изменение на този показател с времето. Виждат се 11-годишните цикли на слънчевата активност. Фиг. 2 показва изменението с времето на слънчевата константа – количеството слънчева енергия, попадащо на единица площ за единица време върху земната атмосфера. Слънчевите факели се появяват обикновено около петната и са по-ярки от останалата част на фотосферата. На Фиг. 3. е представено изменението на сумарната площ на слънчевите факели с времето.

- Разгледайте графиките и обяснете защо в максимумите на слънчева активност, когато сумарната площ на петната е най-голяма, слънчевото греене не отслабва, а напротив – става по-силно от средното.
- Оценете температурата на слънчевите факели.

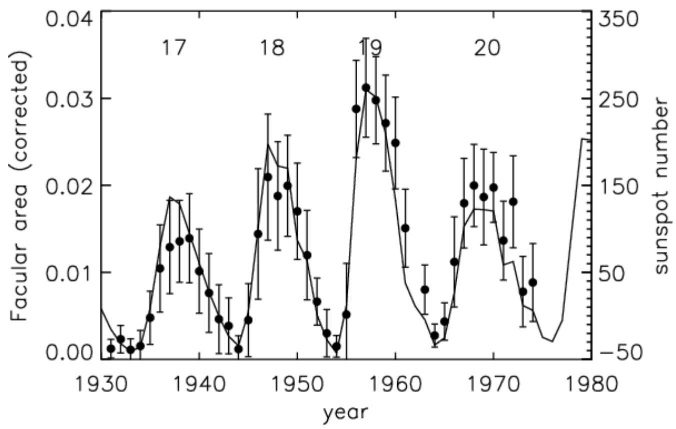


Фиг. 1. Сумарна площ на слънчевите петна в части от площта на видимия слънчев диск.



Фиг.2. Изменение на слънчевата константа с времето.

Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!



Фиг. 3. Сумарна площ на слънчевите факели в части от площта на видимия слънчев диск (по лявата скала) – стойностите са означени с черни кръгчета. С непрекъснатата линия е представено изменението на броя слънчеви петна с времето.

2 задача. Цялото Слънце. Космическите станции STEREO A и STEREO B се движат около Слънцето по орбити, близки до земната орбита. Те имат за задача да фотографират Слънцето от различни страни. Орбиталните периоди на двете станции са такива, че едната от тях леко изпреварва Земята при движението си около Слънцето, а другата леко изостава, но винаги двете станции са отклонени на еднакви ъгли симетрично от двете страни на Земята по нейната орбита. Станцията STEREO A се движи по орбита, чиито радиус е с 5.58×10^6 км по-малък от радиуса на земната орбита.

- Намерете орбиталните периоди на двете станции.
- Колко време след старта двете станции ще бъдат на по 90° от двете страни на Земята почти по нейната орбита и ще фотографират две противоположни страни на Слънцето?

Радиусът на земната орбита е 149.6×10^6 км.

3 задача. Сатурн в небето. Облакоподобен любител астроном, живеещ в бурната атмосфера на Юпитер, е очарован от планетата Сатурн, вероятно заради нейните пръстени. Пръстените на родния му Юпитер далеч не са така великолепни. В една юпитерианска вечер той се любува на Сатурн в своя телескоп, направен от ледени кристали, и със съжаление проследява залеза на планетата в полунощ по местно юпитерианско време.

- В нощите непосредствено след тази как ще се променя моментът на залеза на Сатурн – дали ще става по-ранен или по-късен?
- След колко време юпитерианският астроном ще наблюдава изгрев на Сатурн в полунощ?
- Ако при залеза на Сатурн в полунощ той е бил в съзвездието Водолей за юпитерианския наблюдател, то в кое съзвездие ще се вижда, когато дойде моментът да изгрява в полунощ?

Орбиталните периоди на Юпитер и Сатурн са съответно 12 и 30 години, а радиусите на техните орбити – 5 и 10 астрономически единици.

Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 14 април 2013 г., Кърджали

ТЕМА ЗА ВЪЗРАСТОВА ГРУПА – IX-X КЛАС

ПРАКТИЧЕСКИ КРЪГ

Практическа задача. Двойната звезда SDSS J013851.54-001621.6.

Затъмнително двойната звезда SDSS J013851.54-001621.6 се състои от червено джудже, което представлява звезда в стабилен стадий на еволюция, и бяло джудже – остатък от звезда, достигнала края на своя живот.

- На Фиг.1 виждате графика на изменението на лъчевите скорости на двете звезди. Тя показва, че орбитите на звездите около центъра на масите им са близки до кръгови. Като използвате графиката, определете орбиталния период на системата, радиусите на орбитите на двете звезди около центъра на масите, отношението на масите на двете звезди и масата на всяка от звездите, изразена в слънчеви маси. Приемете, че орбитите на двете звезди са кръгови, като усредните необходимите величини, измерени по графиката.

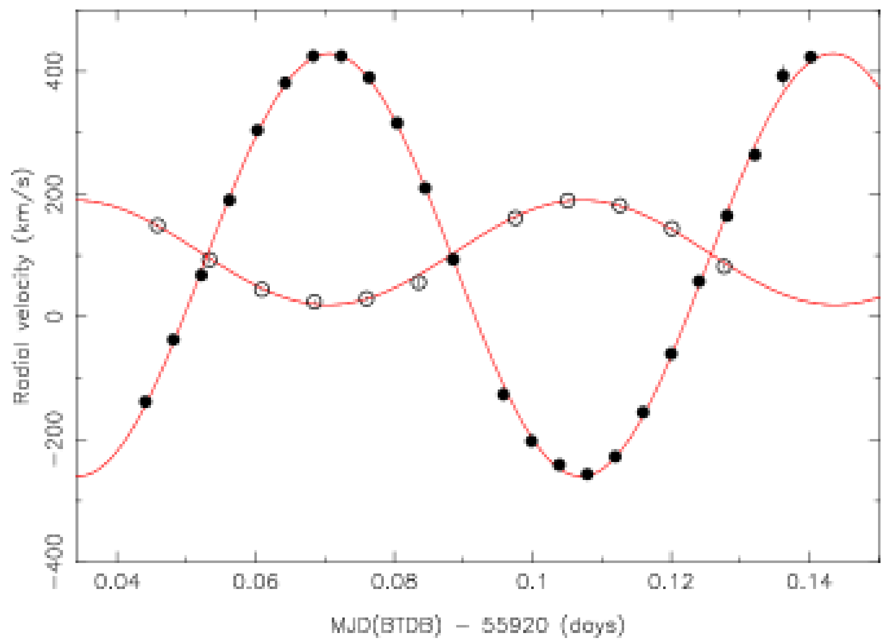
На Фиг.2 е представена крива на изменение на блясъка на двойната система. Считайте, че зрителният лъч от земния наблюдател лежи в орбиталната равнина на двете звезди. Поради приливното въздействие на бялото джудже, червеното джудже е с издължена елипсоидална форма (подобна на пъпеш). При орбиталното движение на системата то обръща към земния наблюдател различни свои страни и на това се дължат вълнообразните участъци извън главните минимуми по кривата на блясъка.

- Нарисувайте схематично как са разположени двете компоненти за земния наблюдател в моментите, съответстващи на точките A, B, C и D от кривата на блясъка.
- Оценете отношението на голямата към малката полуос на елипсоидалното червено джудже. Лицето на елипса с голяма и малка полуоси a и b е $S = \pi ab$.
- Тази звездна система е много стара. Възрастта й се оценява на 9.5 милиарда години. Оценете до каква температура е изстинало бялото джудже.

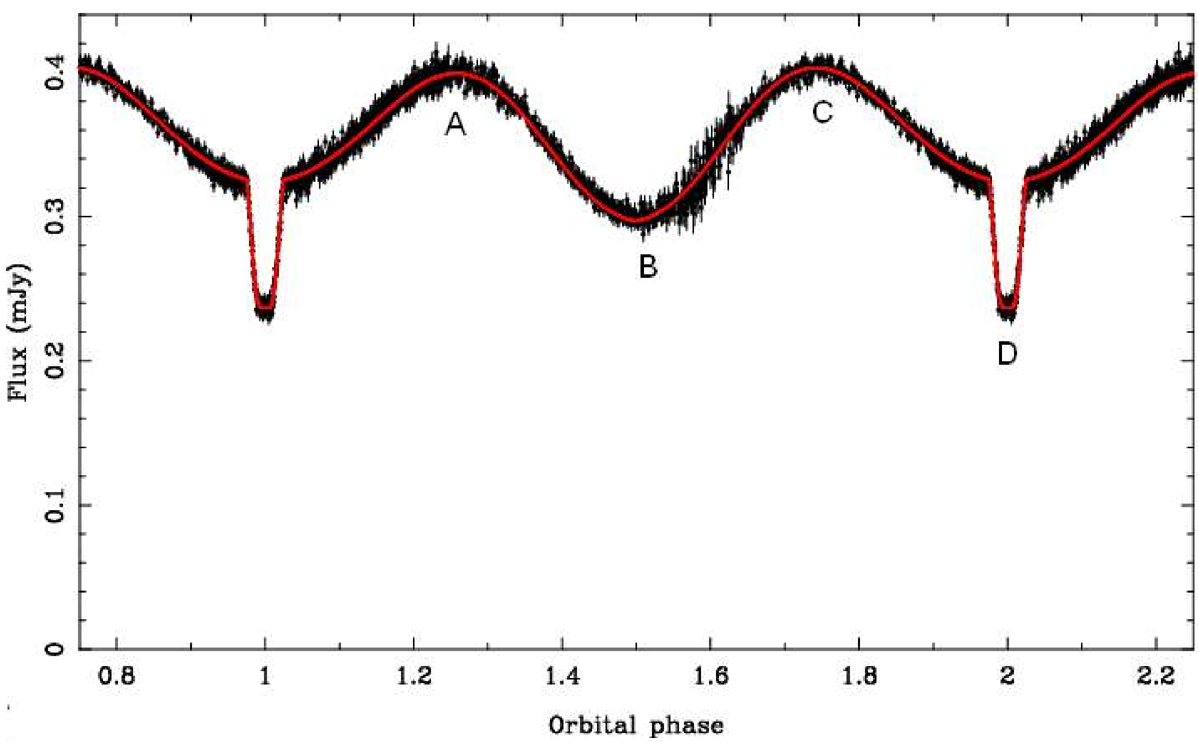
Температурата на червеното джудже е 2900 K. Радиусите на бялото и червеното джудже са съответно 0.0131 и 0.165 части от слънчевия радиус. (За елипсоидалното по форма червено джудже това може да се приеме като среден радиус). Имайте предвид, че по вертикалната скала на кривата на блясъка са нанесени единици осветеност (а не звездна величина).

Масата на Слънцето е 2×10^{30} кг.

Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!



Фиг. 1. Крива на лъчевите скорости на двойната звезда. Единиците по хоризонталната ос са части от денонощието.



Фиг. 2. Крива на блясъка на двойната звезда. По хоризонталната ос са нанесени части от периода на звездата (т.нар. фаза). По вертикалната ос е даден блясъкът на звездата в единици осветеност (а не звездна величина).

Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 13 април 2013 г., Кърджали

Възрастова група IX-X клас – теоретичен кръг – решения

1 задача. Решение:

В периодите на максимална слънчева активност слънчевата константа има по-висока стойност въпреки че сумарната площ на по-хладните слънчеви петна е по-голяма. Това означава, че допълнителната енергия, която се излъчва от факелите, е достатъчно голяма, за да компенсира и надвиши недостига на излъчена енергия, свързан със слънчевите петна.

Да изберем един максимум на слънчевата активност – например този, който е бил малко преди 1960 г. Определяме по графиките сумарната площ на слънчевите петна S_{sm}, сумарната площ на факелите S_{fm} и слънчевата константа A_m за този максимум. Определяме същите величини и за минимума, който е бил преди този максимум – съответно S_{s0}, S_{f0} и A_0. Означаваме с S цялата площ на видимия слънчев диск. Получаваме следните резултати:

	Максимум	Минимум
Площ на слънчевите петна	0.004 S	0
Площ на факелите	0.032 S	0.001 S
Слънчева константа	1366.63 W/m^2	1365.60 W/m^2

Съгласно закона на Стефан-Болцман абсолютно черно тяло, нагрято до температура T, излъчва от единица площ на своята повърхност за единица време енергия, равна на σT^4. Следователно за енергията, достигаща до нас от Слънцето за единица време върху единица площ – или за слънчевата константа, могат да се напишат следните съотношения:

$$A_m \propto \left(S - S_{sm} - S_{fm}\right)\sigma T^4 + S_{sm}\sigma T_s^{\ 4} + S_{fm}\sigma T_f^{\ 4} \quad \text{за максимум на слънчевата активност}$$

$$A_0 \propto \left(S - S_{s0} - S_{f0}\right)\sigma T^4 + S_{s0}\sigma T_s^{\ 4} + S_{f0}\sigma T_f^{\ 4} \quad \text{за минимум на слънчевата активност}$$

Тук с T сме означили температурата на слънчевата фотосфера, там където няма петна или факели, а с T_s и T_f – температурите на петната и на факелите. Оттук получаваме:

$$\frac{A_m}{A_0} = \frac{\left(S - S_{sm} - S_{fm}\right)T^4 + S_{sm}T_s^{\ 4} + S_{fm}T_f^{\ 4}}{\left(S - S_{s0} - S_{f0}\right)T^4 + S_{s0}T_s^{\ 4} + S_{f0}T_f^{\ 4}}$$

От това уравнение определяме температурата на слънчевите факели:

$$T_f \approx 5960 \text{ K}$$

Ако използваме данни от други максимуми и минимуми на слънчевата активност, или пък усредним величините за множество цикли, навярно ще получим по-различни оценки, но можем да кажем, че температурата на факелите е с около 100 – 200 K по-висока, отколокото температурата на фотосферата извън петната и факелите.

<u>*Критерии за оценяване (общо 12 т.):*</u>

За отговор на въпроса защо при много петна потокът слънчева енергия се повишава, а не намалява – 2 т.

За определяне на величините от графиките – 3 т.

За правилна идея на метода за определяне на температурата на факелите – 2 т.

За правилна математическа постановка на метода за пресмятане – 4 т.

За правилна числена оценка – 1 т.

2 задача. Решение:

Означаваме с r_0 радиуса на земната орбита около Слънцето, а с $r_A = r_0 - \Delta r$ радиуса на орбитата на станцията STEREO A ($\Delta r = 5.58 \times 10^6$ км). Нека T_0 е орбиталният период на Земята около Слънцето, а T_A – периодът на станцията. Съгласно III закон на Кеплер:

$$\frac{r_A^{\ 3}}{T_A^{\ 2}} = \frac{r_0^{\ 3}}{T_0^{\ 2}}$$

Оттук намираме орбиталния период на станцията STEREO A:

$$T_A = T_0 \sqrt{\left(\frac{r_A}{r_0}\right)^3} \approx 0.9446 \text{ години} \approx 345 \text{ дни}$$

Да разгледаме движението на станциите в координатна система, в която Земята е неподвижна. След старта те ще се отдалечават по орбитите си от Земята в две противоположни посоки. Тъй като изискването е да са отклонени на еднакви ъгли симетрично от двете страни на Земята, то след време те и двете ще се озоват на 180° от Земята, а след още толкова време ще се съберат отново близо до Земята. Това означава, че синодичните периоди на двете станции са еднакви. Да пресметнем синодичния период T_S на станцията STEREO A:

$$\frac{1}{T_S} = \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_0}$$

$$T_S = \frac{T_0 T_A}{T_0 - T_A} \approx 17.0505 \text{ години}$$

Станцията STEREO B има същия синодичен период и следователно:

$$\frac{1}{T_S} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_B}$$

където T_B е сидеричният период или истинският орбитален период на станцията STEREO B. Оттук пресмятаме:

$$T_B = \frac{T_S T_0}{T_S - T_0} \approx 1.0623 \text{ години} \approx 388 \text{ дни}$$

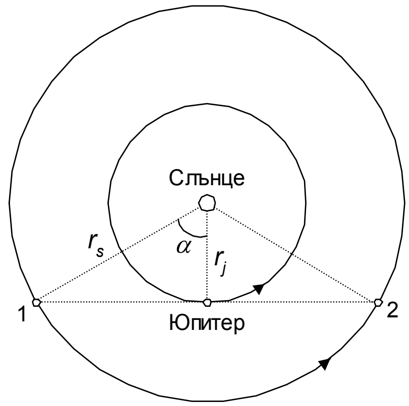
Интервалът от време, за който след старта двете станции ще се отдалечат на 90° от двете страни на Земята и ще могат да фотографират двете противоположни страни на Слънцето, е равен на една четвърт от синодичния период на станциите:

17.0505 / 4 ≈ 4.26 години ≈ 4 год. 95 дни = 1556 дни

<u>Критерии за оценяване (общо 10 т.):</u>
За намиране на орбиталния период на станцията STEREO A – 2 т.
За съобразяване, че двете станции имат еднакъв синодичен период и обяснение – 2 т.
За определяне на синодичния период – 2 т.
За пресмятане на орбиталния период на стнацията STEREO B – 2 т.
За определяне кога станциите ще са от две противоположни страни на Слънцето – 2 т.

3 задача. Решение:

Юпитерианският астроном любител е видял Сатурн да залязва в полунощ по местно време. Това означава, че Сатурн е бил в източна квадратура за наблюдател на Юпитер (положение 1 на схемата). Ъгловата скорост на Сатурн около Слънцето е по-малка от тази на Юпитер. Сатурн изостава по орбитата си в сравнение с Юпитер и следователно за юпитерианския наблюдател в следващите дни видимото му ъглово отстояние от Слънцето ще намалява. Това означава, че часът на залеза на Сатурн ще става все по-ранен и той ще се вижда за все по-кратко време във вечерното юпитерианско небе – Сатурн ще се приближава към горно съединение със Слънцето.



В условието са дадени приблизителни стойности, според които орбиталният радиус на Сатурн r_s е двойно по-голям от орбиталния радиус на Юпитер r_j. Оттук следва, че ъгълът α е равен на 60°. За да се наблюдава изгрев на Сатурн в полунощ, той трябва да е в западна квадратура – положение 2 на схемата. В координатна система, неподвижно свързана с Юпитер, планетата Сатурн трябва да се придвижи по часовниковата стрелка от положение 1 до положение 2, което съответства на ъгъл $360° - 2 \times 60° = 240°$. Това движение ще се извършва с ъглова скорост, съответстваща на синодичния период на Сатурн T'. Можем да го намерим по формулата:

$$\frac{1}{T'} = \frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_s}$$

където T_j и T_s са орбиталните период на Юпитер и Сатурн.

$$T' = \frac{T_s T_j}{T_s - T_j} = 20 \text{ години}$$

Търсеното време е:

$$t = T' \cdot \frac{240°}{360°} \approx 13.3 \text{ години}$$

При първоначалното наблюдение, когато е в положение 1, Сатурн се е виждал в съзвездието Водолей. Когато стигне до положение 2, той ще бъде на 120° източно от първоначалното си положение 1. Това съответства на 4 зодиакални съзвездия, или Сатурн трябва да се вижда в съзвездието Близнаци. Нека не забравяме, обаче, че сме в координатна система, която се върти около Слънцето заедно с Юпитер. За 13.3 години Юпитер ще направи една пълна обиколка по орбитата си и още малко над 1/12 част от нея. Това означава, че Сатурн ще бъде в следващото след Близнаци зодиакално съзвездие, т.е. в Рак.

Критерии за оценяване (общо 14 т.):

За правилно определяне на порвоначалната конфигурация на Сатурн – 2 т.

За обяснение и правилен отговор как ще се изменя времето на залез по-нататък – 2 т.

За посочване на конфигурацията, при която Сатурн ще изгрява в полунощ – 1 т.

За правилен математически метод за определяне на времето за достигане до тази конфигурация – 4 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

За правилен метод за определяне на съзвездието, в което ще бъде Сатурн – 3 т.

За вярно посочване на съзвездието – 1 т.

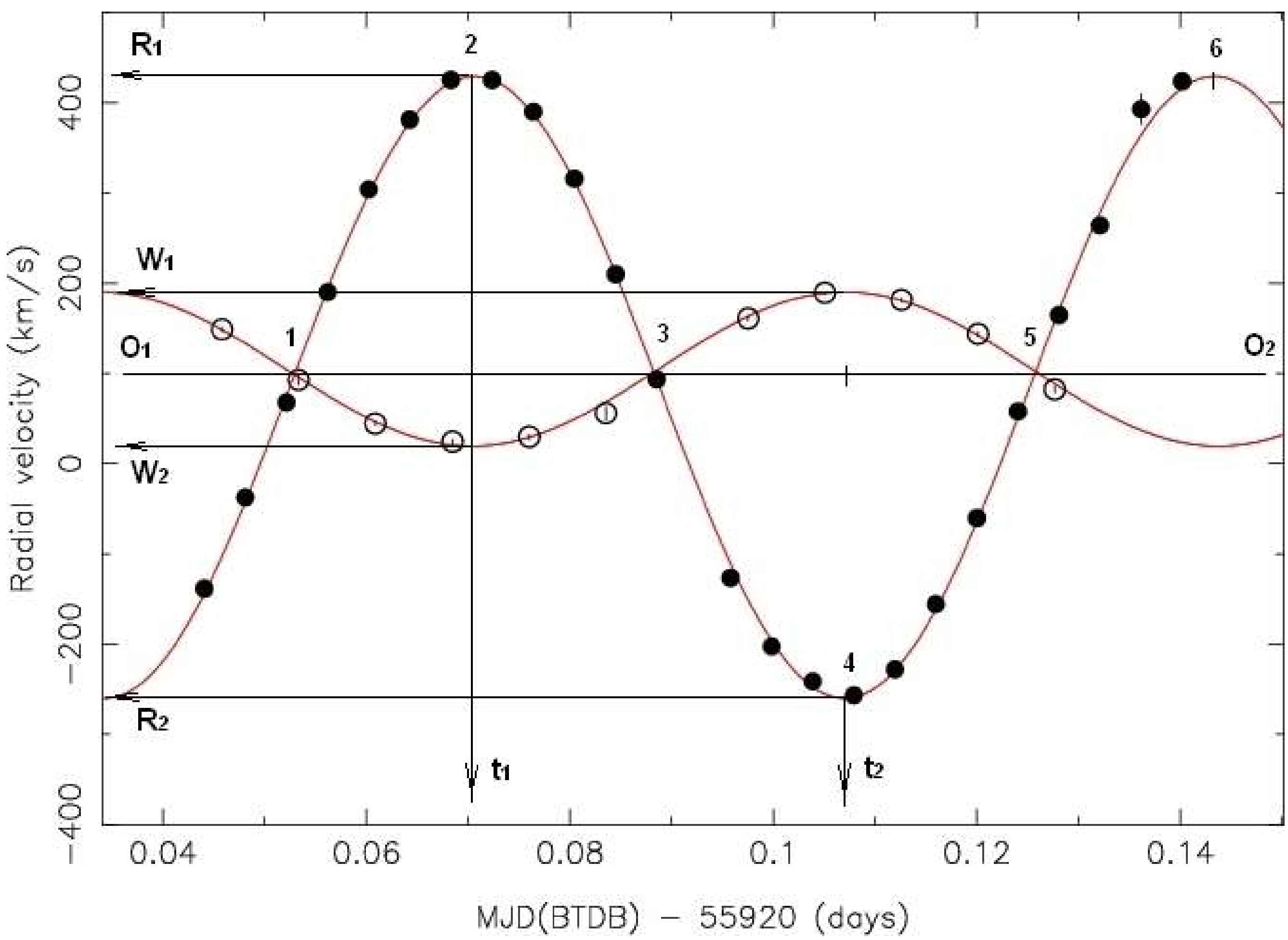
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 14 април 2013 г., Кърджали

Възрастова група IX-X клас – практически кръг - решения

Практическа задача. Решение:

Понеже бялото джудже е по-масивна звезда от червеното джудже, то червеното джудже има по-голяма амплитуда на лъчевите скорости и следователно кривата с черните точки е негова, докато кривата на лъчевите скорости на бялото джудже е построена с незапълнени кръгчета.



Когато двете компоненти на една двойна звезда се движат перпендикулярно на лъча на зрение, тяхната лъчева скорост е равна на лъчевата скорост на центъра на масите на системата. Тъй като двете звезди и центъра на масите лежат на една права линия, това се случва едновременно за двете звезди. Следователно точките **1**, **3** и **5**, в които се пресичат кривите на лъчевите скорости, са тези моменти от време, в които звездите се движат в картинната плоскост и притежават лъчеви скорости, равни на лъчевата скорост на центъра на масите, т.е. лъчевата скорост на двойната звезда относно Слънцето (При наблюдение на лъчеви скорости всички стойности се привеждат към центъра на Слънцето, за да се премахне влиянието на орбиталното движение на Земята). Виждаме, че тази скорост е 100 km/s и тя се превръща за нас в нул-пункт, т.е. в стойност, от която ще отчитаме лъчевите скорости на всяка една от компонентите на звездата относно система свързана с центъра на масите на звездата. При измерване използваме разграфяването на осите като мащабни линии. Виждаме, че в точка **2** лъчевата скорост, относно центъра на масите, е равна на 330 km/s, а в точка **4** – на 360 km/s. Средната стойност е V_{1R} = 345 km/s. Аналогично за бялото джудже намираме средната лъчева скорост – V_{2R} = 85 km/s. За определяне на периода на системата използваме добре определените моменти в точки **1** и **5**. Може да се използват и точки **2** и **4**, като се има предвид, че времето между тях е равно на половината от периода на системата. За периода получаваме приблизително: $p = 1^h\,45^m$.

За всяка една от компонентите може да напишем система от две уравнения:

$$L = 2\pi R$$

$$L = V_R \cdot p$$

Решаваме системата относно радиуса на орбитата:

$$R = \frac{V_R \cdot p}{2\pi}$$

За всяка от компонентите получаваме радиуса на орбитата:

За червеното джудже – R_1 = 350400 km.

За бялото джудже – R_2 = 86350 km.

Отношението на масите на компонентите в една двойна звезда е обратнопропорционално на разстоянието до центъра на масите. Следователно:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{R_1}{R_2} = 4.06 \qquad (1)$$

Виждаме, че бялото джудже е 4 пъти по-масивно от червеното джудже.

За определяне на масите на компонентите ще използваме третия закон на Кеплер. При двойни звезди този закон се пише за относителната орбита. Тя има голяма полуос равна на сумата от големите полуоси на двете компоненти. Периодът на системата е същият. Масата на основното тяло се приема за сума от масите на двете компоненти, а на другата звезда – за пренебрежимо малка.

$$\frac{R^3}{p^2} = \frac{\gamma(M_1 + M_2)}{4\pi^2}$$

където: $R = R_1 + R_2$.

За общата маса на системата получаваме:

$$M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2 (R_1 + R_2)^3}{\gamma \cdot p^2} = 1.21 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg} = 0.61\ M_{\odot} \qquad (2)$$

От уравнения (1) и (2) съставяме система от две уравнения с неизвестни M_1 и M_2.

$$M_1 + M_2 = 0.61\ M_{\odot}$$

$$\frac{M_2}{M_1} = 4.06$$

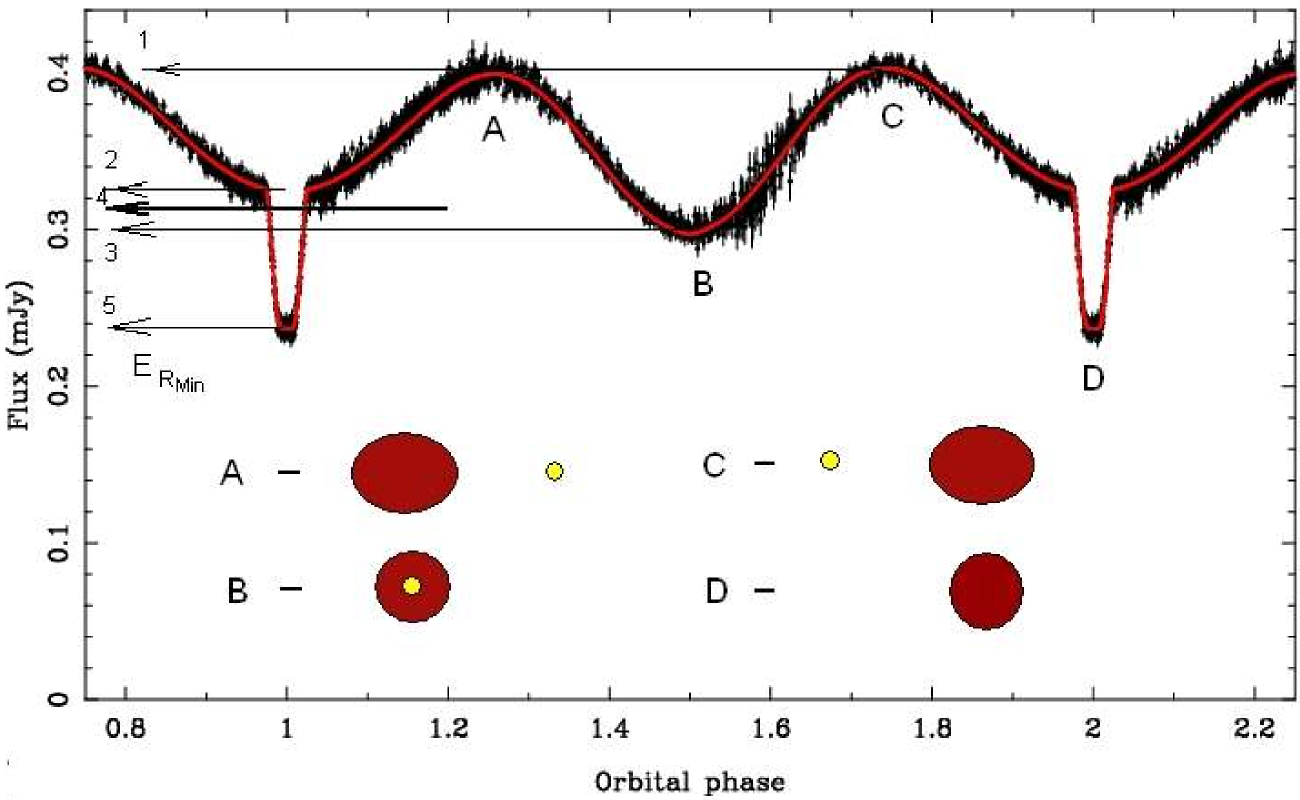
Решаваме системата и получаваме: $M_1 = 0.49\ M_{\odot}$; $M_2 = 0.12\ M_{\odot}$.

Схеми на разположението на компонентите в четирите характерни момента от кривата на блясъка са показани под кривата на блясъка на Фиг.2. В момента означен с буква D бялото джудже е скрито зад червената звезда.

Намираме стойностите на осветеностите в характерните моменти на кривата на блясъка. Стойностите имат следния смисъл:

1 – осветеност в максимума на блясъка, когато се вижда бялото джудже и максимална площ от червеното джудже. Тогава $E_1 = E_{R\,Max} + E_W = 0.4$

2 – осветеност от бялото джудже, което се вижда много близо до червеното и предстои да бъде засенчено от него. Червеното джудже изглежда кръгло, с радиус, равен на малката полуос на елипсата. Тази страна е малко по-гореща от другата поради което осветеността е малко по голяма, отколкото от страната обърната към бялото джудже. Ще използваме тази осветеност само при определяне на осветеността от бялото джудже. Тогава $E_2 = E_{R\,Min1} + E_W = 0.328$.



3 – осветеност от бялото джудже и от минималната фаза на червеното джудже, но от страната с която е обърнато към бялото джудже. Оказва се, че в този случай червеното джудже е малко по-слабо. Тогава $E_3 = E_{R\,Min2} + E_W = 0.3$. Тази стойност се използва при пресмятането на средната осветеност в минимума на червеното джудже.

4 – средна осветеност от 2 и 3, която използваме като стойност на минимума на червеното джудже при определяне на отношението на осите му. Тогава $E_4 = E_{R\,Min} + E_W = 0.314$.

5 – осветеност само от червеното джудже в минимална фаза, като бялото джудже се намира зад него и не дава принос към светимостта на системата. Тогава $E_5 = E_{R\,Min1} = 0.238$.

Оттук следва, че приносът на бялото джудже към осветеността от системата е:

$$E_W = E_2 – E_5 = 0.09$$

Осветеността само от червеното джудже в максимум е:

$$E_{RMax} = E_1 – E_W = 0.31$$

Осветеността само от червеното джудже в среден минимум е:

$$E_{RMin} = E_4 – E_W = 0.224$$

За да определим отношението на осите на елипсоида на червеното джудже ще използваме разликата в осветеностите от червеното джудже в случаите когато то е ориентирано с най-голямото сечение към нас и с най-малкото сечение към нас. В първия случай площта на сечението е равна на площта на елипсата $S_1 = \pi ab$, а във втория – на площта на кръглото сечение на елипсоида $S_2 = \pi b^2$. Отношението на двете площи е равно на отношението на двете полуоси и на осветеностите в двата случая.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi ab}{\pi b^2} = \frac{a}{b} = \frac{E_{RMax}}{E_{RMin}} = 1.384 \quad \frac{a}{b} \approx 1.38$$

За определяне на температурата на бялото джудже ще използваме закона на Стефан – Болцман:

$$L = S \cdot \sigma \cdot T^4$$

където S е площта на излъчващото тяло, а L е неговата светимост.

В условието на задачата ни е даден средният радиус на червеното джудже. Затова намираме средната осветеност от него, която приблизително съответства на среден радиус.

$$E_R = \frac{E_{RMax} + E_{RMin}}{2} = 0.267$$

Осветеността от бялото джудже е :

$$E_W = 0.09$$

От закона на Стефан – Болцман следва:

$$\frac{L_R}{L_W} = \frac{R_R^2}{R_W^2} \cdot \frac{T_R^4}{T_W^4} = \frac{E_R}{E_W}$$

$$T_W = T_R \left(\frac{E_W}{E_R} \cdot \frac{R_R^2}{R_W^2} \right)^{\frac{1}{4}} T = 7800\ K$$

В действителност тази стойност се различава от истинската, защото осветеностите които използваме не са болометрични, а са получени в тесен спектрален диапазон във видимата част на спектъра. Затова, за да се получат по-достоверни стойности, на базата на наблюдателните данни за няколоко спектрални диапазона, се строят модели на наблюдаваните звезди и по построените модели се пресмятат физическите параметри на звездите, които не могат да бъдат измерени директно.

<u>Критерии за оценяване (общо 16 т.):</u>

За правилно определяне на периода на системата – 2т.

За правилно определяне на радиусите – 2т.

За правилно определяне на отношението на масите, както и масите на двете компоненти – 3т.

За правилна схема на разположението на компонентите в характерните моменти от кривата на блясъка на звездата – 2т.

За правилен подход при работа с осветеностите в различни фази и при определянето на отношението на голямата към малката полуос на елипсоида на червеното джудже – 4т.

За правилен подход при определяне на температурата на бялото джудже – 2т.

За правилен числен отговор – 1т.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 13 април 2013 г., Кърджали

ТЕМА ЗА ВЪЗРАСТОВА ГРУПА – XI-XII КЛАС

ТЕОРЕТИЧЕН КРЪГ

1 задача. Kepler-16. Звездата Kepler-16 е интересен случай на двойна звезда, около която с помощта на космическия телескоп Kepler е открита планета. Компонентите на двойната система са оранжево и червено джудже с параметри, които са дадени в таблицата по-долу.

Звезда	Маса (сл. маси)	Радиус (сл. радиуси)	Температура
Kepler-16 A	0.6897	0.6489	4450 K
Kepler-16 B	0.20255	0.22623	3000 K

Звездите се движат по почти кръгови орбити около центъра на масите на системата с период 41.079 денонощия, а единствената засега открита планета – с период 228.776 денонощия. Орбитата на планетата лежи в равнината на орбитите на звездите. Масата на планетата е пренебрежимо малка в сравнение с масите на звездите.

Представете си същества, обитаващи тази планета. В небето за тях ще се наблюдават необикновени гледки на двете им слънца.

- Пресметнете видимите ъглови размери на двете звезди за наблюдателите от планетата, когато оранжевото слънце застава пред червеното и когато червеното слънце застава пред оранжевото.
- Опишете само качествено как ще се влияе температурата на планетата от взаимните положения на звездите. Разгледайте двата възможни случая на взаимни покрития на звездите и случая, когато те са на максимално видимо ъглово отстояние една от друга. В кой от тези три случая ще е най-топло и в кой – най-хладно?

Видимият ъглов диаметър на Слънцето е 0.5°.

2 задача. Цялото Слънце. Космическите станции STEREO A и STEREO B се движат около Слънцето по орбити, близки до земната орбита. Те имат за задача да фотографират Слънцето от различни страни. Орбиталните периоди на двете станции са такива, че едната от тях леко изпреварва Земята при движението си около Слънцето, а другата леко изостава, но винаги двете станции са отклонени на еднакви ъгли симетрично от двете страни на Земята по нейната орбита. Станцията STEREO A се движи по орбита, чиито радиус е с 5.58×10^6 км по-малък от радиуса на земната орбита.

- Намерете орбиталните периоди на двете станции.
- Колко време след старта двете станции ще бъдат на по 90° от двете страни на Земята почти по нейната орбита и ще фотографират две противоположни страни на Слънцето?

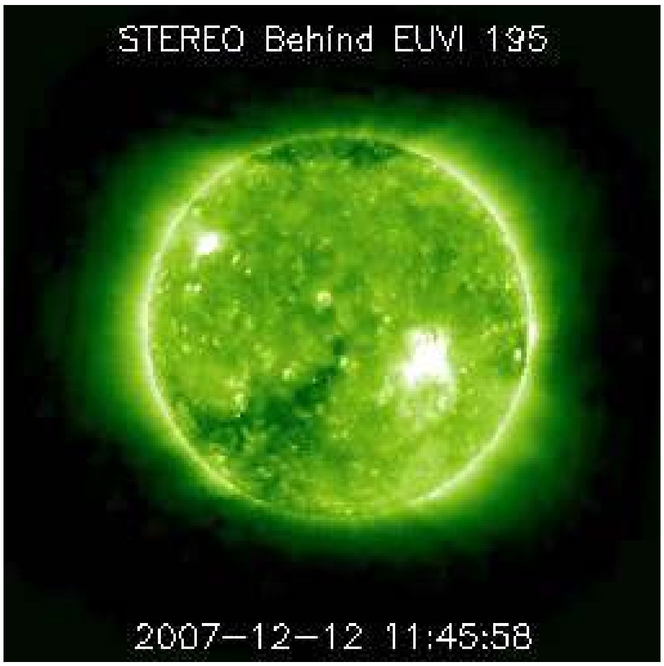
Радиусът на земната орбита е 149.6×10^6 км.

На 12 декември 2007 г. станциите STEREO A и B фотографират активно образуване в слънчевата корона, което се вижда като по-голямо ярко петно на дадените изображения. В

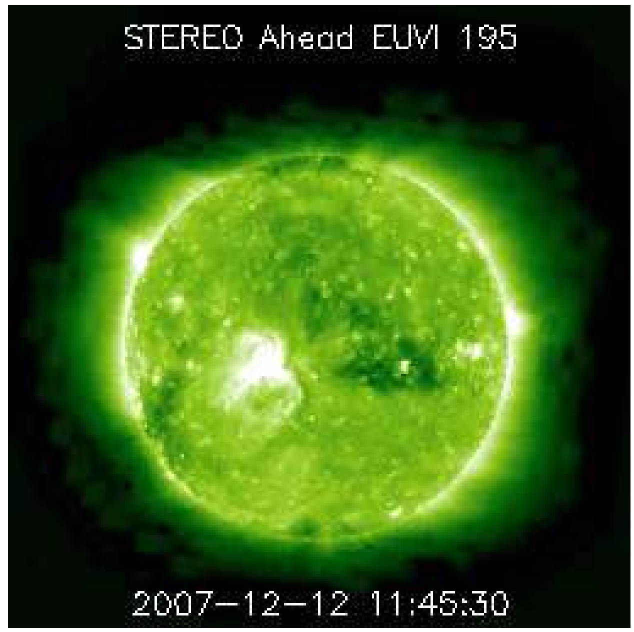
Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!

същото време образуванието е заснето и от станцията SOHO, която се намира в т.нар. първа точка на Лагранж на правата линия, свързваща Земята и Слънцето. За наблюдател на Слънцето станциите STEREO A и B са на ъгъл 42° една от друга.

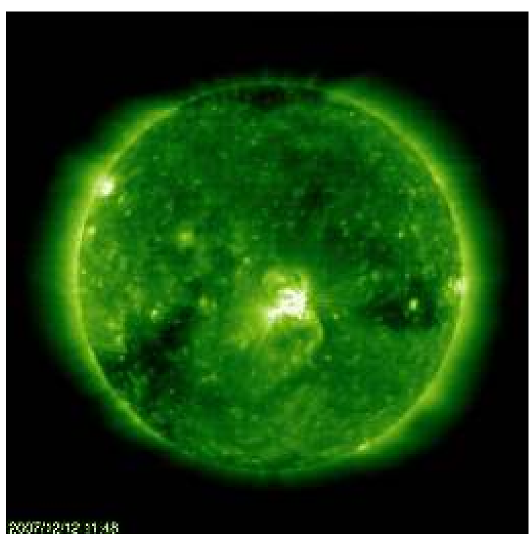
- Оценете приблизително височината на активното образувание над „повърхността” на Слънцето. За целта измерете необходимите величини по изображенията и направете подходящи усреднения и приближения. Радиусът на Слънцето е 696 000 км.



STEREO B



STEREO A


SOHO

Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!

3 задача. Пулсар в двойна система. На разстояние 1000 парсека от нас се наблюдава двойна система, състояща се от пулсар и звезда с маса 4 слънчеви маси, която е от Главната последователност върху диаграмата на Херцшпрунг-Ръсел. Максималното видимо ъглово отстояние между двете компоненти е 0.04″, а минималното – 0.01″. Приема се, че апсидната линия (голямата ос) на орбитите е перпендикулярна на зрителния лъч. Орбиталният период на системата е 52.82 години.

- Определете масата на пулсара.
- Пулсарът очевидно е остатък от избухването на по-масивната звезда в системата като свръхнова. Оценете колко вещество е било изхвърлено при тази експлозия, ако се предполага, че непосредствено преди нея двете компоненти са се движили по кръгови орбити около центъра на масите.

<u>*Упътване:*</u> Разгледайте относителната орбита на едната звезда в координатна система, в която другата звезда е неподвижна. Тогава могат да се използват същите физически закономерности както онези, които описват движението на тяло с много малка маса около неподвижна звезда с маса, равна на сумата от масите на двете звезди.

Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 14 април 2013 г., Кърджали

ТЕМА ЗА ВЪЗРАСТОВА ГРУПА – XI-XII КЛАС

ПРАКТИЧЕСКИ КРЪГ

Практическа задача. Двойната звезда SDSS J013851.54-001621.6.

Затъмнително двойната звезда SDSS J013851.54-001621.6 се състои от червено джудже, което представлява звезда в стабилен стадий на еволюция, и бяло джудже – остатък от звезда, достигнала края на своя живот.

- На Фиг.1 виждате графика на изменението на лъчевите скорости на двете звезди. Тя показва, че орбитите на звездите около центъра на масите им са близки до кръгови. Като използвате графиката, определете орбиталния период на системата, радиусите на орбитите на двете звезди около центъра на масите, отношението на масите на двете звезди и масата на всяка от звездите, изразена в слънчеви маси. Приемете, че орбитите на двете звезди са кръгови, като усредните необходимите величини, измерени по графиката.

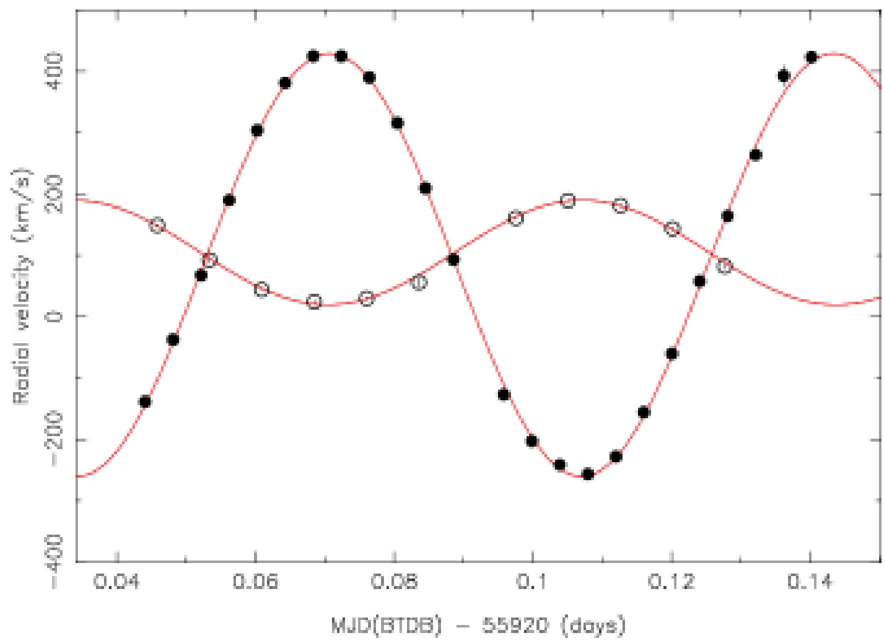
На Фиг. 2 е представена крива на изменение на блясъка на двойната система. Считайте, че зрителният лъч от земния наблюдател лежи в орбиталната равнина на двете звезди. Поради приливното въздействие на бялото джудже, червеното джудже е с издължена елипсоидална форма (подобна на пъпеш). При орбиталното движение на системата то обръща към земния наблюдател различни свои страни и на това се дължат вълнообразните участъци извън главните минимуми по кривата на блясъка.

- Нарисувайте схематично как са разположени двете компоненти за земния наблюдател в моментите, съответстващи на точките A, B, C и D от кривата на блясъка.
- Оценете отношението на голямата към малката полуос на елипсоидалното червено джудже. Лицето на елипса с голяма и малка полуоси a и b е $S = \pi ab$.
- Тази звездна система е много стара. Възрастта ѝ се оценява на 9.5 милиарда години. Оценете до каква температура е изстинало бялото джудже.

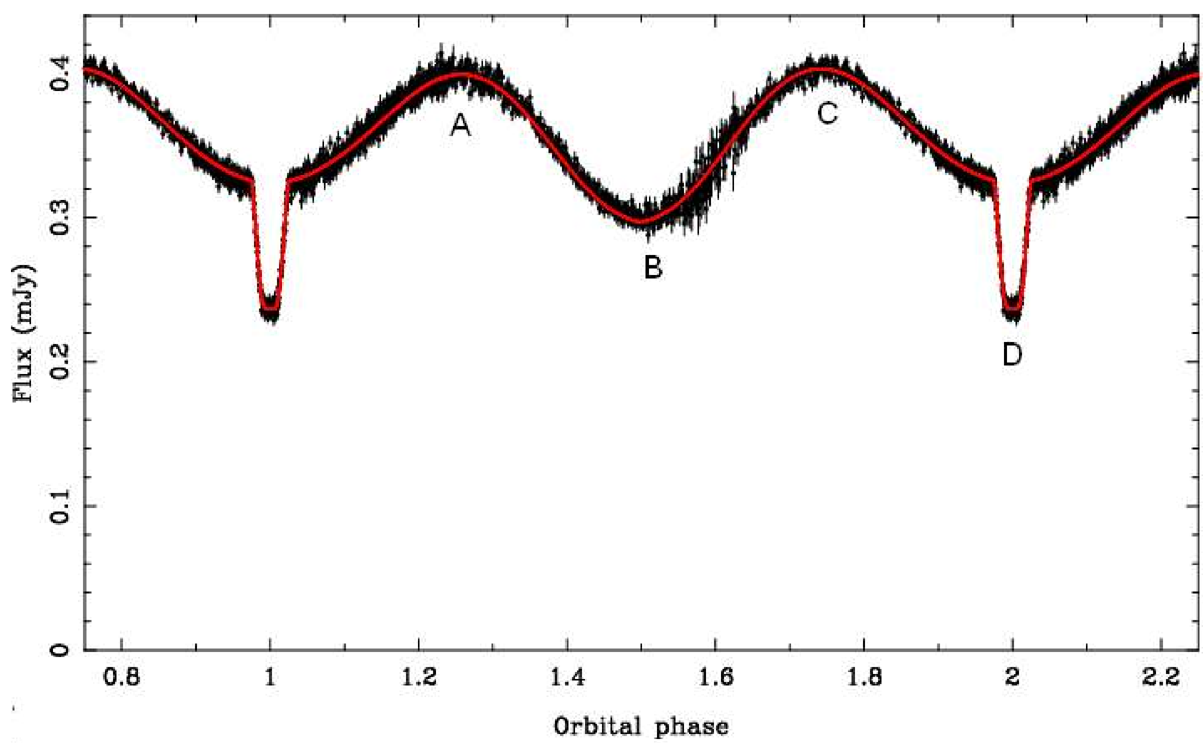
Температурата на червеното джудже е 2900 К. Радиусите на бялото и червеното джудже са съответно 0.0131 и 0.165 части от слънчевия радиус. (За елипсоидалното по форма червено джудже това може да се приеме като среден радиус). Имайте предвид, че по вертикалната скала на кривата на блясъка са нанесени единици осветеност (а не звездна величина).

Масата на Слънцето е 2×10^{30} кг.

Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!



Фиг. 1. Крива на лъчевите скорости на двойната звезда. Единиците по хоризонталната ос са части от денонощието



Фиг. 2. Крива на блясъка на двойната звезда. По хоризонталната ос са нанесени части от периода на звездата (т.нар. фаза). Повертикалната ос е даден блясъкът на звездата в единици осветеност (а не звездна величина).

Предайте листа с условията на задачите заедно с писмената си работа на квесторите!

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 13 април 2013 г., Кърджали

Възрастова група XI-XII клас – теоретичен кръг – решения

1 задача. Решение:

Отначало ще пресметнем радиусите на орбитите около общия център на масите на звездите r_A и r_B, както и този на планетата r_p. Означаваме масите на двете звезди с M_A и M_B , орбиталния период на двойната звездна система с T_{AB}, а орбиталния период на планетата с T_p. В сила са следните равенства:

$$r_A M_A = r_B M_B$$

$$\frac{\left(r_A + r_B\right)^3}{T_{AB}^{\ 2}} = M_A + M_B$$

където орбиталните радиуси са изразени в астрономически единици, периодите – в земни години, а масите на звездите – в слънчеви маси. Решавайки тази система уравнения, за орбиталните радиуси получаваме:

$$r_B = \sqrt[3]{\frac{T_{AB}^{\ 2} M_A^{\ 3}}{\left(M_A + M_B\right)^2}} \approx 0.1734 \text{ AU} \qquad r_A = \sqrt[3]{\frac{T_{AB}^{\ 2} M_B^{\ 3}}{\left(M_A + M_B\right)^2}} \approx 0.0509 \text{ AU}$$

Орбиталния радиус на планетата намираме също от III закон на Кеплер:

$$\frac{r_p^{\ 3}}{T_p^{\ 2}} = M_A + M_B$$

$$r_p = \sqrt[3]{T_p^{\ 2}\left(M_A + M_B\right)} \approx 0.7048 \text{ AU}$$

Тук отново орбиталният радиус е изразен в астрономически единици, периодът в земни години, а масите на звездите в слънчеви маси.

<u>I случай</u>. Оранжевата звезда е пред червената.

Тогава видимите от планетата ъглови диаметъри δ_A и δ_B на оранжевата и на червената звезда ще бъдат:

$$\delta_A = \delta_o \frac{R_A}{r_p - r_A} \approx 0.5° \approx 30' \qquad \delta_B = \delta_o \frac{R_B}{r_p + r_B} \approx 0.13° \approx 7.8'$$

В тези формули с R_A и R_B са означени радиусите на двете звезди в слънчеви радиуси (или което е все едно – диаметрите в слънчеви диаметри), δ_o е видмият ъглов диаметър на нашето Слънце. По-малката компонента В очевидно ще бъде напълно закрита от по-голямата компонента А.

II случай. Червената звезда е пред оранжевата.

Тогава:

$$\delta_A' = \delta_o \frac{R_A}{r_p + r_A} \approx 0.43° \approx 26.8' \qquad \delta_B' = \delta_o \frac{R_B}{r_p - r_B} \approx 0.21° \approx 12.6'$$

Поради обстоятелството, че разстоянието между двете звезди е само около три пъти по-малко от орбиталния радиус на планетата, видимите диаметри на звездите в разгледаните случаи съществено се различават.

Когато червеното слънце покрива, макар и частично оранжевото, на планетата би трябвало да е най-хладно. Тогава освен всичко друго, оранжевата звезда е малко по-далеч от планетата. Но дали ефектът от закриването на част от видимия диск на по-горещата звезда от по-хладната не се компенсира от това, че по-хладната звезда тогава е доста по-близо до планетата, поради по-голямото си отстояние от центъра на масите? Наистина създаваната от нея осветеност се увеличава в сравнение със средното разстояние с фактор, който можем да оценим така:

$$\left(\frac{r_p}{r_p - r_B}\right)^2 \approx 1.76$$

Т.е. увеличението на блясъка на червената зведа е близо два пъти в сравнение със ситуация, когато тя е на някакво средно разстояние от планетата. Но нека пресметнем отношението на светимостите на двете звезди:

$$\frac{L_A}{L_B} = \frac{4\pi R_A{}^2 \sigma T_A{}^4}{4\pi R_B{}^2 \sigma T^4} \approx 40$$

където T_A и T_B са температурите на звездите, а σ е константата на Стефан-Болцман. Оранжевата звезда е около 40 пъти по-мощно светеща от червената. Лесно се убеждаваме, че определящ е блясъкът на оранжевата звезда. Следователно наистина в този случай на планетата е най-хладно, понеже видимият ъглов диаметър на червената звезда е половината от този на оранжевата, което означава, че една четвърт от видимия диск на оранжевата звезда е закрита.

Кога на планетата е по-топло – когато оранжевата звезда закрива червената, или когато се виждат и двете звезди? На пръв поглед може да ни се струва, че когато двете звезди не се закриват, те създават по-голяма осветеност върху планетата. Но нека не забравяме, че когато оранжевата звезда закрива червената, оранжевата звезда е малко по-близо до нас. Факторът, с който се усилва създаваната от нея осветеност е:

$$\left(\frac{r_p}{r_p - r_A}\right)^2 \approx 1.16$$

При покритие на червената звезда, оранжевата звезда създава с около 16% по-голяма осветеност в сравнение със ситуация, когато тя е на средно разстояние от планетата. Светимостта на оранжевата звезда е цели 40 пъти по-слаба от тази на оранжевата. Следователно загубата от светлината на червената звезда е значително по-малка от 16-процентната печалба от приближаването на оранжевата звезда към планетата. Оттук заключаваме, че най-топло на планетата ще бъде, когато оранжевата звезда закрива червената.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За определяне на орбиталните радиуси на звездите – 3 т.

За определяне на видимите ъглови размери в първия случай – 3 т.

За определяне на видимите ъглови размери във втория случай – 3 т.

За правилни разсъждения по въпроса от какво се определя осветеността, създавана върху планетата при различните случаи – 4 т.

За вярно заключение в кой случай е най-топло и в кой – най-хладно на планетата – 2 т.

2 задача. Решение:

Означаваме с r_0 радиуса на земната орбита около Слънцето, а с $r_A = r_0 - \Delta r$ радиуса на орбитата на станцията STEREO A ($\Delta r = 5.58 \times 10^6$ км). Нека T_0 е орбиталният период на Земята около Слънцето, а T_A – периодът на станцията. Съгласно III закон на Кеплер:

$$\frac{r_A{}^3}{T_A{}^2} = \frac{r_0{}^3}{T_0{}^2}$$

Оттук намираме орбиталния период на станцията STEREO A:

$$T_A = T_0\sqrt{\left(\frac{r_A}{r_0}\right)^3} \approx 0.9446 \text{ години} \approx 345 \text{ дни}$$

Да разгледаме движението на станциите в координатна система, в която Земята е неподвижна. След старта те ще се отдалечават по орбитите си от Земята в две противоположни посоки. Тъй като изискването е да са отклонени на еднакви ъгли симетрично от двете страни на Земята, то след време те и двете ще се озоват на 180° от Земята, а след още толкова време ще се съберат отново близо до Земята. Това означава, че синодичните периоди на двете станции са еднакви. Да пресметнем синодичния период T_S на станцията STEREO A:

$$\frac{1}{T_S} = \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_0}$$

$$T_S = \frac{T_0 T_A}{T_0 - T_A} \approx 17.0505 \text{ години}$$

Станцията STEREO B има същия синодичен период и следователно:

$$\frac{1}{T_S} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_B}$$

където T_B е сидеричният период или истинският орбитален период на станцията STEREO B. Оттук пресмятаме:

$$T_B = \frac{T_S T_0}{T_S - T_0} \approx 1.0623 \text{ години} \approx 388 \text{ дни}$$

Интервалът от време, за който след старта двете станции ще се отдалечат на 90° от двете страни на Земята и ще могат да фотографират двете противоположни страни на Слънцето, е равен на една четвърт от синодичния период на станциите:

17.0505 / 4 ≈ 4.26 години ≈ 4 год. 95 дни = 1556 дни

Разглеждаме снимките на Слънцето, направени от двете станции STEREO и станцията SOHO. Забелязваме, че на снимката от SOHO активното образување не е точно в центъра на видимия слънчев диск. Това много затруднява задачата, ако искаме да я решим точно, а приближенията чрез усредняване по измерванията върху двете снимки на станциите STEREO могат да дадат представа за височината на образуванието, но биха били доста неточни. Компромисно решение е да изберем един детайл от активното образуване, който на снимката от SOHO се вижда точно в центъра на видимия слънчев диск, и да определим неговата височина.

Върху снимката STEREO A сме нанесли схема на измерването, като избраният детайл от образуванието е заграден в кръгче. Измерваме диаметъра d на изображението на Слънцето в милиметри. По принцип трябва да измерим отстоянието a на на изследвания детайл от центъра на видимия слънчев диск, но по-удобно и по-точно се измерват по-големи отсечки, затова измерваме отстоянието a'. В части от диаметъра на видимия слънчев диск за отстоянието на образуванието от центъра получаваме:

$$a' = a + d/2$$

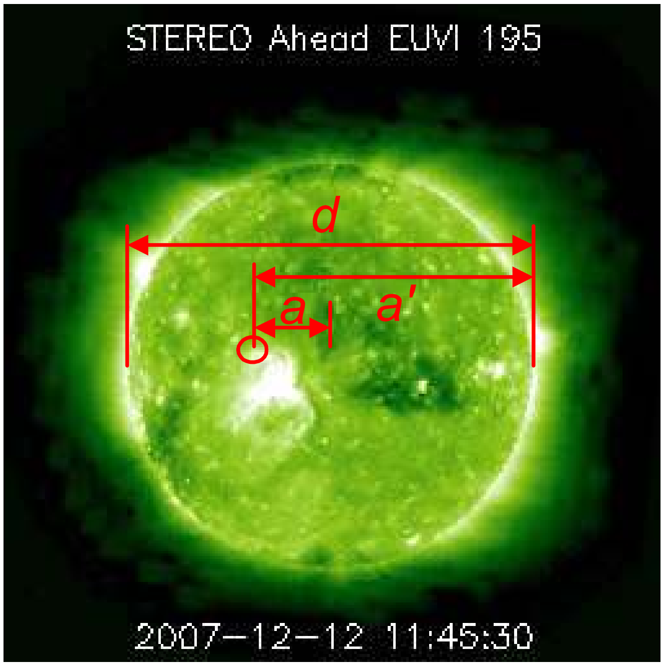
$$\frac{a}{d} = \frac{a'}{d} - \frac{1}{2}$$

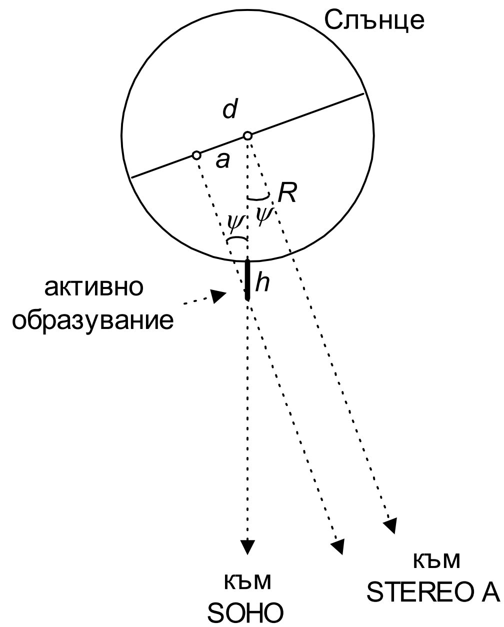
За двете изображения получаваме съответно:

	d	a'	a/d
STEREO A	49 mm	33.7 mm	0.1917
STEREO B	48 mm	33.5 mm	0.1878

Пресмятаме средното аритметично на отношенията и получаваме $a/d = 0.1929$. Сега остава да го умножим по истинския диаметър на Слънцето, за да получим отстоянието a в километри:

$$a = 0.1929 \times 2 \times 696000 \text{ км} \approx 269000 \text{ км}$$





От чертежа вдясно се вижда, че има следната връзка между величината a, радиуса на Слънцето R и височината на активното образувание h:

$$\frac{a}{R+h} = \sin\psi$$

където ψ е ъгълът, на който станцията STEREO A отстои по орбитата си от Земята, респективно от линията Земя – Слънце, на която се намира станцията SOHO.

$$\psi = 42°/2 = 21°$$

Оттук намираме:

$$h = \frac{a}{\sin\psi} - R$$

$$h \approx 53000 \text{ км}$$

<u>Критерии за оценяване (общо 16 т.):</u>

За намиране на орбиталния период на станцията STEREO A – 2 т.
За съобразяване, че двете станции имат еднакъв синодичен период и обяснение – 2 т.
За определяне на синодичния период – 2 т.
За пресмятане на орбиталния период на стнацията STEREO B – 2 т.
За определяне кога станциите ще са от две противоположни страни на Слънцето – 2 т.
За измервания, определяне на мащаби по снимките и усредняване – 2 т.
За правилна математическа постановка на решението – 3 т.
За правилен числен резултат – 1 т.

3 задача. Решение:

Ще разгледаме движението на звездата в координатна система, относно която пулсарът е неподвижен. Да означим с a голямата полуос на относителната орбита, по която звездата се движи около пулсара, намиращ се в един от фокусите на тази орбита. Ако зрителният лъч е перпендикулярен на апсидната линия, то за апоцентралното и перицентралното разстояние на звездата от пулсара получаваме:

$$r_p = 0.01''.1000pc = 10 \text{ AU} \qquad r_a = 0.03 \cdot 1000pc = 40 \text{ AU}$$

$$a = \frac{r_p + r_a}{2} = 25 \text{ AU}$$

Означаваме с M_s и M_p масите съответно на звездата и на пулсара, а с T – техния орбитален период. Съгласно III закон на Кеплер:

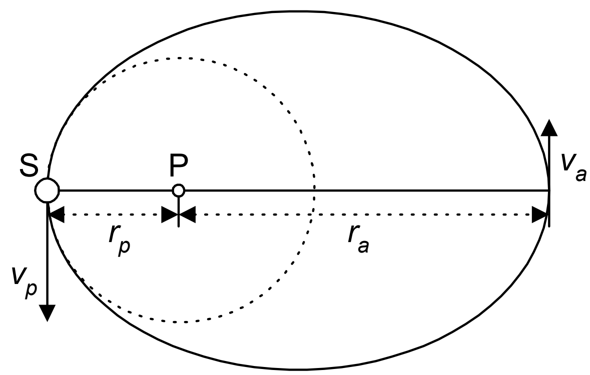
$$\frac{a^3}{T^2} = M_s + M_p$$

където голямата полуос е изразена в астрономически единици, периодът – в земни години, а масите – в слънчеви маси. Оттук за масата на пулсара получаваме:

$$M_p = \frac{a^3}{T^2} - M_s$$

$$M_p \approx 1.6 \text{ слънчеви маси}$$

На схемата с S е отбелязана звездата, с P – пулсарът, с v_p и v_a скоростите на движение на зведата по относителната орбита съответно в перицентъра и апоцентъра. С пунктирана линия е дадена кръговата орбита, по която се е движила звездата преди взривяването на свръхновата.



Първоначално звездата S е била по-леката компонента в двойната систтема. Пулсарът е остатък от по-масивната звезда, която е избухнала като свръхнова.

Тогава по-леката звезда S се е движила около по-тежката звезда със скорост, равна на v_p по кръгова орбита с радиус, равен на r_p. Първо ще определим тази скорост. Съгласно II закон на Кеплер:

$$v_p r_p = v_a r_a$$

Използваме и закона за запазване на енергията, написан за случая на движение на леко тяло около неподвижен обект с маса, равна на сумата от масите на звездата и пулсара:

$$\frac{v_p{}^2}{2} - \frac{\gamma\left(M_p + M_s\right)}{r_p} = \frac{v_a{}^2}{2} - \frac{\gamma\left(M_p + M_s\right)}{r_a}$$

Оттук получаваме:

$$v_p = \sqrt{\frac{2\gamma\left(M_p + M_s\right)}{r_a + r_p} \cdot \frac{r_a}{r_p}} = \sqrt{\frac{\gamma\left(M_p + M_s\right)}{a} \cdot \frac{r_a}{r_p}}$$

Да означим с M_0 масата на звездата-предшественик на пулсара преди експлозията. Тогава другата звезда се е движила около нея по кръгова орбита, като е била в сила следната зависимост:

$$v_p = \sqrt{\frac{\gamma\left(M_0 + M_s\right)}{r_p}}$$

От последните две равенства намираме:

$$M_0 = \left(M_p + M_s\right)\frac{r_a}{a} - M_s$$

$$M_0 \approx 5 \text{ слънчеви маси}$$

Първоначалната маса на звездата, която е избухнала като свръхнова, е била 5 слънчеви маси. При превръщането си в пулсар тя е изгубила $M_0 - M_p = 3.4$ слънчеви маси вещество.

<u>Критерии за оценяване (общо 15 т.):</u>

За определяне на перицентралното и апоцентралното разстояние – 2 т.

За правилен начин за определяне на масата на пулсара – 3 т.

За верен числен резултат – 1 т.

За правилна обща физическа идея, обясняваща изменението на орбитата на звездата след експлозията – 2 т.

За правилна математическа постановка на решението – 6 т.

За верен числен резултат – 1 т.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 14 април 2013 г., Кърджали

Възрастова група XI-XII клас – практически кръг – решения

Практическа задача. Двойната звезда SDSS J013851.54-001621.6. – вижте решението на задачата за 9-10 клас.