<u>МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА</u>

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

27.05.2014 г. – <u>ВАРИАНТ 1</u>

<u>Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!</u>

1. Кое е най-голямото от посочените числа?

А) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ **Б)** $2^{\frac{1}{2}}$ **В)** $\sqrt{\frac{1}{2}}$ **Г)** $\log_2 \frac{1}{2}$

2. За $a=\sqrt{2}$ **стойността на израза** $\frac{(-a)^{-5}\,.\,a^6}{-a^{-4}\,.\,a^3}$ **е равна на:**

А) -2 **Б)** $-\sqrt{2}$ **В)** $\sqrt{2}$ **Г)** 2

3. Дефиниционното множество на израза $\frac{x}{\sqrt{7-x}}$ **е:**

А) $x\in(-\infty;0)\cup(0;7)$ **Б)** $x\in(7;+\infty)$

В) $x\in[7;+\infty)$ **Г)** $x\in(-\infty;7)$

4. Множеството от решенията на неравенството $\frac{2}{x-2}\leq 1$ **е:**

А) $(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$ **Б)** $(-\infty;2)\cup[4;+\infty)$

В) $(2;4]$ **Г)** $[2;4]$

5. Ако $\log_a 16=2$, **то числото** a **е равно на:**

А) -4 **Б)** 4 **В)** 8 **Г)** 16

6. Сборът от корените на уравнението $\sqrt{6-5x}=x$ **е равен на:**

А) -5 **Б)** 1 **В)** 5 **Г)** 6

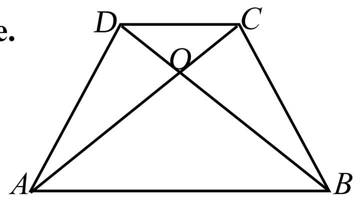
7. Ако x_1 **и** x_2 **са реалните корени на уравнението** $x^2-6x+7=0$**, то стойността на израза** $A=\frac{x_1}{2}-x_1x_2+\frac{x_2}{2}$ **е равна на:**

А) -10 **Б)** -8 **В)** -4 **Г)** -1

8. Числената стойност на израза $\cos 335° + \sin 295° - \cos 315°$ **е:**

А) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **Б)** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ **В)** $2\sin 25° - \frac{\sqrt{2}}{2}$ **Г)** $2\cos 25° - \frac{\sqrt{2}}{2}$

9. В трапеца $ABCD\left(AB \parallel CD\right)$ O **е пресечната точка на диагоналите.**

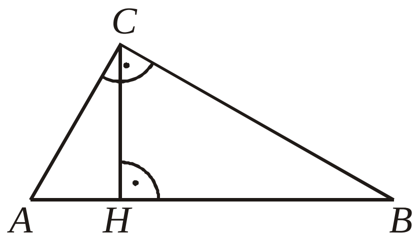


Ако $AB = 3CD$ **и** $OC = 3$ **cm, намерете дължината на диагонала** AC**.**

А) 6 cm **Б)** 9 cm

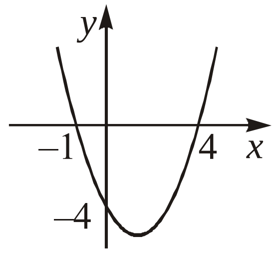
В) 12 cm **Г)** 18 cm

10. В правоъгълния $\triangle ABC$ $\left(\sphericalangle ACB = 90°\right)$ **петата на височината** CH **дели хипотенузата** AB **на отсечки** AH **и** BH**, като** $AH : BH = 1 : 4$**. Котангенсът на** $\sphericalangle CAB$ **е равен на:**



А) 4 **Б)** 2 **В)** $\frac{1}{2}$ **Г)** $\frac{1}{4}$

11. Графиката на коя от функциите е изобразена на чертежа?



А) $f\left(x\right) = -x^2 - 3x + 4$ **Б)** $f\left(x\right) = x^2 + 3x - 4$

В) $f\left(x\right) = -x^2 + 3x + 4$ **Г)** $f\left(x\right) = x^2 - 3x - 4$

12. За членовете на числовата редица с общ член a_n, $n \in \mathbb{N}$ **са в сила равенствата** $a_3 = 8$**,** $a_2 = 3a_1$ **и** $a_3 = 4a_2$**. Първият член на редицата е:**

А) $\frac{1}{6}$ **Б)** $\frac{2}{3}$ **В)** $\frac{3}{2}$ **Г)** 213

13. За геометричната прогресия $a_1, a_2, a_3, \ldots$ **е изпълнено** $\left| \begin{array}{l} a_1 - a_3 = 30 \\ a_4 - a_2 = -\frac{15}{2} \end{array} \right.$.

Първият член a_1 **и частното** q **са съответно равни на:**

А) 32 и $\frac{1}{4}$ **Б)** 32 и $-\frac{1}{4}$ **В)** -32 и $\frac{1}{4}$ **Г)** -32 и $-\frac{1}{4}$

14. Най-голямата стойност на израза $3\cos 5x + 1$ **е:**

А) -2 **Б)** $\frac{8}{3}$ **В)** 4 **Г)** 6

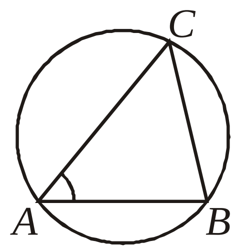
15. Сумата на осем числа е A. Едно от числата е 8 и е заменено с числото 24. Средноаритметичното на новите осем числа е:

А) $3A$ **Б)** $\frac{A}{3}$ **В)** $\frac{A}{8}+3$ **Г)** $\frac{A}{8}+2$

16. В един магазин всички стоки имат осемцифрен код с различни и неповтарящи се цифри, като всеки код започва с 2014. Колко най-много стоки може да има в този магазин?

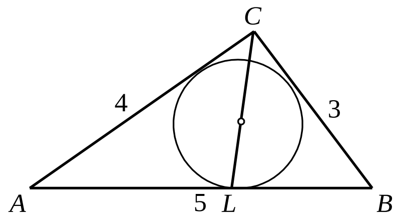
А) V_6^4 **Б)** V_{10}^4 **В)** C_{10}^4 **Г)** C_4^6

17. Остроъгълният $\triangle ABC$ е вписан в окръжност с радиус $R=3$ cm. Ако $AB=3\sqrt{3}$ cm и $\sphericalangle BAC=45^\circ$, то мярката на $\sphericalangle ABC$ е:



А) 30° **Б)** 45° **В)** 60° **Г)** 75°

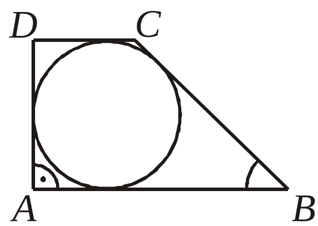
18. На чертежа $\triangle ABC$ е със страни $AC=4$ cm, $BC=3$ cm и $AB=5$ cm. Отсечката CL минава през центъра на вписаната в $\triangle ABC$ окръжност. Дължината на CL е:



А) $\frac{7\sqrt{2}}{12}$ cm **Б)** $\frac{12\sqrt{2}}{7}$ cm

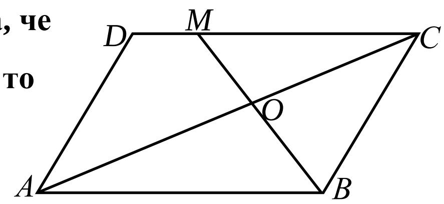
В) $12\sqrt{2}$ cm **Г)** $14\sqrt{2}$ cm

19. Правоъгълният трапец $ABCD$ $(AB \parallel CD)$ е описан около окръжност с радиус 3 cm. Ако $\sphericalangle ABC=30^\circ$, то лицето на трапеца е:



А) 27 cm^2 **Б)** 36 cm^2 **В)** 48 cm^2 **Г)** 54 cm^2

20. В успоредника $ABCD$ точка M лежи на страната CD така, че $DM:DC=2:7$. Ако $AC \cap BM = O$ и лицето на $\triangle MOC=50$ cm², то лицето на $\triangle ABO$ е равно на:



А) $\frac{450}{7}$ cm² **Б)** 70 cm² **В)** 98 cm² **Г)** 140 cm²

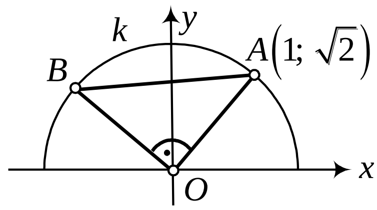
<u>Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!</u>

21. За $\operatorname{cotg}\alpha = -\dfrac{1}{5}$ **намерете стойността на израза** $\dfrac{5\cos\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha + 10\cos\alpha}$ **.**

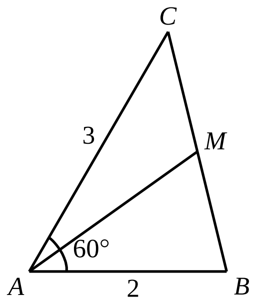
22. Намерете корените на уравнението $\sqrt{8 + 2x - x^2} = 2x + 1$**.**

23. Гражданин депозирал 6000 **лв. в банка на годишен срочен влог. След една година сумата нараснала на** 6 240 **лв. Колко лева ще стане депозитът на гражданина след още една година?**

24. В правоъгълна координатна система *xOy* **е построена полуокръжност** k **с център** *O***, разположена над абсцисната ос. Върху** k **са избрани точки** $A\left(1;\ \sqrt{2}\right)$ **и** *B* **така, че** $\sphericalangle AOB = 90^\circ$**. Намерете дължината на хордата** *AB***.**



25. В $\triangle ABC$ $AB = 2\,\mathbf{dm}$ $AC = 3\,\mathbf{dm}$ **и** $\sphericalangle BAC = 60^\circ$**. Намерете медианата** $AM\ \left(M \in BC\right)$ **на триъгълника.**



<u>Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!</u>

26. Да се реши уравнението $\dfrac{x+1}{2x^2 - 5x + 2} + \dfrac{2x+1}{2x^2 + x - 1} = \dfrac{1}{x-2}$.

27. Сумата от първите три члена на геометрична прогресия е равна на 70**. Ако към втория член добавим** 5**, ще се получат три числа, които са последователни членове на аритметична прогресия. Намерете двете прогресии.**

28. През върха *C* **на правоъгълния** $\triangle ABC$ **с катети** $AC = 6$ **и** $BC = 6\sqrt{2}$ **е построена права** *m*, **перпендикулярна на медианата** $AP\left(P \in BC\right)$**. Намерете дължината на отсечката** *MN***, където** *M* **и** *N* **са общите точки на** *m* **съответно с** *AP* **и** *AB***.**

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ $\quad D=b^2-4ac$ $\quad x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ при $D\geq 0$

$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ $\quad$ Формули на Виет: $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$ $\quad x_1x_2=\dfrac{c}{a}$

Квадратна функция

Графиката на $y=ax^2+bx+c,\ a\neq 0$ е парабола с връх точката $\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{D}{4a}\right)$

Корен. Степен и логаритъм

$\sqrt[2k]{a^{2k}}=|a|$ $\quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}}=a$ при $k\in\mathbb{N}$

$\dfrac{1}{a^m}=a^{-m},\ a\neq 0$ $\quad \sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$ $\quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$ $\quad \sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$ при $a\geq 0, k\geq 2, n\geq 2$ и $m,n,k\in\mathbb{N}$

$a^x=b\Leftrightarrow \log_a b=x$ $\quad a^{\log_a b}=b$ $\quad \log_a a^x=x$ при $a>0, b>0$ и $a\neq 1$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n=n.(n-1)...3.2.1=n!$

Брой на вариациите на n елемента k-ти клас: $V_n^k=n.(n-1)...(n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k-ти клас: $C_n^k=\dfrac{V_n^k}{P_k}=\dfrac{n.(n-1)...(n-k+1)}{k.(k-1)...3.2.1}$

Вероятност за настъпване на събитието A:

$$p(A)=\frac{\textit{брой на благоприятните случаи}}{\textit{брой на възможните случаи}},\quad 0\leq p(A)\leq 1$$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n=a_1+(n-1)d$ $\quad S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n=\dfrac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$

Геометрична прогресия: $a_n=a_1.q^{n-1}$ $\quad S_n=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1},\ q\neq 1$

Формула за сложна лихва: $K_n=K.q^n=K.\left(1+\dfrac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1c$ $b^2 = b_1c$

$h_c^{\,2} = a_1b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

Формула за медиана:

$m_a^{\,2} = \frac{1}{4}\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)$ $m_b^{\,2} = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2c^2 - b^2\right)$ $m_c^{\,2} = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2b^2 - c^2\right)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^{\,2} = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник: $d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab\sin\alpha$ Трапец: $S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α°	0°	30°	45°	60°	90°
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ-\alpha$	$90^\circ+\alpha$	$180^\circ-\alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
cos	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
tg	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{cotg}\alpha$	$-\operatorname{cotg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{cotg}\alpha$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta}{1\mp\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{cotg}\alpha\operatorname{cotg}\beta\mp1}{\operatorname{cotg}\beta\pm\operatorname{cotg}\alpha}$$

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$$

$$\operatorname{tg}2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$\operatorname{cotg}2\alpha=\frac{\operatorname{cotg}^2\alpha-1}{2\operatorname{cotg}\alpha}$$

$$\sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$$

$$\cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+cos\beta=2cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$1-\cos\alpha=2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$1+\cos\alpha=2\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\big(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\big)$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\big(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\big)$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\big(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\big)$$

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

Математика – 27 май 2014 г.

ВАРИАНТ 1

Ключ с верните отговори

Въпроси с изборен отговор

Въпрос №	Верен отговор	Брой точки
1	**Б**	2
2	**Г**	2
3	**Г**	2
4	**Б**	2
5	**Б**	2
6	**Б**	2
7	**В**	2
8	**Б**	2
9	**В**	2
10	**В**	2
11	**Г**	3
12	**Б**	3
13	**А**	3
14	**В**	3
15	**Г**	3
16	**А**	3
17	**Г**	3
18	**Б**	3
19	**Г**	3
20	**В**	3
21	2	4
22	1	4
23	$6\,489,60$ лв.	4
24	$AB=\sqrt{6}$	4
25	$AM=\frac{\sqrt{19}}{2}$ dm	4
26	$x_1=0$	10
27	$\div\!\div 10, 20, 40$ и $\div 10, 25, 40$ $\div\!\div 40, 20, 10$ и $\div 40, 25, 10$	10
28	$MN=\frac{1}{3}CN=\sqrt{3}$	10

Въпроси с решения

26. Критерии за оценяване:

1. За разлагане на множители на знаменателите на дробите в лявата страна
$2x^2-5x+2=(2x-1)(x-2)$ и $2x^2+x-1=(2x-1)(x+1)$. (2 т.)

2. За определяне на дефиниционното множество $x \neq -1; \frac{1}{2}; 2$. (1 т.)

3. За намиране на най-малкият общ знаменател $(2x-1)(x-2)(x+1)$ и освобождаване от знаменател. (2 т.)

4. За получаване на квадратно уравнение $x^2-2x=0$. (2 т.)

5. За намиране корените на квадратното уравнение $x_1=2$ и $x_2=0$. (1 т.)

6. За проверка на принадлежност на корените към дефиниционното множество и определяне на верния отговор $x_1=0$ (2 т.)

27. Критерии за оценяване:

Първи начин

1. Означаване на числата x, xq, xq^2 и записване на $x+xq+xq^2=70$. (1 т.)

2. Изразяване на числата на аритметичната прогресия $x,\ xq+5,\ xq^2$. (1 т.)

3. Получаване на зависимостта $x-2xq+xq^2=10$. (1 т.)

4. Съставяне и решаване на системата $\left| \begin{array}{l} x+xq+xq^2=70 \\ x-2xq+xq^2=10 \end{array} \right.$. (3 т.)

5. Получаване на прогресиите: $\div\!\div 10, 20, 40$ и $\div 10, 25, 40$. (2 т.)

6. Получаване на прогресиите: $\div\!\div 40, 20, 10$ и $\div 40, 25, 10$. (2 т.)

Втори начин

1. Означаване на числата на аритметичната прогресия $x-d,\ x,\ x+d$. (1 т.)

2. Означаване на числата на геометричната прогресия $x-d,\ x-5,\ x+d$. (1т.)

3. Намиране $x=25$. (2 т.)

4. Прилагане на свойството на геометричната прогресията

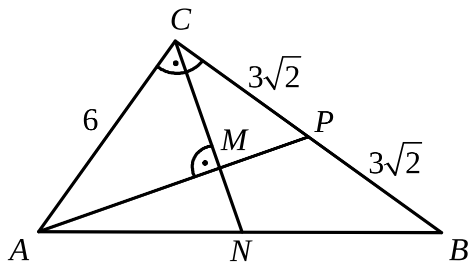
$(x-5)^2=(x-d)(x+d)$. (2 т.)

5. Намиране на $d_{1,2}=\pm 15$. (2 т.)

6. Определяне членовете на първите две прогресии $\div 10, 25, 40$, ∺ $10, 20, 40$. (1 т.)

7. Определяне членовете на останалите две прогресии $\div 40, 25, 10$, ∺ $40, 20, 10$. (1 т.)

28. Критерии за оценяване:



1. Намиране на хипотенузата $AB = 6\sqrt{3}$. (1 т.).

2. Доказване на $\dfrac{AM}{PM} = 2$. (4 т.)

2.1. Определяне $PC = \dfrac{1}{2}BC = 3\sqrt{2}$. (1 т.)

2.2. Зависимостта $AC^2 = AM.AP$. (1 т.)

2.3. Зависимостта $PC^2 = PM.AP$. (1 т.)

2.4. Почленно делене, следва, че $\dfrac{AM}{PM} = \dfrac{AC^2}{PC^2} = \dfrac{6^2}{\left(3\sqrt{2}\right)^2} = \dfrac{36}{18} = 2$. (1 т.)

3. Доказване, че M е медицентър на $\triangle ABC$, тъй като $M \in AP$ и $AM : PM = 2:1$. (2 т.)

4. Извод, че CN е медиана и $CN = \dfrac{1}{2}AB = 3\sqrt{3}$. (1т.)

5. Намиране на $MN = \dfrac{1}{3}CN = \sqrt{3}$. (2 т.)