<u>МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА</u>

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

29.05.2018 г. – Вариант 1

МОДУЛ 1

Време за работа – 90 минути

Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!

Задача 1. Най-голяма е стойността на израза:

А) $\sqrt[3]{16}$ **Б)** $\log_2 16$ **В)** $\sqrt{17}$ **Г)** $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$

Задача 2. Числената стойност на израза $A=\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}.\left(2^{-2}\right)^{-3}.2^0}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-9}.\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}}$ **е:**

А) $-\frac{9}{16}$ **Б)** 0 **В)** $\frac{9}{16}$ **Г)** $\frac{16}{9}$

Задача 3. Изразът $A=\dfrac{2x-1}{x^2\sqrt{x-3}}$ **е дефиниран за всяко:**

А) $x\neq 0$ **Б)** $x>0,\ x\neq 3$ **В)** $x\neq 3$ **Г)** $x>3$

Задача 4. Множеството от решенията на неравенството $x^2>4x$ **е:**

А) $(-\infty;-2)\cup(2;\infty)$ **Б)** $(4;\infty)$ **В)** $(-\infty;0)\cup(4;\infty)$ **Г)** $(0;4)$

Задача 5. Стойността на израза $\left(\log_3\sqrt{3}\right)^{-2}$ **е:**

А) -1 **Б)** $\frac{1}{4}$ **В)** $\frac{1}{2}$ **Г)** 4

Задача 6. Множеството от решенията на уравнението $x-2\sqrt{x}=3$ **е:**

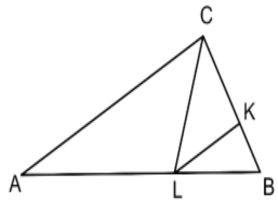
А) $\{-1;3\}$ **Б)** $\{9;1\}$ **В)** $\{3\}$ **Г)** $\{9\}$

Задача 7. Ако x_1 **и** x_2 **са реалните корени на уравнението** $2x^2-x-6=0,$ **намерете стойността на израза** $B=\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$ **.**

А) $-2\frac{1}{12}$ **Б)** $-\frac{7}{12}$ **В)** $\frac{23}{12}$ **Г)** $2\frac{1}{12}$

Задача 8. Стойността на израза $4\cos^2\frac{\pi}{12}$ **е:**

А) $\frac{1}{8}$ **Б)** $2-\sqrt{3}$ **В) 3** **Г)** $2+\sqrt{3}$



Задача 9. В $\triangle ABC$ CL **е ъглополовяща. Ако** $AC=5\text{cm},$ $BC=3\text{cm}$ **и** $KL \parallel AC\left(K\in BC\right)$**, то отношението** $CK:BK$ **е равно на:**

А) 3:2 **Б)** 5:3 **В)** 2:1 **Г)** 8:5

Задача 10. В $\triangle ABC\ (\sphericalangle C=90^\circ)$ $AC=5, BC=12$**, а** M **е средата на** AB**. Стойността на** $sin\sphericalangle ACM$ **е:**

А) $\frac{12}{13}$ **Б)** $\frac{5}{12}$ **В)** $\frac{5}{13}$ **Г)** 1

Задача 11. В правоъгълна координатна система с единична мярка 1 cm **разстоянието от върха на параболата** $y=x^2-6x$ **до абсцисната ос е:**

А) 0 cm **Б)** 3 cm **В)** 6 cm **Г)** 9 cm

Задача 12. Осмият член на крайна аритметична прогресия е неин среден член и е равен на 7,5**. Сборът от членовете на прогресията е:**

А) 15 **Б)** 60 **В)** 112,5 **Г)** 225

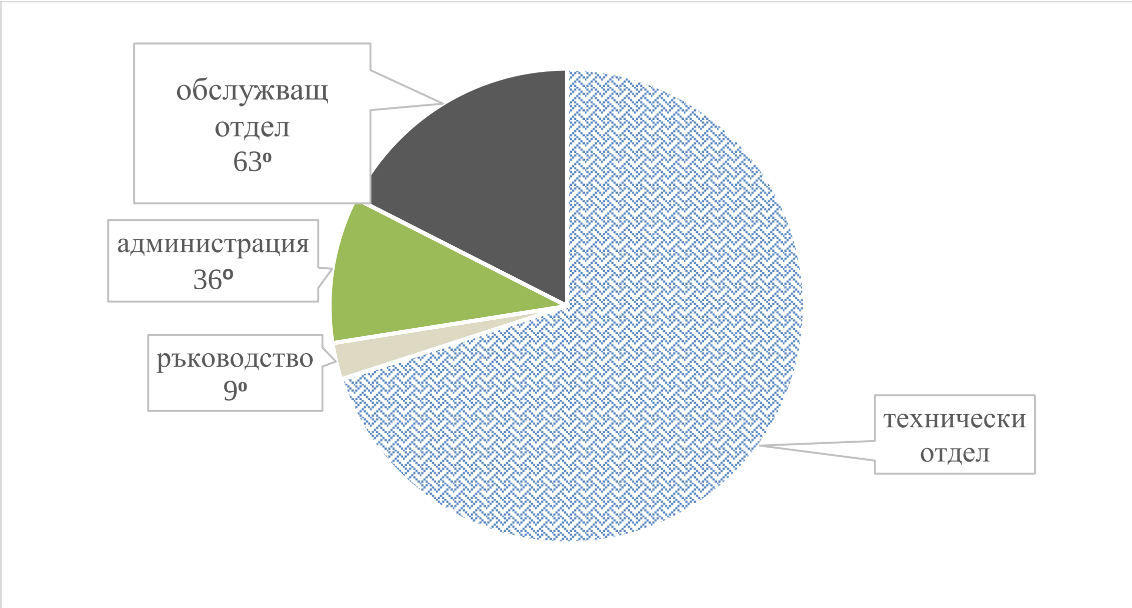
Задача 13. За намаляваща геометрична прогресия е известно, че $a_1=-3$ и $S_5-S_4=-48$**. Частното на прогресията е:**

А) -2 **Б)** $\frac{1}{2}$ **В)** 2 **Г)** 4

Задача 14. Ако $\sin\alpha = \dfrac{2}{3}$ **и** $\alpha \in \left(\dfrac{\pi}{2}; \pi\right)$**, то стойността на израза** $\cos\alpha + \operatorname{cotg}\alpha$ **е:**

А) $-\dfrac{5\sqrt{5}}{6}$ **Б)** $-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ **В)** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ **Г)** $\dfrac{5\sqrt{5}}{6}$

Задача 15. На кръговата диаграма е представено разпределението на личния състав на една фирма, която има 720 служители в различни отдели. Според даденото на диаграмата, определете броя на служителите от техническия отдел.



А) 108 **Б)** 216 **В)** 252 **Г)** 504

Задача 16. Спортен отбор получава комплекти нови екипи, като в тях има по две различни якета, по три модела панталони и по пет различни блузи. По колко различни начина може да се облече отборът с еднакви екипи, които се състоят от яке, панталон и блуза.

А) 10 **Б)** 30 **В)** 15 **Г)** 60

Задача 17. Дължините на две от страните на един триъгълник са $7\,\text{cm}$ **и** $8\,\text{cm}$ **и ъгълът между тях е** 120°**. Намерете дължината на радиуса на описаната около триъгълника окръжност.**

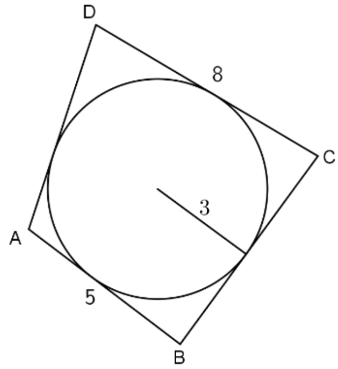
А) $13\ \text{cm}$ **Б)** $\dfrac{13\sqrt{3}}{2}\ \text{cm}$ **В)** $\dfrac{13\sqrt{3}}{3}\ \text{cm}$ **Г)** $\sqrt{19}\,\text{cm}$

Задача 18. От точка C на окръжност k са построени хордите CA и CB с дължини съответно $17\ \text{cm}$ и $21\ \text{cm}$. Средите им са свързани с отсечка, чиято дължина е $5\ \text{cm}$. Дължината на радиуса на окръжността е:

А) $\frac{85}{8}$ cm **Б)** 24 cm **В)** 48 cm **Г)** 84 cm

Задача 19. Четириъгълникът $ABCD$ е описан около окръжност с радиус 3cm. Ако $AB = 5\text{cm}$ и $CD = 8\text{cm}$, то лицето му е:

А) $26\,\text{cm}^2$ **Б)** $37\,\text{cm}^2$ **В)** $39\,\text{cm}^2$ **Г)** $40\,\text{cm}^2$



Задача 20. За правоъгълника $ABCD$ е дадено, че $AB : AC = 4:5$. Ако $MNPQ$ е квадрат с диагонал $10\sqrt{6}\,\text{cm}$ и $S_{ABCD} = S_{MNPQ}$, то периметърът на $ABCD$ е:

А) 90 cm **Б)** $40\sqrt{3}$ cm **В)** 70 cm **Г)** $20\sqrt{3}\,\text{cm}$

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

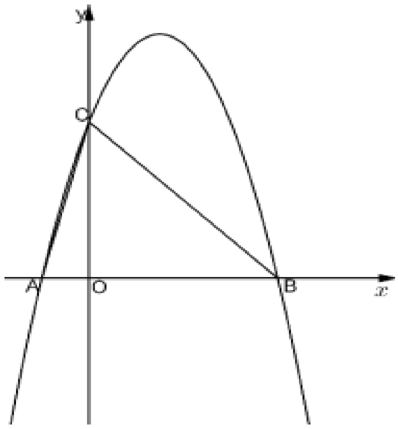
29.05.2018 г. - Вариант 1

МОДУЛ 2

Време за работа – 150 минути

Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

Задача 21. Намерете допустимите стойности на израза $A=\dfrac{\sqrt{x-5}}{x^2-49}+\dfrac{\sqrt{3+x^2}}{\sqrt{x+1}}$.



Задача 22. На чертежа е показана графиката на квадратната функция $y=-x^2+3x+4$**. Намерете лицето на** $\triangle ABC$**, който има за върхове пресечните точки на параболата с координатните оси.**

Задача 23. Дадени са редиците, чиито общи членове се задават с формулите $a_n=12n-4$ **и** $b_n=3n^2-n,\ n\in\mathbb{N}$**. Намерете най-малкото число** n**, за което е изпълнено неравенството** $a_n\le b_n$**.**

Задача 24. Средната месечна температура на връх Вежен, измерена в градуси по Целзий, за една година по месеци е дадена в таблицата. Каква е средната температура за цялата година на връх Вежен?

месец	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**VI**	**VII**	**VIII**	**IX**	**X**	**XI**	**XII**
t°	–7°	–8°	–6°	–3°	3°	6°	8°	9°	5°	2°	–3°	–6°

Задача 25. Ако $\triangle ABC$ е с дължини на страните 24, 26 и 10, намерете дължината на медианата към най-голямата страна.

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

Задача 26. Решете уравнението $\frac{2}{y^2-1}+\frac{1}{y+1}-\frac{5}{y-1}=1$ и намерете стойностите на x, за които $y=x^2-4x$.

Задача 27. Решете неравенството $\frac{2}{x^2-3x+2}\geq\frac{3}{x^2-4x+3}-\frac{2}{x^2-6x+9}$ и проверете дали числото $\log_2 6$ е негово решение.

Задача 28. Около окръжност k с център O и радиус $r=\sqrt{3}\,\text{cm}$ е описан трапец $ABCD$ $\left(AB \parallel CD, AB>CD\right)$ с лице $18\ \text{cm}^2$. Намерете дължините на страните и мерките на ъглите на трапеца, ако $\sphericalangle BAO=\sphericalangle CDO$.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

29.05.2018 г. – Вариант 1

Ключ с верните отговори

№	Отговор	Брой точки
1	Г	2
2	В	2
3	Г	2
4	В	2
5	Г	2
6	Г	3
7	А	2
8	Г	2
9	Б	3
10	А	3
11	Г	2
12	В	3
13	В	3
14	А	3
15	Г	2
16	Б	2
17	В	3
18	А	3
19	В	3
20	В	3
21	$x \in [5;7) \cup (7;+\infty)$	4
22	$S_{\vartriangle ABC} = \frac{1}{2}(1+4).4 = 10 \text{ кв.ед.}$	4
23	4	4
24	0°	4
25	13	4

26	$x_1 = 3,\ x_2 = 1$	**10**
27	$x \in (-\infty;1) \cup (2;3) \cup (3;\infty)$	**10**
28	$AB = 3\left(\sqrt{3}+1\right)\text{cm},\ CD = 3\left(\sqrt{3}-1\right)\text{cm},\ AD = 2\sqrt{3}\,\text{cm},\ BC = 4\sqrt{3}\,\text{cm},$ $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^\circ$, $\sphericalangle B = 30^\circ$, $\sphericalangle C = 150^\circ$.	**10**

Задача 26.

Решение. Дефиниционното множество на уравнението е $DM\colon\ y \neq \pm 1$.

Тогава $\dfrac{2}{y^2-1} + \dfrac{1}{y+1} - \dfrac{5}{y-1} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{2}{(y+1)(y-1)} + \dfrac{1}{y+1} - \dfrac{5}{y-1} = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 + y - 1 - 5(y+1) = y^2 - 1 \Leftrightarrow y^2 + 4y + 3 = 0 \Leftrightarrow y_1 = -3 \in DM,\ y_2 = -1 \notin DM$.

От $y = -3$ намираме $x^2 - 4x = -3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 3,\ x_2 = 1.$

Критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението

Определяне на дефиниционното множество.	**1 точка**
Освобождаване от знаменател.	**1 точка**
Получаване на уравнението $y^2 + 4y + 3 = 0$.	**2 точки**
Намиране на корените $y_1 = -3$, $y_2 = -1$.	**2 точки**
Установяване, че $-3 \in DM$ и $-1 \notin DM$.	**2 точки**
Решаване на уравнението $x^2 - 4x = -3$ и намиране на корените $x_1 = 3,\ x_2 = 1$.	**2 точки**

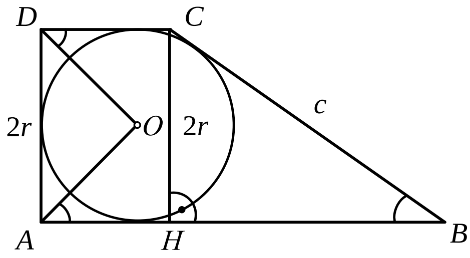
Задача 27. ***Решение и критерии за оценяване.***

$$\frac{2}{x^2-3x+2} \geq \frac{3}{x^2-4x+3} - \frac{2}{x^2-6x+9} \Leftrightarrow \frac{2}{(x-1)(x-2)} \geq \frac{3}{(x-1)(x-3)} - \frac{2}{(x-3)^2}$$

Определяне на ДС $x \neq 1, x \neq 2, x \neq 3$.	**1 точка**
Определяне на общия знаменател $(x-1)(x-2)(x-3)^2$ и привеждане към него .	**2 точки**
Получаване на неравенството $\dfrac{2(x-3)^2 - 3(x-2)(x-3) + 2(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)^2} \geq 0$ $\Leftrightarrow \dfrac{x^2-3x+4}{(x-1)(x-2)(x-3)^2} \geq 0 \Rightarrow (x^2-3x+4)(x-1)(x-2)(x-3)^2 \geq 0$.	**2 точки**

За $x^2-3x+4>0$.	**1 точка**
Намиране решенията на неравенството $x\in(-\infty;1]\cup[2;3]\cup[3;\infty)$ и понеже $x\neq 1, x\neq 2, x\neq 3$, то $x\in(-\infty;1)\cup(2;3)\cup(3;\infty)$.	**2 точки**
За $2<\log_2 6<3$	**1 точка**
За извода, че $\log_2 6$ е решение на неравенството	**1 точка**

Задача 28. ***Решение.***



В трапеца $ABCD$ отсечките AO и DO са ъглополовящи на $\sphericalangle A$ и $\sphericalangle D$. От $\sphericalangle A+\sphericalangle D=180^\circ$ и $\sphericalangle BAO=\sphericalangle CDO$ следва, че $\sphericalangle A=\sphericalangle D=90^\circ$ и $AD=2r$. Означаваме $BC=c$ и от $AB+CD=AD+BC=2r+c=p$ (свойство на описания четириъгълник) и $S=pr \Leftrightarrow$ $18=(2r+c)r \quad \Leftrightarrow \quad (2\sqrt{3}+c)\sqrt{3}=18$ намираме $c=4\sqrt{3}$ cm.

Построяваме височината $CH=2r$ и от $\triangle BHC$ намираме: $BH=\sqrt{BC^2-CH^2}=\sqrt{36}=6$;

$\sin\sphericalangle B=\dfrac{CH}{BC}=\dfrac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}$ и $\sphericalangle B=30^\circ$ или $\sphericalangle B=150^\circ$. Но $AB>CD$ следователно $\sphericalangle B=30^\circ$.

От $BH=AB-CD=6$ и $AB+CD=2r+c=6\sqrt{3}$ получаваме $AB=3\sqrt{3}+3$ и $CD=3\sqrt{3}-3$.

Страните на трапеца са $AB=3(\sqrt{3}+1)$ cm, $CD=3(\sqrt{3}-1)$ cm, $AD=2\sqrt{3}$ cm, $BC=4\sqrt{3}$ cm, а ъглите – $\sphericalangle A=\sphericalangle D=90^\circ$, $\sphericalangle B=30^\circ$, $\sphericalangle C=150^\circ$.

Критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението

Определяне, че $\sphericalangle A=\sphericalangle D=90^\circ$.	**1 точка**
Определяне, че $AD=2r$.	**1 точка**
Определяне, че $c=4\sqrt{3}$ cm.	**2 точки**
Намиране на $\sphericalangle B=30^\circ$.	**2 точки**
Определяне, че $\sphericalangle C=150^\circ$.	**1 точка**
Определяне, че $AB=3\sqrt{3}+3$ cm.	**2 точки**
Определяне, че $CD=3\sqrt{3}-3$ cm.	**1 точка**