Национален кръг на “Европейско Кенгуру”

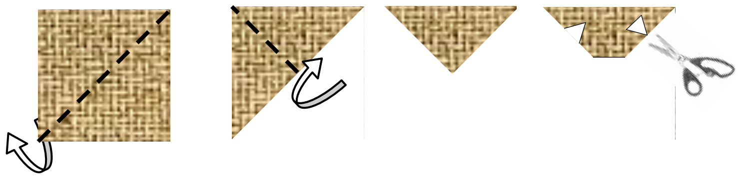
1 юни 2013 г.

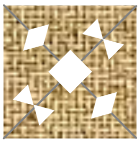
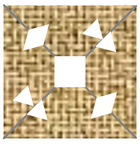
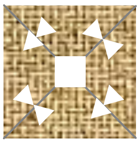
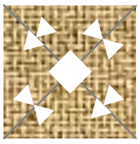
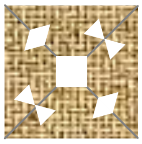
ТЕМА за 1 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0-10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.
ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Боби има общо 18 топчета – бели, червени и сини. Белите и червените са общо 15, а белите и сините са общо 10. Колко бели топчета има Боби?
A) 3 **B)** 5 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

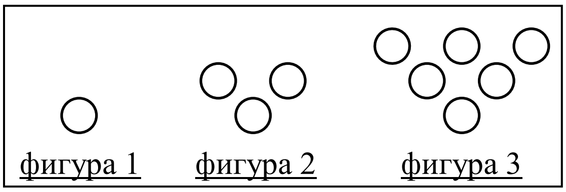
2. Салфетка е прегъната два пъти и са изрязани три триъгълничета, както е показано на чертежа.
Коя е разгънатата салфетка?



A)  **B)**  C)  **D)**  **E)** 

3. Ася начертала 3 отсечки. Първата отсечка е 13 см и е с 5 см по-дълга от втората, а втората е с 4 см по-къса от третата. Колко сантиметра е дължината на третата отсечка?
A) 3 **B)** 4 **C)** 11 **D)** 12 **E)** 22

4. Ели нарисувала показаните три фигури и продължила да рисува следващи фигури, като увеличавала броя на кръгчетата по едно и също правило. Колко кръгчета е нарисувала Ели на шестата си фигура?



A) 8 **B)** 10 **C)** 13 **D)** 15 **E)** 21

5. В един букет има 13 цветя, като 5 от тях са рози, а останалите са карамфили. 6 от цветята са бели, а останалите са червени. Най-малко колко карамфила са червени?
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

6. Кирчо преписал два примера от учебника, като заместил цифрите с фигурки. Различните цифри са заместени с различни фигурки, а еднаквите – с едни и същи фигурки. Коя цифра е заместена със сърчице?

○ + ○ + ○ = △□
△ + □ + ○ = ♡

7. Шоколадови бонбони са подредени в редички в кутия – във всяка редичка поравно. Пипи изяла бонбоните от първата редичка и още 2 бонбона от втората. След нея Томи изял останалите бонбони от втората редичка и още 3 бонбона от третата редичка. После Аника изяла останалите бонбони от третата редичка и още 4 бонбона от четвъртата. Накрая татко Ефраим изял останалите 10 бонбона. По колко бонбона е изяло всяко дете, ако татко Ефраим е изял най-много бонбони?

Национален кръг на “Европейско Кенгуру”

1 юни 2013 г.

ТЕМА за 2, 3 и 4 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0-10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.
ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

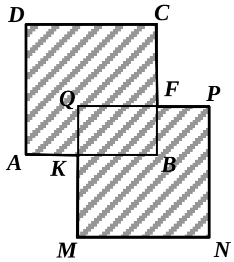
1. На интервю за работа се явили 100 кандидати, всеки от които говорел български език. 72 от кандидатите владеели още английски език, 48 владеели френски език, а 15 души се оказало, че не говорят нито английски, нито френски език. Колко кандидати са говорели едновременно английски, френски и български език?

A) 5 **B)** 20 **C)** 24 **D)** 35 **E)** 39

2. На детско парти някои деца били придружавани от майките си, а останалите били сами. Децата, придружавани от майките си, са със 7 повече от децата, които дошли сами. Ако на партито са присъствали общо 39 деца и майки, най-малко колко от тях може да са били деца?

A) 21 **B)** 22 **C)** 23 **D)** 24 **E)** 25

3. На чертежа *ABCD* и *MNPQ* са два еднакви квадрата, а общата им част *KBFQ* е правоъгълник с обиколка 40 см и лице 96 кв. см. Намерете лицето на защрихованата фигура, ако обиколката ѝ е 280 см.



A) 996 кв. см **B)** 1696 кв. см **C)** 1704 кв. см **D)** 1896 кв. см **E)** 3104 кв. см

4. Фирма за производство на мартеници разполага с 563 метра бял и 472 метра червен конец. За изработването на една мартеница са необходими 13 сантиметра бял и 11 сантиметра червен конец. Колко мартеници най-много може да изработи фирмата?

A) 4290 **B)** 4460 **C)** 4320 **D)** 4330 **E)** 4300

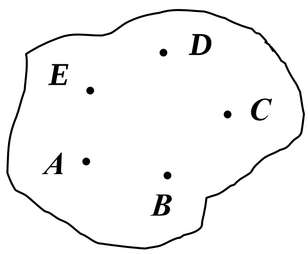
5. Ако в ребуса на различните букви отговарят различни цифри, а на еднаквите – еднакви, на колко е равно числото **А + С + У**?

$$\begin{array}{r} \text{ТАУ} \\ +\ \text{УТУ} \\ \hline \text{ТРУС} \end{array}$$

A) 18 **B)** 16 **C)** 19 **D)** 24 **E)** 21

6. На дъската е записано числото 11. След него Антон записал още шест числа, като спазвал правилото: Всяко ново число е по-голямо от числото, записано преди него, и се получава от това число или чрез разместване на цифрите му, или чрез прибавяне към него на сбора от цифрите му. Намерете сбора на шестте числа, записани от Антон, ако последното е било 68.

7. В далечната страна Флатландия имало пет големи града – *A*, *B*, *C*, *D* и *E*. Градовете трябвало да се свържат с нова високоскоростна железопътна мрежа, състояща се от 4 праволинейни участъка. Релсовите пътища можели да се кръстосват, като за тази цел било предвидено изграждането на мостове. Колко различни железопътни мрежи могат да се построят по този начин?



Национален кръг на “Европейско Кенгуру”

1 юни 2013 г.

ТЕМА за 5 – 6 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Ако намалим две числа с половината на по-малкото от двете, оставащото от по-голямото ще е три пъти по-голямо от оставащото от по-малкото. Колко пъти по-голямото число е по-голямо от по-малкото?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

2. Колко пъти в денонощието стрелките на часовника сключват прав ъгъл помежду си?

A) 4 **B)** 12 **C)** 24 **D)** 44 **E)** 48

3. В ребуса ДЪБ + ДЪБ + ... + ДЪБ = ГОРА на различните букви съответстват различни цифри, а на еднаквите букви – еднакви цифри. Колко най-много „дъба” може да има в „гората”?

A) 103 **B)** 102 **C)** 97 **D)** 96 **E)** 95

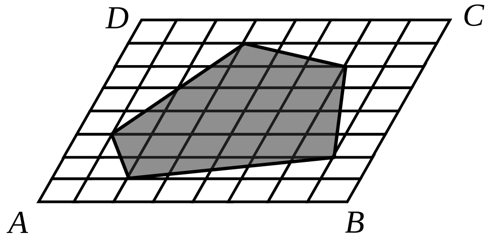
4. Дробта $\frac{2013201320132013}{1586158615861586}$ е равна на несъкратимата дроб:

A) $\frac{33}{26}$ **B)** $\frac{3}{2}$ **C)** $\frac{1}{2}$ **D)** $\frac{2013}{1586}$ **E)** $\frac{11}{21}$

5. Правоъгълен паралелепипед е оцветен и след е това разрязан на 30 кубчета с ръб 1 см. Шестнадесет от получените кубчета имат по две оцветени стени. Колко кубчета имат само по една оцветена стена?

A) 0 **B)** 6 **C)** 12 **D)** 16 **E)** 24

6. Всяка от страните на успоредника *ABCD* е разделена на осем равни части и през точките на делене са прекарани отсечки, успоредни на страните, така, че да се образува мрежа от еднакви малки успоредници, както е показано на чертежа. Лицето на затъмнената фигура е 48 кв. см. Намерете лицето на успоредника *ABCD*.



7. Митко записал на дъската пет естествени числа. Валя успяла да запише естествено число под всяко от тях така, че сборът на числата на Митко бил равен на сбора на числата на Валя и сборът на всеки две числа, записани едно под друго, бил един и същ. Всички числа, записани на дъската, били различни. Ако първите четири числа, записани от Митко, са 16, 13, 19 и 7, намерете кое е най-малкото пето число, което може да е записал Митко. (Числото 0 не е естествено число.)

Национален кръг на “Европейско Кенгуру”

1 юни 2013 г.

ТЕМА за 7 – 8 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Да се намери най-малката стойност на израза $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$, ако $a>0$, $b>0$ и $a+b=8$.

A) $\frac{1}{4}$ **B)** 2 **C)** $\frac{1}{2}$ **D)** 1 **E)** $\frac{2}{3}$

2. Даден е ΔABC, в който CL $(L \in AB)$ е ъглополовяща, а BM $(M \in AC)$ е медиана. Ако $CL \perp BM$, **не е** вярно, че:

A) $CL+LM>BC$ **B)** $AB<3AM$ **C)** $BC-AB<2CM$ **D)** $AC>BM$ **E)** $AB<BC$

3. Група деца (повече от 29 и по-малко от 40) вървят по двойки един зад друг. Във всяка колона броят на момчетата е равен на броя на момичетата. Колко са всички деца, ако броят на еднополовите двойки е равен на броя на разнополовите?

A) 30 **B)** 32 **C)** 34 **D)** 36 **E)** 38

4. Числата от 1900 до 2013 са записани в редица последователно едно след друго, като между всеки две цифри се редуват знаците „$+$“ и „$-$“ по следния начин: $1+9-0+0-1+9-0+1-1+9-0+2- \ . \ . \ . \ -2+0-1+3$. Стойността на получената сума е:

A) 802 **B)** 819 **C)** 821 **D)** 866 **E)** 1014

5. Даден е правоъгълен трапец $ABCD$ с прав ъгъл при върха A, голяма основа AB и височина $CH\left(H \in AB\right)$. Нека Q е точка от диагонала BD така, че $AQ \perp BD$. Ако CH пресича BD в точка P и $2AD-CP=\frac{1}{2}\left(PB+2CH\right)$, да се намери отношението $DQ:QB$.

A) $1:3$ **B)** $1:4$ **C)** $2:5$ **D)** $1:5$ **E)** $2:3$

6. Намерете броя на четирицифрените числа $\overline{xyzt}$ за които $|x-y|+|z-t|=1$.

7. Група програмисти работят по общ проект, но са в различни градове. Извънредна ситуация наложила спешно да обменят по телефона служебните си пароли за достъп до проекта, за да може всеки да ползва паролата на който да е друг от групата. Известно е, че всеки програмист съобщава освен своята и всички други пароли, които е получил до този момент.

а) Какъв е минималният брой разговори, които трябва да бъдат проведени, за да може всеки да разполага с паролите на останалите, ако програмистите са четирима?

б) Достатъчни ли са 10 разговора, за да могат 7 програмисти да обменят паролите си?

в) Възможно ли е n програмисти да обменят паролите си с $2n-4$ разговора?

Национален кръг на "Европейско Кенгуру"

1 юни 2013 г.

ТЕМА за 9-10 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Даден е полиномът $P(x)=x^4+x^3-18x^2+ax+b$. Ако уравнението $P(x)=0$ има трикратен цял корен, то $a+b$ е равно на:

A) -92 **B)** -12 **C)** 3 **D)** 12 **E)** 92

2. Триъгълник ABC е вписан в окръжност и медианата от върха A пресича окръжността за втори път в точка P. Винаги е вярно, че:

A) $AP \geq BC$ **B)** $AP=2BC$ **C)** $AP<BC$ **D)** $AP=\sqrt{2}BC$ **E)** $AP=\sqrt{3}BC$

3. Ако x, $y\in(-2;2)$ и $xy=-1$, то най-малката стойност на $A=\dfrac{4}{4-x^2}+\dfrac{9}{9-y^2}$ е равна на:

A) $\dfrac{8}{5}$ **B)** $\dfrac{24}{11}$ **C)** $\dfrac{12}{7}$ **D)** $\dfrac{12}{5}$ **E)** $\dfrac{72}{37}$

4. Нека M е множеството на числата от вида $\dfrac{a_1}{7}+\dfrac{a_2}{7^2}+\dfrac{a_3}{7^3}+\dfrac{a_4}{7^4}$, където $a_i\in\{0,1,2,3,4,5,6\}$, $i\in\{1,2,3,4\}$. Ако числата се подредят в намаляващ ред, то 2013-ото число в редицата е:

A) $\dfrac{1}{7}+\dfrac{1}{7^2}+\dfrac{0}{7^3}+\dfrac{6}{7^4}$ **B)** $\dfrac{1}{7}+\dfrac{1}{7^2}+\dfrac{0}{7^3}+\dfrac{5}{7^4}$ **C)** $\dfrac{1}{7}+\dfrac{0}{7^2}+\dfrac{6}{7^3}+\dfrac{3}{7^4}$

D) $\dfrac{1}{7}+\dfrac{0}{7^2}+\dfrac{6}{7^3}+\dfrac{2}{7^4}$ **E)** $\dfrac{1}{7}+\dfrac{0}{7^2}+\dfrac{5}{7^3}+\dfrac{2}{7^4}$

5. Върху окръжност са отбелязани 2013 точки $A_1A_2.....A_{2013}$, като нечетен брой от тях (поне 3) са оцветени в жълто. Всеки две точки са свързани с отсечка. За всяка отсечка може да се зададе въпрос: „Има ли измежду краищата жълта точка?“, на който се отговаря задължително с верен отговор „да“ или „не“. С колко най-малко въпроса със сигурност може да се открие отсечка, свързваща две жълти точки?

A) 2013 **B)** 4022 **C)** 4023 **D)** 4026 **E)** 4028

6. Намерете реалните решения на системата $\left|\begin{array}{l}2xy+y^2-4x-3y+2=0\\ xy+3x^2-14x-2y+16=0\end{array}\right.$.

7. В остроъгълния триъгълник ABC с $\angle BAC=60^\circ$ и $AB>AC$ са построени височините BB_1 и CC_1. Точките O и H са съответно центърът на описаната окръжност и ортоцентърът на триъгълника. Нека BO пресича CC_1 в точка N и M е точка върху отсечката BH така, че $BM=CN$. Намерете отношението $\dfrac{MH+NH}{OH}$.

Национален кръг на “Европейско Кенгуру”

1 юни 2013 г.

ТЕМА за 11 – 12 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. По окръжност са разположени по произволен начин 2013 бели и 2013 черни пионки. За един ход се разменят местата на две пионки. С колко хода най-малко могат да се подредят пионките така, че всеки две съседни да са разноцветни?

A) 1004 **B)** 1005 **C)** 1006 **D)** 1007 **E)** 1008

2. Ако ъглите α и β са такива, че $tg\frac{\alpha}{2}$ и $tg\frac{\beta}{2}$ са корени на уравнението $2x^2-3x-12=0$, то стойността на $\sin(\alpha+\beta)$ е равна на:

A) $\frac{\sqrt{105}}{14}$ **B)** $\frac{84}{205}$ **C)** $\frac{42}{205}$ **D)** $\frac{8\sqrt{105}}{83}$ **E)** $\frac{6}{83}$

3. Да се намери дължината на отсечката, свързваща петите на височините от върховете A и B на остроъгълен ΔABC, за който $\sphericalangle ACB=72^\circ$ и $AB=\sqrt{5}+1$.

A) 1 **B)** $\sqrt{5}$ **C)** $\sqrt{5}-1$ **D)** $\sqrt{5}-2$ **E)** $\frac{3}{2}$

4. Броят на целите числа, които не са решения на неравенството $\sqrt{x^2+3x-28}>x+1$, е:

A) 0 **B)** 29 **C)** 35 **D)** 36 **E)** безкраен

5. Числовата редица $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ притежава свойствата: $a_1=0$, $a_2=1$, $a_{2n+1}=a_{2n-1}+1$, $a_{2n+2}=-a_{2n}$ $(n\in\mathbb{N})$. Стойността на израза $\frac{a_1^2+a_2^2+\cdots+a_{2013}^2}{a_1+a_2+\cdots+a_{2013}}$ е равна на:

A) 671 **B)** $\frac{675689}{1007}$ **C)** $\frac{675699}{1007}$ **D)** $\frac{675799}{1007}$ **E)** $\frac{675837}{1007}$

6. Да се намери обемът на пирамида $ABCM$ с връх M и два по два взаимно перпендикулярни околни ръбове, ако лицата на четирите стени образуват аритметична прогресия с разлика 3.

7. Да се намерят всички тройки естествени числа (x,y,z), които са решения на уравнението

$$29\left(x^3+y^3+z^3\right)=99\left(x^2+y^2+z^2\right).$$