РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ

ОТ КОНКУРСНИЯ ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА ЗА 7. КЛАС

1. **Отг. В.**

   Решение: $\frac{2}{5}.\frac{5}{7}-\frac{5}{7}:\frac{3}{7}=\frac{2}{7}-\frac{5}{7}.\frac{7}{3}=\frac{2}{7}-\frac{5}{3}=-\frac{29}{21}=-1\frac{8}{21.}$.

2. **Отг. Б.**

   Решение: Ако означим старата цена с x лв., получаваме уравнението $\frac{5}{6}x=80$.

   Откъдето намираме, че $x=\frac{80.6}{5}=96$ лв.

3. **Отг. А.**

   Решение: Като вземем предвид, че 5% от 180 е 5%.180, намираме отговора $\frac{5}{100}.180=9$.

4. **Отг. В.**

   Решение: От условието следва, че $AM=BM=16$ km. Тогава $NB=NM+MB=4+16=20$ km.

5. **Отг. Б.**

   Решение: Баба Ема направила компот от $\frac{3}{5}.30=18$ kg кайсии, а сладко – от $\frac{1}{3}12$ = 4 kg кайсии. Следователно необработени останали 30 – (18 + 4) = 8 kg кайсии.

6. **Отг. В.**

   Решение: Хризантемите са засадени в участък с площ 5.4 = 20 m^2, тогава розите са засадени в участък с площ 2.20 = 40 m^2. От формулата $S_{\triangle}=\frac{a.h_a}{2}$ получаваме

   40 = $\frac{10.h_a}{2}$, откъдето намираме, че $h_a=8$ m.

7. **Отг. А.**

   Решение: $M-N=2x^2-3x+5-(-3x^2-4x+1)=2x^2-3x+5+3x^2+4x-1=$ $5x^2+x+4$.

8. **Отг. Г.**

   Решение: $S_{ABC}=\frac{AB.h_{AB}}{2}=\frac{4.3}{2}=6$ кв. ед.

9. **Отг. В.**

   Решение: $3x(x-1)-(3x-2)(x+2)=3x^2-3x-(3x^2+4x-4)=-7x+4.$

10. Отг. В.

Решение: От свойството на външния ъгъл в триъгълника получаваме, че $\sphericalangle MBC = \sphericalangle BAC + \sphericalangle ACB = 50° + 70° = 120°$.

11. Отг. 15cm.

Решение: Като вземем предвид формулата за лице на трапец, получаваме $14 = \frac{a+5}{2}1,4$. Оттук последователно намираме $20 = a + 5; a = 15$ cm.

12. Отг. Б.

Решение: $\frac{8^2\left(-2\right)^3}{4^4} = \frac{2^6(-1)^3 2^3}{2^8} = -2.$

13. Отг. В.

Решение: За да са успоредни правите, трябва да е изпълнено равенството $2\alpha + 54° = 180°$, откъдето получаваме $\alpha = 63°$.

14. Отг. А.

Решение: От даденото отношение за ъглите следва, че те са съответно 4α, 3α и 5α.. Тогава $4\alpha + 3\alpha + 5\alpha = 180°$, откъдето намираме $\alpha = 15°$. Следователно най-големият от тези ъгли е $5\alpha = 5.15° = 75°$.

15. Отг. В.

Решение: Лицето на защрихованата фигура е равно на разликата от лицето на голям полукръг и сбора от лицата на малките полукръгове, т.е. $S_{фиг.} = \frac{1}{2}.2^2.\pi -$

$- 2.\frac{1}{2}\pi.1 = 2\pi - \pi = \pi \text{ cm}^2$.

16. Отг. В.

Решение: От условието следва, че пирамидата е шестнадесетоъгълна. Тогава ръбовете ѝ (околни и основни) са общо 2.16 = 32.

17. Отг. Б.

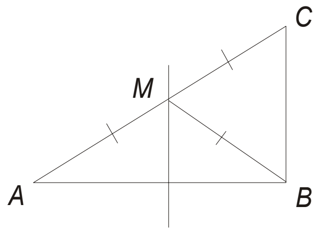
Решение: От дадената пропорция следва, че $a = 5,3k$ и $b = 3,7k$. Тогава от условието следва, че $5,3k + 3,7k = 36$ и $k = 4$. Следователно $a = 5,3.4 = 21,2$.

18. Отг. В.

Решение: $|5-8| - |-5-8| = |-3| - |-13| = 3 - 13 = -10.$

19. Отг. В.

Решение: Щом $M \in s_{AB}$, то $MA = MB$, но по условие $MA = MC$, т.е. $\triangle ABC$ е правоъгълен с прав ъгъл при върха *B*. Следователно не е вярно, че $\sphericalangle ACB = 90°$.



20. Отг. 14.

Решение: Това са 5 + 3 + 6 = 14.

21. Отг. Г.

Решение: Последователно получаваме
$xy + 3y - 3x - 9 = (xy + 3y) - (3x + 9) = y(x+3) - 3(x+3) = (x+3)(y-3)$.

22. Отг. В.

Решение: От формулите за съкратено умножение последователно получаваме $4x^2 + 4xy + y^2 - 4 = (2x+y)^2 - 2^2 = (2x+y+2)(2x+y-2)$.

23. Отг. 24 cm^2.

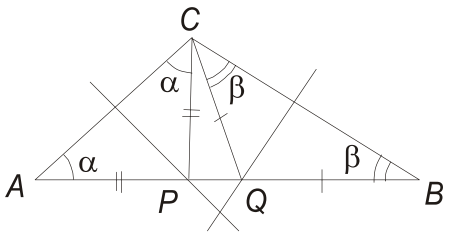
Решение: Страната на квадрата е равна на 6 cm (т.е. и стените на ромбовете и катетите на триъгълниците са равни на 6 cm). Сумата от лицата на триъгълниците е равна на $4.\frac{6.6}{2} = 72$ cm^2. Тогава сборът от лицата на ромбовете е 204 – (72 + 36) = 96 cm^2. Следователно лицето на всеки ромб е равно на 24 cm^2.

24. Отг. В.

Решение: Като вземем предвид, че $x = \frac{16}{3}$, тогава стойността на израза е равна на $\frac{16}{3}.\frac{11}{15}.\frac{3}{16} = \frac{11}{15}$.

25. Отг. В.

Решение: Щом $P \in s_{AC}$, то $PA = PC$ и $\sphericalangle PAC = \sphericalangle PCA = \alpha$. От $Q \in s_{BC}$ следва, че $QB = QC$ и $\sphericalangle QBC = \sphericalangle QCB = \beta$. Като вземем под внимание, че $\alpha + \beta = 180° - 130° = 50°$ намираме, че $\sphericalangle PCQ = 130° - 50° = 80°$.



26. Отг. А.

Решение: Според дадения регламент отборите са изиграли общо 6 срещи. Максималният брой точки, който може да се получи от тях е 3.6 = 18. Точки „се губят" само от равна среща, тогава всеки отбор получава по 1 точка, т.е. 3 – 1 = 2 точки. От условието следва, че получените точки са 2 по-малко от максимума, което показва, че 2 срещи са завършили наравно.

27. Отг. Б.

Решение: От второто уравнение получаваме последователно $x^2 - x + 2 = 1 - 2x + x^2$, $x = -1$. За да са равносилни уравненията –1 трябва да е корен и на второто уравнение, т.е. $-a + 2a + 3 = 0, a = -3$.

28. Отг. А.

Решение: Като вземем предвид, че $\sphericalangle A + \sphericalangle B = 100°$, тогава

$\sphericalangle OAB + \sphericalangle OBA = \dfrac{1}{2}.100° = 50°$. Следователно $\sphericalangle AOB = 130°$.

29. Отг. А.

Решение: Даденото уравнение е равносилно на уравненията $x - 1 = 5$ или $x - 1 = -5$, които имат решения съответно $x = 6$ и $x = -4$. Сборът на тези числа е 2.

30. Отг. 1 h 30 min.

Решение: Общо мотоциклетистите са изминали 96 + 66 = 162 km.

Ако означим търсеното време h с x, получаваме $(60 + 48)x = 162$, откъдето намираме x = 1 h 30 min.

31. Отг. 18 h.

Решение: Един декар се изорава с $\dfrac{12}{9}l = \dfrac{4}{3}l$ гориво. Тогава 13,5 декара се изорават с 13,5. $\dfrac{4}{3} = 18l$.

32. Отг. 30 cm^2.

Решение: От четириъгълника на чертежа получаваме, че $\sphericalangle B = 150°$. Тогава $\sphericalangle A = \sphericalangle C = 30°$. Следователно $AD = BC = 6$ cm и $S_{ABCD} = 6.5 = 30$ cm^2.

33. Отг. А.

Решение: Щом $a > b, a + 6 > a > b > b - 6$.

34. Отг. Б.

Решение: От условието на задачата следва, че някоя от втората и третата катерички е изяла поне 12 шишарки (в противен случай изядените общо от тях шишарки ще е по-малък от 23), което показва, че първата е изяла поне 13 шишарки. Лесно се вижда, че тя не е изяла 14 шишарки, защото 14 + 23 = 37 и за четвъртата няма шишарки. Следователно първата е изяла 13 шишарки, а четвъртата 1 шишарка.

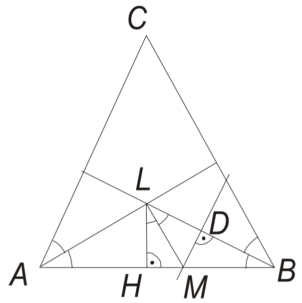
35. Отг. А.

Решение: Системата е последователно равносилна на системите

$\left| \begin{array}{l} 2x \le -4 \\ 0x \le 3 \end{array} \right.$, $\left| \begin{array}{l} x \le -2 \\ 0x \le 3 \end{array} \right.$, $\left| \begin{array}{l} x \in (-\infty; -2] \\ x \in (-\infty; +\infty) \end{array} \right.$. Решенията на последната са всяко $x \in (-\infty; -2]$

36. Отг. 30 cm.

Решение: Щом $M \in s_{BL}$, то $MB = ML$ и $\sphericalangle MLB = \sphericalangle MBL = 30°$. Построяваме $LH \perp AB$, тогава $\sphericalangle MLH = 30°$ и LM е ъглополовяща на $\sphericalangle HLB$, т.е. $MH = MD = a$ cm. Като вземем под внимание, че $MB = 2DM = 2a$ cm, получаваме $6a = AB = 45$ cm. Следователно $AM = 4a = 30$ cm.



37. Отг. Г.

Решение: Неравенството $|x| > 1$ е равносилно на неравенствата $x < -1$ или $x > 1$. Уравнението $ax + 9 = a^2 + 3x$ е равносилно на $(a-3)x = (a-3)(a+3)$, което при $a = 3$ всяко x е решение, а при $a \ne 3$ $x = a + 3$. Следователно уравнението и неравенството са равносилни, ако $a + 3 < -1$ или $a + 3 > 1$, т.е. $a < -4$ или $a > -2$. Следователно за всяко $a \in (-\infty; -4) \bigcup (-2; 3) \bigcup (3; +\infty)$.

38. Отг. Г.

Решение: От условието следва, че $AB + AC = 24$ cm. Щом $b = AC < AB$, то $2b < 24$, т.е. $b < 12$ cm. От друга страна трябва $b + 6 > \frac{30}{2} = 15$, т.е. $b > 9$ cm.

39. Отг. В.

Решение: Уравнението е равносилно последователно на уравненията $2ax - 6 - 4 = 3ax, ax = -10$. При $a = 0$ последното няма решение, а при $a \neq 0$, $x = \frac{-10}{a}$. Коренът е естествено число при $a = -1; -2; -5; -10$, т.е. за 4 стойности.

40. Отг. $50°$.

Решение: От $\sphericalangle A + \sphericalangle B = 100°$ следва, че $\sphericalangle DAB = 90° - \frac{\sphericalangle A}{2}$ и $\sphericalangle DBA = 90° - \frac{\sphericalangle B}{2}$.

Следователно $\sphericalangle DAB + \sphericalangle DBA = 180° - \frac{\sphericalangle A + \sphericalangle B}{2} = 180° - 50° = 130°$. и

$\sphericalangle ADB = 50°$.

41. Отг. А.

Решение: Ясно е, че твърдението може да е изказано само от двама рицари или от двама пирати. Не може да са рицари, защото твърдението няма да е вярно. Щом са пирати, твърдението не е вярно, т.е. 1 или трима са пирати. Но първото видяхме, че води до противоречие. Следователно тримата са пирати, т.е. броят на рицарите е 0.

42. Отг. В.

Решение: За удобство можем да означим момчетата с А, Б, В, Г, Д и Е (и нека записът АБ означава, че Б е преди А). Тогава от условието получаваме АБ, ГВД и БДЕ. Можем да обединим първото и третото и получаваме АБДЕ. От условието следва, че А е четвърти, тогава останалите двама, Г и В са след А, т.е. подредбата е следната ГВАБДЕ, т.е трети е бил Борис.

43. Отг. А.

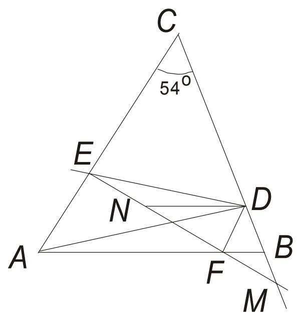
Решение: Ако означим процентното съдържание на втория разтвор с $x\%$, получаваме уравнението $72\%15 + x\%5 = 60\%20$, откъдето $x = 24$.

44. Отг. 13.

Решение: Ако в едното блюдо поставяме само теглилки, а в другото само предмети, лесно се вижда, че тогава могат да се претеглят с помощта на везните предмети с тегла: 1 kg, 3 kg, 4 kg, 10 kg, 11 kg, 13 kg и 14 kg. Но можем да претеглим и предмет, като в двете блюда поставяме теглилки за уравновесяване на везната. Така ще можем да претеглим предмети с тегла: 2 kg (в едното блюдо теглилката от 3 kg, а в другото предмета + теглилката от 1 kg); 7 kg (10 kg, предмет + 3 kg); 6 kg (10 kg, предмет + 3 kg + 1 kg); 8 kg (10 kg+1 kg, предмет + 3 kg); 9 kg(10 kg, предмет + 1 kg); 12 kg(10 kg + 3 kg, предмет + 1 kg).

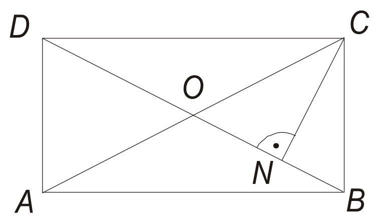
45. Отг. $12°$.

Решение: Като вземем предвид, че DE и DF са ъглополовящи на съседни ъгли, то $\sphericalangle EDF = 90°$. От свойствата на равнобедрения триъгълник (ADC), следва че, $\sphericalangle DEC = 90°$ и $\sphericalangle EDC = 36°$. Построяваме медианата DM към хипотенузата в правоъгълния $\triangle EFD$. Тогава $DN = EN = NF$, т.е. $MD = ND$. Означаваме $\sphericalangle DEN$ с α, тогава $\sphericalangle NMD = 2\alpha$ и $\sphericalangle EDC = \sphericalangle DMN + \sphericalangle DEN = 2\alpha + \alpha = 3\alpha$, т.е. $\sphericalangle EDC = 36° = 3\alpha$ и $\alpha = 12°$.



46. Отг. Б.

Решение: Построяваме диагонала AC и означаваме пресечната точка на диагоналите с O. Като вземем предвид, че $OB = \frac{1}{2}DB$ и $BN = \frac{1}{4}BD$, то N е средата на отсечката OB. Следователно CN е височина и медиана в $\triangle OBC$,



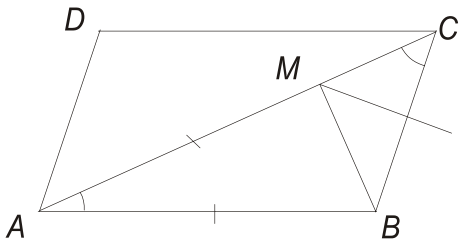
т.е. $BC = CO$. А като вземем предвид, че $CO = BO$, следва, че $\triangle BOC$ е равностранен. Тогава $AC = 2AD = 10$ cm.

47. Отг. 3000 лв.

Решение: Означаваме с N лв. търсената сума. Следователно в първото разпределение на парите тримата автори получили съответно: $\frac{10}{25}N = \frac{2}{5}N$ лв., $\frac{8}{25}N$ лв. и $\frac{7}{25}N$ лв. При второто разпределение те са получили съответно: $\frac{8}{16}N = \frac{1}{2}N$ лв., $\frac{5}{16}N$ лв. и $\frac{3}{16}N$ лв. Като се вземе предвид, че $\frac{2}{5} < \frac{1}{2}, \frac{8}{25} > \frac{5}{16}, \frac{7}{25} > \frac{3}{16}$, то само сумата на първия автор се увеличава при новото разпределение. Следователно $\frac{1}{2}N - \frac{2}{5}N = 300$, т.е. $\frac{N}{10} = 300, N = 3000$ лв.

48. Отг. Б.

Решение: От свойствата на ромба следва, че $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ACB = \alpha$. Щом $M \in s_{BC}$, то $MC = MB, \sphericalangle BCM = \sphericalangle CBM = \alpha$. Следователно $\sphericalangle ABM = 2\alpha = \sphericalangle AMB$. Тогава $5\alpha = 180°$ и $\alpha = 36°$, т.е. $\sphericalangle BAD = 72°$.



49. Отг. 80°.

Решение: Нека N е средата на DC, тогава $MN = BN = BC = NC$ и $BC \parallel MN$.

Следователно $\sphericalangle MPB = \sphericalangle PMN = \sphericalangle MPN = 50°$ и

$\sphericalangle MNB = \sphericalangle NBC = \sphericalangle BCN = 180° - 100° = 80°$.

50. Отг. А.

Решение: Ако за последния ход на противника, първият играч остави 4 бонбона печели играта. Защото, ако противникът вземе 1, 2 или 3, той взима съответно 3, 2 и 1 бонбона и печели играта. Тогава за предпоследния ход да му остави 8 бонбона, а за преди предпоследния – 12 бонбона. Следователно първият играч трябва да изяде на първия ход 1 бонбон и при спазване на обяснената стратегия, печели играта.