Национално състезание по формата на “Европейско Кенгуру”

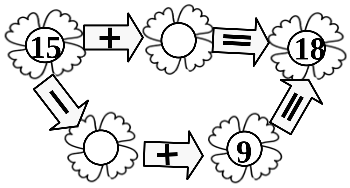
6 юни 2015 г.

ТЕМА за 1. клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. На колко е равен сборът на двете пропуснати числа?



A) 3 **B)** 6 **C)** 9 **D)** 11 **E)** 12

2. На покрива на къща са накацали няколко лястовички, а на оградата – с 6 повече. Три лястовички отлетели от покрива, а 2 лястовички отлетели от оградата и кацнали на покрива. С колко повече са станали лястовичките на оградата?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

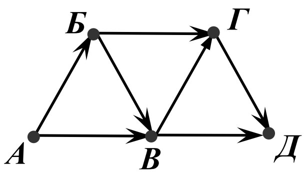
3. Елена и приятелката ѝ Дани са облечени така, че блузите, полите и обувките им са различни.

Това е Елена.

Коя е Дани?

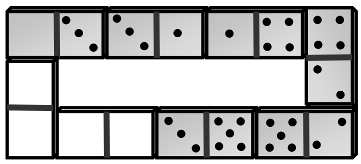
A) **B)** **C)** **D)** **E)**

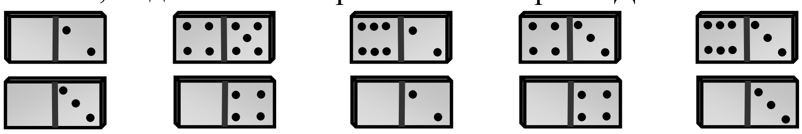
4. По колко начина можем да стигнем от *А* до *Д*, като се движим само по посока на стрелките?



A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

5. Кои плочки могат да се поставят вместо двете празни плочки, за да се спазят правилата на играта "Домино"?





A) **B)** **C)** **D)** **E)**

6.

$$\bigcirc + \square + \bigcirc + \square + \bigcirc = 16$$

$$\bigcirc + \square = 7$$

Намерете $\square - \bigcirc = ?$

7. На масата са сложени три пръчици с дължина 1 см, три пръчици с дължина 2 см и две пръчици с дължина 3 см.

В таблицата е даден пример как с две пръчици по 1 см, с две пръчици по 2 см и с една пръчица с дължина 3 см може да се направи триъгълник с равни страни.

№ по ред	**Дължини на използваните пръчици за всяка страна**		
1.	3 см	1 см + 2 см	1 см + 2 см

Запишете в таблицата в листа за отговори всички различни начини за образуването на триъгълник с равни страни, като се използват по няколко от тези пръчици, без да се чупят или огъват.

Национално състезание по формата на “Европейско Кенгуру”

6 юни 2015 г.

ТЕМА за 2. клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Асен, Борко и Влади заели първите три места на математическо състезание.

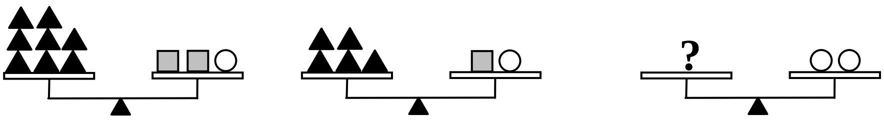
– Аз не съм първи, а Влади не е втори - казал единият от тях.

– И Асен не е втори - допълнил след него Борко.

Запишете последователно кой е заел първото и второто място в състезанието.

A) Асен, Борко **B)** Асен, Влади **C)** Борко, Влади **D)** Влади, Борко **E)** Борко, Асен

2. Колко триъгълничета трябва да се поставят на третата везна на мястото на въпросителния знак, за да бъде тя в равновесие?

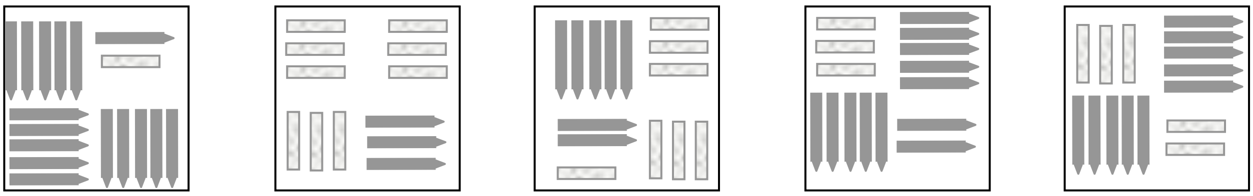


A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

3. Сузи, Теди и Хриси имат общо 24 лв. Сузи има с 3 лв. повече от Хриси, а Теди има колкото Хриси. Колко лева има Сузи?

A) 7 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

4. Коя от покупките струва най-много, ако всички гуми са еднакви, всички моливи са еднакви и три гуми струват колкото пет молива?



A) **B)** **C)** **D)** **E)**

5. Кутия, в която има 8 бонбона, тежи 97 грама. Ако в същата кутия има четири пъти по-малко бонбони, тя ще тежи 55 грама. Колко грама тежи празната кутия?

A) 56 **B)** 42 **C)** 41 **D)** 34 **E)** 21

6. Иво е 6 пъти по-малък от майка си. След 7 години сборът от годините на двамата ще е 56. На колко години е била майката на Иво, когато той се е родил?

7. На масата са сложени 10 пръчици с различни дължини – 1 см, 2 см, 3 см, 4 см, 5 см, 6 см, 7 см, 8 см, 9 см и 10 см.

В таблицата е даден пример как с пръчиците с дължини 2 см, 3 см, 7 см, 8 см и 10 см може да се направи равностранен триъгълник със страна 10 см.

№ по ред	**Дължини на използваните пръчици за всяка страна**		
1.	10 см	2 см + 8 см	3 см + 7 см

Запишете в таблицата в листа за отговори всички различни начини за образуването на равностранен триъгълник със страна 10 см, като се използват по няколко от тези пръчици, без да се чупят или огъват.

Национално състезание по формата на „Европейско кенгуру“

6 юни 2014 г.

ТЕМА за 3 – 4 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Пет деца са подредени в редица и държат общо 37 балона. Вдясно от Андрей има 14 балона, вдясно от Боби има 32 балона, вдясно от Ваня има 20 балона, а вдясно от Дани има 8 балона. Колко балона общо държат Боби и Дани?

A) 10 **B)** 11 **C)** 13 **D)** 17 **E)** 22

2. Да се намери разликата между най-голямото и най-малкото четирицифрени числа, които завършват на 5 и сборът от цифрите на всяко от тях е с 5 по-малък от най-малкото нечетно двуцифрено число с различни цифри.

A) 1950 **B)** 3030 **C)** 2015 **D)** 1980 **E)** 1600

3. Кенгуруто Том и синът му Томи стартират от едно и също място и правят скокове по права линия в противоположни посоки. Том скача 3 м и почива 1 мин, скача нови 3 м и почива 1 мин, отново скача 3 м и почива 1 мин и така нататък, т.е. Том прави скокове с дължина 3 м и почива по 1 мин след всеки скок. Томи скача по 1 м при всеки втори скок на баща си, а през останалото време почива. Кое е най-малкото от посочените по-долу числа, което би могло да е разстоянието в метри между Том и Томи в момент, когато и двамата почиват? (Времето за извършване на всеки от скоковете се пренебрегва.)

A) 71 **B)** 72 **C)** 74 **D)** 80 **E)** 84

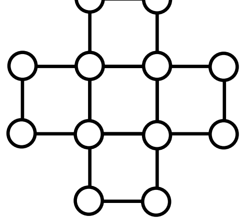
4. Едно шестцифрено число се нарича *четиризвездно*, ако в записа му се среща групата цифри 1, 0, 2, 3 в този ред, без да има друга цифра между тези четири. Колко са *четиризвездните* числа?

A) 180 **B)** 200 **C)** 220 **D)** 270 **E)** 280

5. В една кутия има 10 оцветени топчета, като някои от топчетата могат да са с един и същ цвят. Всяко топче се комбинира с всяко от останалите 9 и по този начин се получават общо 45 двойки. Кое от посочените по-долу числа не може да бъде броят на двойките, в които двете топчета са с един и същи цвят?

A) 1 **B)** 5 **C)** 10 **D)** 36 **E)** 40

6. На чертежа са показани 5 квадрата, всичките 12 върха на които (някои от тях общи) са отбелязани с кръгчета. Върховете са оцветени в синьо или червено така, че всеки квадрат има точно 2 сини и 2 червени върха. Определете по колко различни начина може да се осъществи оцветяването, ако не се разрешава въртене на чертежа.



7. Подреждане в кръг на 9 различни цифри се нарича *кръгово*, ако сборът на всеки две съседни цифри е едноцифрено число. Най-малкият от сборовете на две съседни цифри се нарича *кръгов сбор*. Намерете всички възможни кръгови сборове при различните кръгови подреждания .

Национално състезание по формата на „Европейско кенгуру“

6 юни 2014 г.

ТЕМА за 5 – 6 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Стъклен аквариум без капак има форма на правоъгълен паралелепипед с измерения в дециметри, които са прости числа и най-малкото измерение е височината. Ако аквариумът събира 2015 литра вода, да се намери колко квадратни сантиметри стъкло е употребено за направата му.

A) 843 **B)** 84300 **C)** 440 **D)** 44030 **E)** 40300

2. Да се намери стойността на израза $0{,}7+9{,}7+99{,}7+999{,}7+\ldots+999999999{,}7$.

A) 1000000000,7 **B)** 900000000,7 **C)** 1111111108 **D)** 1111111008 **E)** 9090909098

3. Дължините на страните на триъгълник са естествени числа, а обиколката му е просто число, по-малко от 19. Броят на всички триъгълници с това свойство е:

A) 20 **B)** 18 **C)** 21 **D)** 19 **E)** 17

4. Нека a, b и c са различни цифри, а $A=\overline{5ab37c2}$ е седемцифрено число, което се дели на 792. Намерете $a+b-c$, ако b е нечетно число.

A) 0 **B)** 1 **C)** 8 **D)** 10 **E)** 11

5. Даден е правоъгълник *ABCD* със страни *AB* = 2 см и *AD* = 1 см. Точките *M* и *N* са съответно от страните *AB* и *AD*, като $AM=m$ см и $AN=n$ см. Ако *BN* и *DM* се пресичат в точка *O* и $S_{OBCD}-S_{AMON}=\dfrac{1}{2}$, да се намери $m+2n$.

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

6. На дъската са записани числата 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Едно от числата се изтрива така, че произведението на две от останалите пет числа е равно на сумата на другите три. Намерете сбора на числата, които могат да се изтрият.

7. В турнир в Париж участвали най-добрите шест тенисисти в света и всеки от тях изиграл точно по един мач срещу всеки от останалите. При победа се присъждала 1 точка, а при загуба 0 точки (в тениса няма равни мачове). В края на турнира се оказало, че ако тенисист А има повече победи от тенисист Б, то А е победил Б в мача между тях.

а) Намерете разпределението на точките и броя на възможните класирания, в които всеки тенисист е с различен брой победи.

б) Намерете разпределението на точките и броя на възможните класирания, в които само трима тенисисти са с равен брой победи.

в) Докажете, че в крайното класиране е невъзможно да има четен брой тенисисти с равен брой победи.

Национално състезание по формата на „Европейско кенгуру“

6 юни 2015 г.

ТЕМА за 7 - 8 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Даден е ромб $ABCD$ с остър $\measuredangle BAD \neq 60^\circ$ и в същата полуравнина относно правата AD е построен равностранен триъгълник AMD. Мярката на $\measuredangle BMC$ е равна на:

A) 150° **B)** 120° или 30° **C)** 90° **D)** 150° или 30° **E)** 150° или 45°

2. Намерете стойността на израза $201520142013^2 - 2.201520142010^2 + 201520142007^2$.

A) 2015 **B)** 31 **C)** 18 **D)** 13 **E)** 9

3. Отбор по математика се състои от 4 момичета, които се избират с контролно измежду 6 момичета от 12 клас, 5 момичета от 11 клас, 4 момичета от 10 клас и 3 момичета от 9 клас. По колко начина може да се избере отборът, ако не е съставен от момичета само от един клас?

A) 3060 **B)** 3039 **C)** 360 **D)** 339 **E)** 15

4. Намерете остатъка от делението на $2^{\frac{1.2}{2}} + 2^{\frac{2.3}{2}} + 2^{\frac{3.4}{2}} + \ldots + 2^{\frac{2013.2014}{2}} + 2^{\frac{2014.2015}{2}}$ със 7.

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

5. Г-н Симеонов написал 5 задачи за тест „дузпи“ с различна трудност и решил да номерира местата им в теста с числата от 1 до 5 по такъв начин, че ако за номерата i и j е изпълнено условието $i - j \geq 3$, то задачата на място с номер i да е по-трудна от задача на място с номер j. По колко начина може г-н Симеонов да подреди задачите в този тест?

A) 30 **B)** 25 **C)** 15 **D)** 10 **E)** 5

6. Различните числа a, b и c изпълняват условията: $2a = ab + c,\ 2b = bc + a$ и $2c = ac + b$. Намерете $a + b + c$.

7. Даден е четириъгълник $ABCD$, в който $CH \perp AB$ (H е между A и B), $\measuredangle DAC = 30^\circ$ и $\measuredangle HCB = 15^\circ$. Ако $2DC = 2CH = AB$ и лицето на ΔDHC е S, да се намери $\measuredangle ACB$ и лицето на четириъгълника $AHCD$.

Национално състезание по формата на "Европейско Кенгуру"

6 юни 2015 г.

ТЕМА за 9 – 10 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Третият четвъртък на месец март се нарича *Ден на Кенгуруто*. Денят на Кенгуруто през 2015 г. беше на 19-ти март. На коя дата ще бъде Денят на Кенгуруто през 2097 г.

A) 15-ти март **B)** 18-ти март **C)** 19-ти март **D)** 20-ти март **E)** 21-ти март

2. Върху десет картончета са записани числата от 1 до 10. Избрани са следните пет от тях:

$\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{5}$ $\boxed{8}$ $\boxed{9}$

Числото върху всяко от останалите картончета трябва да се събере с числото върху някое от избраните картончета така, че да се получат числата 9, 10, 11, 12 и 13. По колко начина може да стане това?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

3. Ако a и d са корените на уравнението $x^2-19x+17=0$ и $a:b=b:c=c:d$, то b^3+c^3 е равно на:

A) 2015 **B)** 323 **C)** 213 **D)** 1946 **E)** 0

4. Точките K, L и M са средите съответно на страните BC, CA и AB на ΔABC. Ако описаната окръжност около ΔAML минава през медицентъра на ΔABC и $AK \perp CM$, то отношението $BC:CA$ е равно на:

A) $\sqrt{3}:2$ **B)** $2:\sqrt{3}$ **C)** $\sqrt{2}:1$ **D)** $1:\sqrt{2}$ **E)** $\sqrt{2}:\sqrt{3}$

5. Интелигентно кенгуру тръгва от върха A_2 на правилен 18-ъгълник $A_1A_2\dots A_{18}$ и се движи само по диагонали A_iA_j, за които i и j са прости числа. Ако е разрешено само еднократно преминаване по диагонали, но не е забранено многократно преминаване през върхове, колко най-много са равнобедрените триъгълници от маршрута на кенгуруто?

A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

6. Числото $\dfrac{5+\sqrt{21}}{2}$ е корен на уравнението $x^3-ax+b=0$. Намерете сбора $a+b$, ако a и b са рационални числа.

7. За четириъгълника $ABCE$ са в сила равенствата $EA=AB=BC=s$ и $AC=BE=CE=d$. Ако $s+d=2015$, да се намери стойността на s.

Национално състезание по формата на „Европейско кенгуру“

6 юни 2014 г.

ТЕМА за 11 – 12 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Дадени са 7 отсечки с дължини 6, 7, 8, d, 14, 15 и 16, където $8 < d < 14$ е естествено число. За коя стойност на d броят на триъгълниците със страни три от дадените отсечки е най-малък?

A) 9 **B)** 10 **C)** 11 **D)** 12 **E)** 13

2. Даден е триъгълник със страни a, $a + 1$ и $a + 2$, където a е реално число. За средния по големина ъгъл α на този триъгълник винаги е вярно, че:

A) $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ **B)** $30^\circ < \alpha < 60^\circ$ **C)** $60^\circ < \alpha < 90^\circ$ **D)** $0^\circ < \alpha < 60^\circ$ **E)** $30^\circ < \alpha < 90^\circ$

3. Дадена е окръжност с център O и радиус $R = 4\,\text{cm}$. През точка A, за която $OA = 8$ cm, е прекарана права, пресичаща окръжността в точки P и Q (P е между A и Q). Ако T е симетричната точка на P спрямо правата OA и S е пресечната точка на TQ и OA, то за дължината на отсечката AS е изпълнено:

A) $AS < 6$ **B)** $AS = 6$ **C)** $6 < AS < 8$ **D)** $AS = 8$ **E)** $AS > 8$

4. Дадени са 2^n камъка с различни тегла ($n > 3$). Разполагаме с везни без тежести, на които можем да сравняваме теглото на произволни два от камъните. С колко най-малко претегляния на везните можем да определим най-тежкия от дадените камъни?

A) $2^n - n$ **B)** n **C)** 2^{n-1} **D)** $2^{n-1} - 1$ **E)** $2^n - 1$

5. Ако a и b са реални числа, за които изразът $a^2 - ab + b^2 - 3a - 2b$ приема най-малката си стойност, то сборът $a + b$ е равен на:

A) 5 **B)** 4 **C)** 3 **D)** 2 **E)** 1

6. Членовете на числовата редица $\{a_n\}$ са неотрицателни числа, като $a_{m+n} = \left(\sqrt{a_m} + \sqrt{a_n}\right)^2$ за всички естествени числа m и n. Да се намери a_{2015}, ако $a_{15} = 450$.

7. Да се намери най-малкото естествено число k, за което съществуват естествени числа a и b така, че числото $\frac{a}{b} + \frac{a+k}{b+k}$ е цяло, а числото $\frac{a}{b}$ не е цяло.

1. клас

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6
C	C	D	C	D	3

Задача 7

№ по ред	**Дължини на използваните пръчици за всяка страна**		
1.	3 см	1 см + 2 см	1 см + 2 см
2.	1 см	1 см	1 см
3.	2 см	2 см	2 см
4.	2 см	2 см	1 см + 1 см
5.	3 см	3 см	1 см + 1 см + 1 см
6.	3 см	3 см	1 см + 2 см
7.	1 см + 2 см	1 см + 2 см	1 см + 2 см
8.	1 см + 3 см	1 см + 3 см	2 см + 2 см
9.	1 см + 3 см	2 см + 2 см	1 см + 1 см + 2 см
10.	2 см + 3 см	2 см + 3 см	1 см + 1 см + 1 см + 2 см
11.	2 см + 3 см	1 см + 1 см + 3 см	1 см + 2 см + 2 см

За всеки посочен случай – **по 1 точка**.

Случай 1. е даден като пример в условието на задачата и не се оценява.

2. клас

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6
D	A	C	C	C	30

Задача 7

№ по ред	**Дължини на използваните пръчици за всяка страна**		
1.	10 см	2 см + 8 см	3 см + 7 см
2.	10 см	1 см + 9 см	2 см + 8 см
3.	10 см	1 см + 9 см	2 см + 3 см + 5 см
4.	10 см	1 см + 9 см	3 см + 7 см
5.	10 см	1 см + 9 см	4 см + 6 см
6.	10 см	2 см + 8 см	4 см + 6 см
7.	10 см	2 см + 8 см	1 см + 3 см + 6 см
8.	10 см	2 см + 8 см	1 см + 4 см + 5 см
9.	10 см	3 см + 7 см	4 см + 6 см
10.	10 см	3 см + 7 см	1 см + 4 см + 5 см
11.	10 см	4 см + 6 см	1 см + 2 см + 7 см
12.	10 см	4 см + 6 см	2 см + 3 см + 5 см
13.	1 см + 9 см	2 см + 8 см	3 см + 7 см
14.	1 см + 9 см	2 см + 8 см	4 см + 6 см
15.	1 см + 9 см	4 см + 6 см	2 см + 3 см + 5 см
16.	2 см + 8 см	3 см + 7 см	4 см + 6 см
17.	2 см + 8 см	3 см + 7 см	1 см + 4 см + 5 см
18.	1 см + 9 см	3 см + 7 см	4 см + 6 см

Случай 1. е даден като пример в условието на задачата и не се оценява.

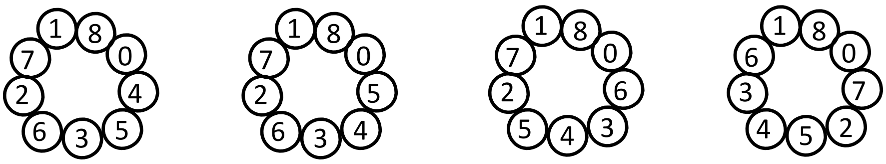
За дадени още: 1 случай – **1 точка**; 2 случая – **2 точки**; 3 случая – **3 точки**; 4 и 5 случая – **4 точки**; 6 и 7 случая – **5 точки**; 8, 9 и 10 случая – **6 точки**; 11, 12 и 13 случая – **7 точки**; 14 и 15 случая – **8 точки**; 16 случая – **9 точки**; 17 случая – **10 точки**.

3–4. клас

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6
B	D	D	E	E	48

Задача 7

Цифрата 9 не участва в подреждането, защото възможно най-малките съседи на 9 са 0 и 1, а 9 +1 = 10 не е едноцифрено число **(0,5 т.)**. Всички останали цифри участват в подреждането. Тогава съседите на 8 са със сигурност 0 и 1 **(0,5 т.)**. Оттук следва, че 0 и 1 не могат да са съседи и значи 1 не може да е кръгов сбор **(1 т.)**. Цифрата 8 също не може да е кръгов сбор, защото каквато и да е втората цифра до 0, нейният сбор с 0 ще е по-малък от 8 **(1 т.)**. Цифрата 7 трябва да се намира до 0 или до 1, като другият съсед на 7 е 2 **(1 т.)**. Оттук следва, че и 2 не може да е кръгов сбор, защото в този случай 2 трябва да е 0 и няма как 7 да се намира едновременно до 2 и до 1 **(1 т.)**. Ако допуснем, че 3 е кръгов сбор, то 3 трябва да е до 0 и сега 2 и 3 са отдалечени и не могат да бъдат съседи на 6, т.е. в този случай поне един от съседите на 6 е по-голям от 3 и сборът на този съсед с 6 няма да е едноцифрено число. Заключаваме, че 3 не може да е кръгов сбор **(1 т.)**. Възможните кръгови сборове са 4, 5, 6 и 7 (останалите възможности са вече изключени), което се вижда от следните примери (по **1 т.** за всеки пример).



5–6. клас

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6
B	C	C	C	A	7

Задача 7

Изиграните срещи са $\frac{6.5}{2}=15$ и следователно броят на разпределените точки е 15.

а) В този случай всеки играч е получил различен брой точки и единственото възможно разпределение на точките е 5, 4, 3, 2, 1, 0 **(0,5 точки)**. Броят на всички възможни класирания е 6.5.4.3.2.1 = 720 **(0,5 точки)**.

б) Ако тримата с равен брой победи, т.е с равен брой точки, са с по 1 точка, то победителят е с 5 точки, вторият в класирането е с 4 точки, третият е с 3 точки и тримата с по 1 точка са на последно място. Ако тримата с равен брой точки са с по 2 точки, то победителят е с 5 точки, вторият в класирането е с 4 точки, тримата с по 2 точки са на трето място, а последният е с 0 точки. Ако тримата с равен брой точки, са с по 3 точка, то победителят е с 5 точки, тримата с по 3 точки са на второ място, третият в класирането е с 1 точка, а последният е с 0 точки. Ако тримата с равен брой точки са с по 4 точки, те са на първо място, вторият в класирането е с 2 точки, третият е с 1 точка, а последният е с 0 точки. Получаваме общо 4 случая: (5,4,3,1-1-1), (5,4,2-2-2,0), (5,3-3-3,1,0), (4-4-4,2,1,0) **(по 1,5 точки за всеки от четирите случая)**. Това са всички възможни разпределения на точките. В първия случай за първото място има 6 възможности (шестима тенисисти), за второ място възможностите са 5 (единият вече е сложен на първо място), за третото място възможностите са 3, т.е. възможните класирания в този случай са 6.5.4 = 120 **(0,5 точки)**. За останалите три случая по същия начин получаваме по 120 възможни класирания и всички стават 120.4 = 480 **(0,5 точки)**.

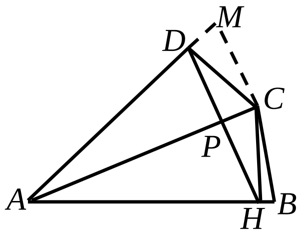
в) Нека n играчи имат по равен брой точки и всеки от тях е спечелил по x точки от играчите в тази група тенисисти. Тогава общият брой точки в групата от една страна е nx, а от друга е $\frac{n(n-1)}{2}$. Следователно $nx=\frac{n(n-1)}{2}$ и $n=2x+1$, което е нечетно число **(2 точки)**.

7–8. клас

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6
D	C	B	E	B	–3 и 7

Задача 7

Нека $2DC = 2CH = AB = 2x$. От ΔHBC намираме $\measuredangle HBC = 75^\circ$. Ако $\measuredangle HAC < 30^\circ$, то $CH < \frac{1}{2}AC$ (може да се докаже например с построяване на медианата към хипотенузата в ΔAHC). Следователно $AC > 2x = AB$ и $\measuredangle ACB < 75^\circ$ (срещу по-голяма страна лежи по-голям ъгъл). Получаваме противоречие, защото излиза, че сборът на ъглите в ΔABC е по-малък от 180°. Аналогично се доказва, че не е възможно неравенството $\measuredangle HAC > 30^\circ$. Заключаваме, че $\measuredangle HAC = 30^\circ$ и следователно ΔABC е равнобедрен с ъгли 30°, 75° и 75°, т.е. $\measuredangle ACB = 75^\circ$. **(4 точки)**



По-нататък разглеждаме ΔACD, в който $AC = 2x,\ DC = x$ и $\measuredangle DAC = 30^\circ$. Ще докажем, че $\measuredangle ADC = 90^\circ$. Построяваме $CM\,(M \in AD)$ така, че $\measuredangle CMD = 90^\circ$. Тогава $CM = CD = x$ и ΔCMD е равнобедрен с прав ъгъл при основата, което е възможно само ако $M \equiv D$. Така ъглите на четириъгълника са 60°, 75°, 135° и 90°. **(4 точки)**

Четириъгълникът $AHCD$ е делтоид и $DH \perp AC$. Ако $DH \cap AC = P$, лесно следва, че $CP = \frac{1}{4}AC$ и лицето на четириъгълника $AHCD$ е $4S$. **(2 точки)**

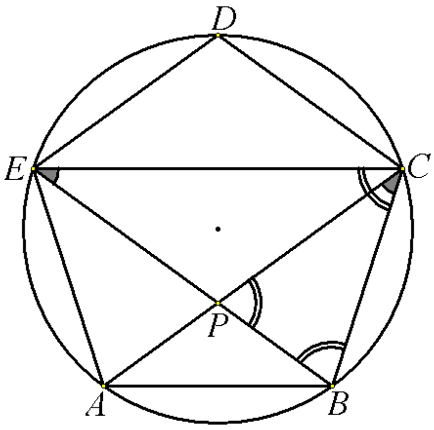
9–10. клас

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6
E	C	B	C	A	29

Задача 7

Отг. $s=\dfrac{2015\left(3-\sqrt{5}\right)}{2}$**.** От условието следва, че $\Delta ABE\cong\Delta ABC$ (по трети признак). Затова $\sphericalangle EAB=\sphericalangle ABC$. Също от условието следва, че $\Delta CEA\cong\Delta CEB$ (по трети признак). Оттук $\sphericalangle CEA=\sphericalangle BCE$. Освен това

$$\sphericalangle EAB+\sphericalangle ABC+\sphericalangle BCE+\sphericalangle CEA=360^\circ.$$



Следователно $\sphericalangle EAB+\sphericalangle CEA=\sphericalangle ABC+\sphericalangle BCE=180^\circ$. Тези равенства показват, че $AB\,||\,CE$. Това означава, че четириъгълникът $ABCE$ е равнобедрен трапец **(2 точки)**. Следователно той е вписан в окръжност. Нека сега D е средата на дъгата CE, която не съдържа A и B. Имаме, че $CD=DE$. От равенството $BE=CE$ следва, че $BAE=CDE$. Оттук $DE=\dfrac{BAE}{2}=\dfrac{CDE}{2}=EA$ и затова $DE=EA$. Получаваме, че $EA=AB=BC=CD=DE$. Това означава, че петоъгълникът $ABCDE$ е правилен **(3 точки)**. По-нататък нека P е пресечната точка на AC и BE. Тъй като $\sphericalangle ACB=36^\circ$ и $\sphericalangle CBE=72^\circ$, то $\sphericalangle BPC=180^\circ-(36^\circ+72^\circ)=72^\circ$. Следователно ъглите при основите BC и BP на равнобедрените триъгълници BCE и BPC са равини на 72°. Това означава, че тези триъгълници са подобни **(2 точки)**. Затова е изпълнено равенството $\dfrac{BE}{BC}=\dfrac{BC}{BP}$. Тъй като $BP=BE-PE=d-CP=d-BC=d-s$, то $\dfrac{d}{s}=\dfrac{s}{d-s}$. Оттук получаваме квадратното уравнение $\left(\dfrac{d}{s}\right)^2-\left(\dfrac{d}{s}\right)-1=0$, чийто положителен корен е $\dfrac{d}{s}=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ **(2 точки)**. От това равенство и от условието $d+s=2015$ намираме $s=\dfrac{2015\left(3-\sqrt{5}\right)}{2}$ **(1 точка)**.

11–12. клас

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6
A	D	B	E	A	$2.2015^2 = 8\,120\,450$

Задача 7

Отг. 3. Тъй като $\frac{1}{3}+\frac{4}{6}=1$, то $k = 3$, $a = 1$ и $b = 3$ удовлетворяват условието на задачата **(7 т.)**. Ще докажем, че случаите $k = 1$ и $k = 2$ са невъзможни. Нека $k = 1$. Тогава $\frac{a}{b}+\frac{a+1}{b+1}$ е естествено число, т.е. $\frac{a+b+2ab}{b(b+1)}$ е естествено. Последното е възможно само ако b дели a, но тогава числото $\frac{a}{b}$ е цяло и следователно този случай отпада **(1 т.)**. Нека $k = 2$. Тогава $\frac{a}{b}+\frac{a+2}{b+2}$ е естествено число, т.е. $\frac{2a+2b+2ab}{b(b+2)}$ е естествено. Последното е възможно само ако b е четно, т.е. $b = 2m$ за някое естествено число m. След съкращаване получаваме, че числото $\frac{a+2m+2am}{2m(m+1)}$ е естествено. Сега заключаваме, че $2m$ дели a, т.е. $a = 2mn$ за някое естествено число n. Тогава $\frac{a}{b}=\frac{2mn}{2m}=n$ е цяло, с което случаят $k = 2$ също отпада **(2 т.)**. Заключаваме, че най-малкото число k с исканото свойство е $k = 3$.