МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

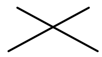
МАТЕМАТИКА

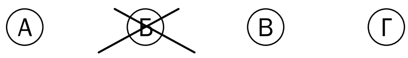
19 май 2011 г. – <u>Вариант 2</u>

УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,

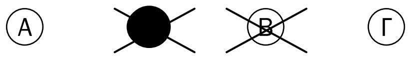
Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:

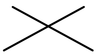
- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.

Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително) в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте с черен цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. За да отбележите верния отговор, зачертайте със знака  кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:



Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и зачертайте буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:



За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е зачертана със знака  .

Отговорите на **задачите със свободен отговор (от 21. до 28. вкл.)** запишете в предоставения **свитък за свободните отговори**, като за задачи **от 26. до 28. вкл.** запишете пълните решения с необходимите обосновки.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Числото $x = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ **е от интервала:**

А) $(3;+\infty)$ **Б)** $(-\infty;-3)$ **В)** $\left[-\frac{1}{4};+\infty\right)$ **Г)** $\left[\frac{1}{4};+\infty\right)$

2. Стойността на израза $\sqrt[3]{\left(1-\sqrt{3}\right)^3} + \sqrt{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2}$ **е равна на:**

А) $1-\sqrt{2}$ **Б)** $\sqrt{2}-1$ **В)** $1+\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ **Г)** $2\sqrt{3}-\sqrt{2}-1$

3. Ако x_1 **и** x_2 **са корените на квадратното уравнение** $6x^2+x-2=0$**, то** $2x_1$ **и** $2x_2$ **са корени на уравнението:**

А) $12x^2+2x-4=0$ **Б)** $3x^2+x-1=0$ **В)** $3x^2+x-4=0$ **Г)** $6x^2-2x+8=0$

4. Решенията на неравенството $\frac{x^2+x-6}{1-x^2}<0$ **са:**

А) $x\in(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(2;+\infty)$ **Б)** $x\in(-3;-1)\cup(1;2)$

В) $x\in(-\infty;-2)\cup(-1;1)\cup(3;+\infty)$ **Г)** $x\in(-2;-1)\cup(1;3)$

5. Дефиниционната област на израза $\frac{1}{\sqrt{x}-1}$ **е:**

А) $x\in[0;+\infty)$ **Б)** $x\in(1;+\infty)$ **В)** $x\in(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$ **Г)** $x\in[0;1)\cup(1;+\infty)$

6. Броят на реалните корени на уравнението $x^4+x^2=20$ **е:**

А) 0 **Б)** 1 **В)** 2 **Г)** 4

7. Стойността на израза $\sin\alpha+\cos\frac{\alpha}{2}+\operatorname{tg}2\alpha+\operatorname{cotg}\frac{3\alpha}{2}$ **при** $\alpha=60^\circ$ **:**

А) е $1-\sqrt{3}$ **Б)** е 0 **В)** е $2\sqrt{3}$ **Г)** не съществува

8. Неравенството $\log_a \frac{1}{3} > \log_a \frac{1}{4}$ **е вярно, когато:**

А) $a < 0$ **Б)** $0 < a < 1$ **В)** $a = 1$ **Г)** $a > 1$

9. Общият член на числова редица е $a_n = \sqrt{n^2 - 8n + 16} + 21$, $n \in \mathbb{N}$. **Номерът** n, **за който** a_n **приема най–малка стойност, е:**

А) 1 **Б)** 4 **В)** 17 **Г)** 21

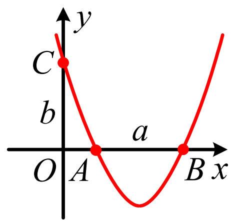
10. Разликата на аритметична прогресия, за която $a_3 = 3$ **и** $3a_2 - a_4 = 4$**, е равна на:**

А) $-\frac{1}{2}$ **Б)** $\frac{1}{2}$ **В)** $\frac{5}{4}$ **Г)** $\frac{5}{2}$

11. В правоъгълна координатна система xOy **е построена графиката на функцията** $y = x^2 - \frac{11}{3}x + 2$**. Точките** A **и** B **са пресечните точки на графиката с абсцисната ос, а точката** C **е пресечната точка на графиката с ординатната ос. Ако** $AB = a$ **и** $OC = b$**, то:**

А) $a < b$ **Б)** $a = b$

В) $a > b$ **Г)** a и b не могат да се сравнят.



12. Кое от твърденията НЕ е вярно за статистическия ред: 1; 2; 2; 3; 4; 4; 4; 5; 6; 6; 6; 7; 8; 8; 9 **?**

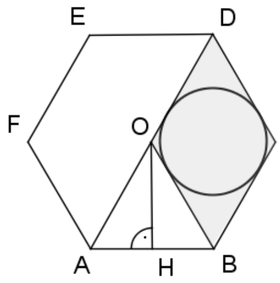
А) Медианата и средноаритметичното на реда са равни.

Б) Ако се добави нов член на реда, равен на 4**, то медианата на получения ред ще бъде** 4,5.

В) Ако се отстрани един член на реда, равен на 4**, то модата на получения ред ще бъде по-малка от медианата.**

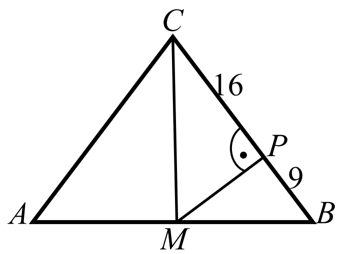
Г) Ако се добави нов член на реда, равен на 4**, то модата на получения ред ще бъде по-малка от медианата.**

13. На чертежа $ABCDEF$ **е правилен шестоъгълник. Ако в него е вписана окръжност с радиус** $OH = 3\sqrt{3}$**, то радиусът на окръжността, вписана в четириъгълника** $OBCD$, **е равен на:**

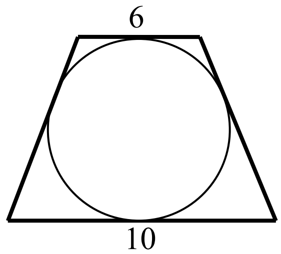


А) $\sqrt{3}$ **Б)** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ **В)** 3 **Г)** $2\sqrt{3}$

14. В равнобедрения $\triangle ABC$ **на чертежа** CM **(**$M \in AB$**) е медиана към основата и** $MP \perp BC\left(P \in BC\right)$**. Ако** $BP = 9$ **и** $PC = 16$**, то лицето на** $\triangle ABC$ **е равно на:**



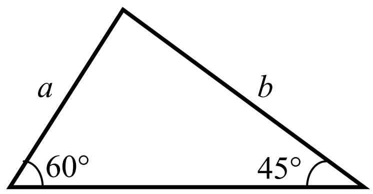
А) 150 **Б)** 300 **В)** 600 **Г)** 3600



15. В равнобедрен трапец с основи 6 **cm и** 10 **cm е вписана окръжност. Радиусът на окръжността е:**

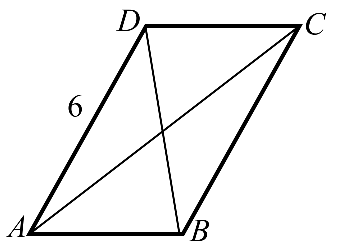
А) $\sqrt{15}$ **cm** **Б)** $\sqrt{17}$ **cm** **В)** $2\sqrt{15}$ **cm** **Г)** $2\sqrt{17}$ **cm**

16. За триъгълника на чертежа отношението $a^2 : b^2$ **е равно на:**



А) $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ **Б)** $2 : 3$ **В)** $\sqrt{2} : 3$ **Г)** $2 : \sqrt{3}$

17. За успоредника $ABCD$ **на чертежа** $AD = 6$**,** $AC = 2\sqrt{19}$ **и** $BD = 4$**. Дължината на страната** AB **е равна на:**



А) $\sqrt{10}$ **Б)** $\sqrt{18}$ **В)** $\sqrt{41}$ **Г)** 10

18. Даден е $\triangle ABC$**, за който** $AB = 10\sqrt{2}$ **и** $\angle ACB = 135°$**. Разстоянието от центъра на описаната около триъгълника окръжност до страната** AB **е равно на:**

А) $2\sqrt{2}$ **Б)** $3\sqrt{2}$ **В)** $4\sqrt{2}$ **Г)** $5\sqrt{2}$

19. Лицето на ромб $ABCD$ **с диагонал** $AC = 4\sqrt{3}$ **и** $\angle ABC = 120°$ **е:**

А) $2\sqrt{3}$ **Б)** 8 **В)** $6\sqrt{3}$ **Г)** $8\sqrt{3}$

20. Даден е $\triangle ABC$**, за който** $AC = 5\sqrt{3}$**,** $BC = 12$ **и** $S_{\triangle ABC} = 15\sqrt{3}$**. Дължина на страната** AB **може да бъде числото:**

А) $\sqrt{199}$ **Б)** $\sqrt{299}$ **В)** $\sqrt{399}$ **Г)** $\sqrt{499}$

Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

21. За $a > 0$ **и** $b > 0$ **намерете стойността на числото** $\lg\frac{ab}{10}$**, ако** $\lg a = 7$ **и** $\lg b = 3$**.**

22. Намерете сбора от корените на уравнението $\sqrt{3x^2 + 7x + 5} = 2x + 1$**.**

23. В правоъгълна координатна система с мерна единица 1 **cm са построени графиките на функциите** $f(x) = x^2 + x - 17$ **и** $g(x) = 2x - 5$**, а** M **е обща точка на двете графики и лежи в първи квадрант. Намерете разстоянието в сантиметри от точка** M **до началото на координатната система.**

24. Фирма се състои от три отдела: административен – 4 **души със средна заплата** 600 **лв, научен –** 10 **души със средна заплата** 550 **лв и производствен –** 36 **души със средна заплата** 500 **лв. Каква е средната заплата във фирмата?**

25. Две от страните на разностранен триъгълник са с дължини 4 **cm и** 6 **cm, а мерките на ъглите срещу тях се отнасят съответно както** 1 : 2 **. Да се намери третата страна на триъгълника.**

<u>Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!</u>

26. За членовете на аритметична прогресия $a_1, a_2, a_3, \ldots$ **и геометрична прогресия** $b_1, b_2, b_3, \ldots$ **са в сила равенствата:** $a_1 = 2b_1 = 2,\ a_6 = 3b_2,\ a_{15} = 4b_3$**. Намерете първите три члена на двете прогресии.**

27. С помощта на цифрите 0, 1, 8 и 9 **са записани всички трицифрени числа с различни цифри и по случаен начин е избрано едно от тях. Каква е вероятността това число да се дели на** 9**?**

28. В $\triangle ABC$ **със страна** $AB = \sqrt{10}$ **точката** O **е центърът на вписаната окръжност,** $AO = 2$ **и** $BO = \sqrt{2}$**. Да се намери лицето на** $\triangle ABC$**.**

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА 19.05. 2011 г.

Ключ с верните отговори на Вариант 2

Въпрос №	Верен отговор	Брой точки
1.	**Б**	**2**
2.	**А**	**2**
3.	**В**	**2**
4.	**А**	**3**
5.	**Г**	**2**
6.	**В**	**2**
7.	**Б**	**2**
8.	**Г**	**2**
9.	**Б**	**3**
10.	**Б**	**2**
11.	**В**	**3**
12.	**В**	**3**
13.	**Б**	**2**
14.	**Б**	**3**
15.	**А**	**3**
16.	**Б**	**2**
17.	**А**	**3**
18.	**Г**	**3**
19.	**Г**	**3**
20.	**В**	**3**
21.	9	**4**
22.	4	**4**
23.	5	**4**
24.	518 лв.	**4**
25.	5	**4**

Въпрос №	Верен отговор	Брой точки
26.	$\div \quad 2;\ 2\frac{1}{2};\ 3$ $\div\div \quad 1;\ \frac{3}{2};\ \frac{9}{4}$ **или** $\div\ 2;\ 1\frac{24}{25};\ 1\frac{23}{25}$ $\div\div \quad 1;\ \frac{3}{5};\ \frac{9}{25}$	**10**
27.	$P = \frac{5}{9}$	**10**
28.	$S_{\triangle ABC} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} = 2,4$	**10**

26. Критерии за оценяване

1. Получаване на системата $\left| \begin{array}{l} 2+5d=3q \\ 1+7d=2q^2 \end{array} \right.$ **2 т.**.

2. Намиране на $q_1=\dfrac{3}{2}$, $q_2=\dfrac{3}{5}$. **2 т.**

3. Намиране на съответните $d_1=\dfrac{1}{2}$ и $d_2=-\dfrac{1}{25}$. **2 т.**

4. Получаване на членовете на двете прогресии при $q_1=\dfrac{3}{2}$ и $d_1=\dfrac{1}{2}$

Аритметична: $2;\ \dfrac{5}{2}=2\dfrac{1}{2};\ 3$ и геометрична $1;\ \dfrac{3}{2};\ \dfrac{9}{4}$. **2т.**

5. Получаване на членовете на двете прогресии при $q_2=\dfrac{3}{5}$, и $d_2=-\dfrac{1}{25}$

Аритметична: $2;\ \dfrac{49}{25}=1\dfrac{24}{25};\ \dfrac{48}{25}=1\dfrac{23}{25}$ и геометрична $1;\ \dfrac{3}{5};\ \dfrac{9}{25}$. **2 т.**

27. Критерии за оценяване

1. Преброяване на трицифрените числа, образувани от дадените 4 цифри **.** **3 т.**

I начин : броят $=3.3.2=18$**,** защото цифрата на стотиците може да се избере от 3 цифри (1, 8 и 9), цифрата на десетиците – от 3 цифри (0 и останалите две от неизбраните) и цифрата на единиците – от 2 цифри (неизбраните за цифра на десетиците).

Общият брой на числата е $3.3.2=18$

II начин.

Броят на трицифрените числа, образувани от 4 цифри, е $V_4^3=4.3.2=24$, като в това число са включени и тези, започващи с нула (018, 019, 089, ...), които са $V_3^2=3.2=6$.

Следователно броят на трицифрените числа, образувани с помощта на цифрите 0, 1, 8 и 9, е $24-6=18$.

2. Преброяване на трицифрените числа, образувани от дадените цифри,

които се делят на 9 (за всяка от двете възможности по 3 точки)**.-** **6 т.**

Трицифрените числа, образувани от тези цифри, ще се делят на 9, само ако сумата от трите цифри се дели на 9. В случая възможностите са две – цифрите са 1, 8, 0 или

1, 8, 9. (2 т.)

Броят на трицифрените числа, образувани от цифрите 1, 8 и 0, е $2.2.1=4$,

а броят на тези, чиито цифри са 1, 8 и 9, е $P_3=3!=6$. **(**2.2 т. = 4 т.**)**

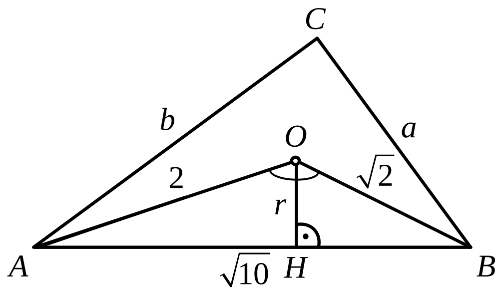
3. Намиране на търсената вероятност. **1 т.**

Общият брой благоприятни случаи са $6+4=10$

Вероятността $P=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$.

Забележка: Ако не е съобразено, че цифрата 0 не може да е цифра на стотиците се отнемат 3 точки.

28. Критерии за оценяване



1.Намиране на $\angle AOB=135°$. **2 т.**.

$\cos\angle AOB=\frac{AO^2+BO^2-AB^2}{2AO.BO}=\frac{4+2-10}{2.2.\sqrt{2}}=$

$\frac{-4}{4\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\angle AOB=135°$.

2.Пресмятане на радиуса $r=\frac{\sqrt{10}}{5}$. **3 т.**

$S_{AOB}=\frac{1}{2}AO.BO.\sin 135°=\frac{1}{2}.2.\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}=1.$

$S_{AOB}=\frac{1}{2}AB.OH=\frac{\sqrt{10}}{2}r$ следва, че $r=\frac{2}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Забележка: Присъждат се 3 т., ако вместо r се намира $\sin\angle BAC$.

3.Доказване на $\angle ACB=90°$ **.** **2 т..**

Точката O е центърът на вписаната окръжност, AO и BO са ъглополовящи на $\angle BAC$ и $\angle ABC$.

$\angle AOB=90°+\frac{1}{2}\angle ACB \Leftrightarrow 135°=90°+\frac{1}{2}\angle ACB \Leftrightarrow \frac{1}{2}\angle ACB=45°,\ \angle ACB=90°.$

4**.** Пресмятане на лицето $S_{\triangle ABC}=\frac{12}{5}$. **3 т.**

Нека $BC=a,\ AC=b$ и $AB=c$. От $r=\frac{a+b-c}{2}$, $a+b=2r+c=\frac{2\sqrt{10}}{5}+\sqrt{10}=\frac{7\sqrt{10}}{5}$.

$S_{\triangle ABC}=pr=\frac{1}{2}(a+b+c)r=\frac{1}{2}\left(\frac{7\sqrt{10}}{5}+\sqrt{10}\right)\frac{\sqrt{10}}{5}=\frac{1}{2}.\frac{12\sqrt{10}}{5}.\frac{\sqrt{10}}{5}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}=2,4.$