<u>МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА</u>

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

29.08.2017 г. - Вариант 1

МОДУЛ 1

Време за работа – 90 минути

<u>Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!</u>

Задача 1. Кое от числата е най-голямо?

А) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ **Б)** $3^{\frac{1}{2}}$ **В)** 2^{-3} **Г)** $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$

Задача 2. **Намерете стойността на *A*, ако** $A=\log_3 9-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{16}+\log_{\frac{1}{2}}4$.

А) 4 **Б)** 2 **В)** 1 **Г)** -1

Задача 3. Множеството от допустими стойности на израза $A=\sqrt{\frac{2}{x-3}}+\frac{1}{5-x}$ **е:**

А) $x\in(3;5)\cup(5;+\infty)$ **Б)** $x\in(-\infty;3)\cup(3;5)\cup(5;+\infty)$

В) $x\in(3;5)$ **Г)** $x\in[3;5)\cup(5;+\infty)$

Задача 4. **Стойността на израза** $\frac{a^3.\left(-a^3\right)^4.\,a^{-12}}{(-a)^7}$ **при** $a=\sqrt{3}$ **е равна на:**

А) -9 **Б)** $-\frac{1}{9}$ **В)** $\frac{1}{9}$ **Г)** 9

Задача 5. **Числата** $\sqrt{2}$ **и 2 са два от корените на биквадратното уравнение:**

А) $x^4+6x^2+8=0$ **Б)** $x^4-6x^2-8=0$ **В)** $x^4+6x^2-8=0$ **Г)** $x^4-6x^2+8=0$

Задача 6. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2-16x+12=0$, то изразът $x_1(2-x_2)+2x_2$ е равен на:

А) 12 **Б)** 16 **В)** 20 **Г)** 44

Задача 7. Стойността на $\cos 2280^\circ$ е:

А) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **Б)** $-\frac{1}{2}$ **В)** $\frac{1}{2}$ **Г)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Задача 8. Точките M и P лежат на страната AC на $\triangle ABC$, като $CM:MP:PA=2:3:4$. Отсечките PQ и MN са успоредни на $AB\left(N\in BC, Q\in BC\right)$ и $CQ=15$ cm. Дължината на BN е:

А) 3 cm **Б)** 12 cm **В)** 21 cm **Г)** 27 cm

Задача 9. Ако $\cos\alpha=\frac{1}{3}$, то стойността на $\cos 2\alpha$ е:

А) $\frac{2}{3}$ **Б)** $\frac{1}{9}$ **В)** $-\frac{1}{9}$ **Г)** $-\frac{7}{9}$

Задача 10. За функцията $y=\frac{1}{4}x^2-x+1$ определете координатите на върха на параболата.

А) $(0;2)$ **Б)** $(2;0)$ **В)** $(2;-1)$ **Г)** $(-1;2)$

Задача 11. Множеството от решенията на неравенството $-x^3>-4x$ е:

А) $x\in(-2;\ 2)$ **Б)** $x\in(-\infty;\ -2)\cup(2;\ \infty)$

В) $x\in(-2;\ 0)\cup(2;\ \infty)$ **Г)** $x\in(-\infty;\ -2)\cup(0;\ 2)$

Задача 12. Коя от зададените с формула за общия й член числова редица $a_1, a_2, \ldots a_n, \ldots,$ $\forall n\in\mathbb{N}$, е строго намаляваща?

А) $a_n=-n^2+2n-1$ **Б)** $a_n=-n^2+4n-4$ **В)** $a_n=-n^2+18n-81$ **Г)** $a_n=-n^2+6n-9$

Задача 13. Намерете частното на растяща геометрична прогресия, ако $a_1 = 3$ **и** $a_5 = 48$.

А) $-\sqrt[5]{16}$ **Б)** -2 **В)** 2 **Г)** $\sqrt[5]{16}$

Задача 14. Ако $\alpha \in (0°;90°)$ **и** $tg\alpha = \frac{3}{2}$**, то НЕВЯРНОТО твърдение е:**

А) $\alpha > 45°$ **Б)** $\text{cotg}\alpha = \frac{2}{3}$ **В)** $\sin\alpha > \cos\alpha$ **Г)** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

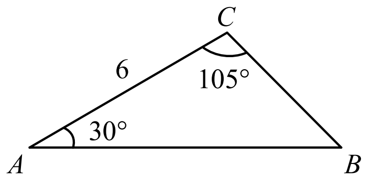
Задача 15. Ако x **е средноаритметичното на статистическия ред** $2, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34$ **и** y **е средноаритметичното на реда** $4, 4, 5, 7, 10, 15, 23, 36$**, то определете** $|x-y|$.

А) 2 **Б)** 4 **В)** 6 **Г)** 8

Задача 16. Броят на четните четирицифрени числа с различни цифри, записани с цифрите 1, 2, 3, 4 **и** 5**, е:**

А) 120 **Б)** 60 **В)** 48 **Г)** 24

Задача 17. Намерете дължината на страната BC **на** $\triangle ABC$**, ако** $AC = 6\ cm$**,** $\sphericalangle A = 30°$ **и** $\sphericalangle C = 105°$**.**

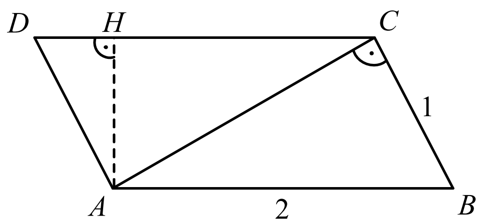


А) $2\ cm$ **Б)** $2\sqrt{2}\ cm$ **В)** $3\ cm$ **Г)** $3\sqrt{2}\ cm$

Задача 18. В правоъгълния $\triangle ABC$ **хипотенузата** AB **е** $7\,cm$ **и проекцията** AD **на катета** AC **върху хипотенузата е** $3\,cm$**. Дължината на** BC **е:**

А) $2\sqrt{3}\,cm$ **Б)** $\sqrt{21}\,cm$ **В)** $2\sqrt{7}\,cm$ **Г)** $28\,cm$

Задача 19. В успоредника $ABCD$ $AB = 2\,cm$, $BC = 1\ cm$**,** $AC \perp BC$ **и** $AH \perp CD$**. Отношението** $\frac{S_{\triangle AHD}}{S_{ABCD}}$ **е равно на:**



А) 1:8 **Б)** 1:7 **В)** 1:4 **Г)** 1: 3

Задача 20. **Разликата от дължините на основите на трапец, вписан в окръжност, е** $6\,cm$ **и котангенсът на един от ъглите му е** $0,6$ **. Дължината на височината на трапеца е:**

А) $3,6\,cm$ **Б)** $5\ cm$ **В)** $7,2\ cm$ **Г)** $10\ cm$

<u>МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА</u>

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

29.08.2017 г. - Вариант 1

МОДУЛ 2

Време за работа – 150 минути

<u>Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!</u>

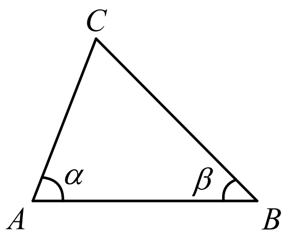
Задача 21. **Пресметнете стойността на израза** $25^{\log_5 3} - \log_2 \dfrac{\sqrt[3]{27} + \log_2 32}{2}$**.**

Задача 22. Намерете за кои стойности на x **стойността на израза** $\dfrac{3-2x}{x+3}$ **е НЕ по-голяма от** -5**.**

Задача 23. **Аритметична прогресия има** 25 **члена. Ако** $a_{13} = 15$**, то определете сумата** $a_1 + a_3 + a_5 + ... + a_{23} + a_{25}$ **на членовете с нечетен номер.**

Задача 24. От урна, в която има 4 **сини,** 6 **зелени и** 5 **жълти топки, се изваждат едновременно две. Каква е вероятността двете топки да са сини или двете топки да са зелени?**

Задача 25. **В** $\triangle ABC$ **на чертежа страната** $AB = 12\ cm$ **и** $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{1}{3}$. **Намерете дължината на радиуса на описаната около триъгълника окръжност.**



Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

Задача 26. **Решете уравнението** $\frac{x^2-x}{x^2+x}+\frac{x^2+x}{x^2-x}=\frac{x^2-3x}{x^2-1}$ **.**

Задача 27. **За геометрична прогресия е дадено, че** $a_5-a_3=36$ **и** $a_3-a_1=144$. **Намерете сумата на първите й 5 члена.**

Задача 28. **Диагоналите на четириъгълника** *ABCD*, **който е вписан в окръжност с радиус** $\sqrt{3}\ cm$, **се пресичат в точка** *O*. **Ако** $AO=2\ cm,\ CO=1\ cm, AB=BC$ **и** $\sphericalangle ADC<\sphericalangle ABC,$ **намерете диагонала** *BD* **и страните на четириъгълника.**

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА

29.08.2017 г. - Вариант 1

Ключ с верните отговори

№ на задача	Верен отговор	Брой точки
1	**Б**	2
2	**В**	2
3	**А**	2
4	**Б**	2
5	**Г**	2
6	**В**	2
7	**Б**	2
8	**В**	2
9	**Г**	2
10	**Б**	2
11	**Г**	3
12	**А**	3
13	**В**	3
14	**Г**	3
15	**А**	3
16	**В**	3
17	**Г**	3
18	**В**	3
19	**А**	3
20	**Б**	3
21	**7**	4
22	$x \in [-6; -3)$	4
23	195	4
24	$\frac{1}{5} = 0,2$	4
25	$\frac{9\sqrt{2}}{2} = \frac{9}{\sqrt{2}} = \sqrt{40,5} = 4,5\sqrt{2}\ cm$	4
26		10
27		10

28		10

Задача 26. ***Решение:*** Дефиниционното множество на уравнението е DM: $x \neq 0,\ x \neq \pm 1$.

Тогава $\frac{x^2-x}{x^2+x}+\frac{x^2+x}{x^2-x}=\frac{x^2-3x}{x^2-1} \Leftrightarrow \frac{\cancel{x}(x-1)}{\cancel{x}(x+1)}+\frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x-1)}-\frac{x^2-3x}{x^2-1}=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{x-1}{x+1}+\frac{x+1}{x-1}-\frac{x^2-3x}{(x+1)(x-1)}=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(x+1)^2-\left(x^2-3x\right)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-\cancel{2x}+1+\cancel{x^2}+\cancel{2x}+1-\cancel{x^2}+3x=0 \Leftrightarrow x^2+3x+2=0 \Leftrightarrow x_1=-2 \in DM,\ x_2=-1 \notin DM$

Следователно уравнението има единствено решение $x=-2$.

Забележка. Ако не се извърши съкращаване на множителя x в първите две дроби, след освобождаване от знаменател ще се получи уравнението $\left(x^2+3x+2\right)x=0$. Тогава към корените $x_1=-2$ и $x_2=-1$ ще се добави $x_3=0 \notin DM$.

Критерии за оценяване:

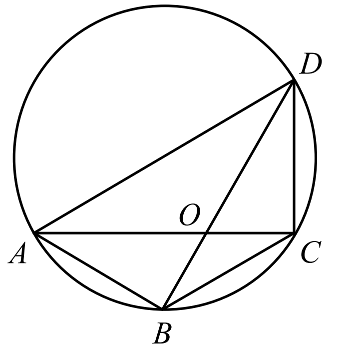
Определяне на дефиниционното множество на уравнението	**1 точка**
Разлагане на знаменателите на линейни множители	**2 точки**
Освобождаване от знаменател	**2 точки**
Получаване на уравнението $x^2+3x+2=0$ или $\left(x^2+3x+2\right)x=0$	**2 точки**
Решаване на уравнението	**2 точки**
Извод, че $x=-2$ е единствено решение	**1 точка**

Задача 27. Критерии за оценяване:

Съставяне на системата $\begin{vmatrix} a_5-a_3=36 \\ a_3-a_1=144 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} a_1q^4-a_1q^2=36 \\ a_1q^2-a_1=144 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} a_1q^2(q^2-1)=36 \\ a_1(q^2-1)=144 \end{vmatrix}$	**2 точки**
Решаване системата чрез почленно деление $\frac{a_1q^2(q^2-1)}{a_1(q^2-1)}=\frac{36}{144}$	**2 точки**
Получаване на $q^2=\frac{1}{4}, q_{1,2}=\pm\frac{1}{2}$	**1 точка**
Определяне на $a_1=-192$	**1 точка**

Определяне на сумата $S_5 = -372$ при $q_1 = \frac{1}{2}$ чрез използване на формулата за сума $S_5 = a_1 . \frac{q^5 - 1}{q - 1}$	**2 точки**
Определяне на сумата $S_5 = -132$ при $q_1 = -\frac{1}{2}$ чрез използване на формулата за сума $S_5 = a_1 . \frac{q^5 - 1}{q - 1}$	**2 точки**

Задача 28.



Критерии за оценяване:

За прилагане на синусова теорема в $\triangle ADC$ и обосновано намиране на $\sphericalangle ADC = 60°$	**2 точки**
За обосноваване, че DO е ъглополовяща в $\triangle ADC$	**1 точка**
За прилагане на косинусова теорема в $\triangle ADC$ и намиране на $AD = 2\sqrt{3}\ cm$ и $DC = \sqrt{3}\ cm$.	**2 точки**
За прилагане на косинусова теорема в $\triangle ABC$ и намиране на $AB = BC = \sqrt{3}\ cm$.	**2 точки**
За доказване, че $\triangle BCD \cong \triangle ABC$	**2 точки**
За намиране на диагонала $BD = 3\ cm$	**1 точка**

При друго решение на задачата:

За намиране на $\sphericalangle ABC = 120°$ и $\sphericalangle ADC = 60°$	**3 точки**
За обосноваване, че DO е ъглополовяща в $\triangle ADC$	**1 точка**
За намиране на $BD = 3\ cm$	**2 точки**
За намиране на $AB = BC = \sqrt{3}\ cm$	**2 точки**
За намиране на $AD = 2\sqrt{3}\ cm$	**1 точка**
За намиране на $DC = \sqrt{3}\ cm$	**1 точка**