

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

29.08.2018 г. – Вариант 2

МОДУЛ 1

Време за работа – 90 минути

Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!

Задача 1. Най-малко е числото:

А) 1,(3)

Б) $\sqrt[3]{(-8)^2}$

В) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

Г) $(0,5)^{-6}$

Задача 2. При $x > y > 0$ изразът $\frac{4\sqrt{x} - \sqrt{y}}{2\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}}$ е тъждествено равен на:

А) $2\sqrt{x} + \sqrt[4]{y}$

Б) $2\sqrt{x} + \sqrt{y}$

В) $\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}$

Г) $2\sqrt{x} - \sqrt{y}$

Задача 3. Броят на целите стойности на x , за които е дефиниран изразът

$\frac{\sqrt{1-x}}{x^2+3x-4} : \frac{\sqrt{x+5}}{x}$, е:

А) 3

Б) 4

В) 5

Г) 7

Задача 4. Решенията на неравенството $(x-2)^2(x+3)^5(x-1) < 0$ са всички:

А) $x \in (-\infty; -3) \cup (1; 2)$

Б) $x \in (-\infty; -3) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$

В) $x \in (1; 2)$

Г) $x \in (-3; 1)$

Задача 5. Стойността на израза $A = \lg 100 - \log_2 4$ е:

А) 1

Б) 0

В) -1

Г) -2

Задача 6. Множеството от решенията на уравнението $\sqrt{4x^2 + 12x + 9} = x$ е:

А) $\{-1; -3\}$

Б) $\{1\}$

В) $\{3\}$

Г) \emptyset

Задача 7. На кое от посочените уравнения са корени числата $\sqrt{2}$ и $\sqrt{5}$?

А) $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{5})x - \sqrt{10} = 0$

Б) $x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{5})x + \sqrt{10} = 0$

В) $x^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{5})x - \sqrt{10} = 0$

Г) $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{5})x + \sqrt{10} = 0$

Задача 8. Ако $a = \cos 60^\circ$, $b = \sin 60^\circ$, $c = \operatorname{tg} 60^\circ$ и $d = 1$, то вярното твърдение е:

А) $a < b < d < c$

Б) $b < a < c < d$

В) $c < b < a < d$

Г) $a < b < c < d$

Задача 9. На фигурата $MN \parallel AB$, $MN = 10$, $MA = 2$ и

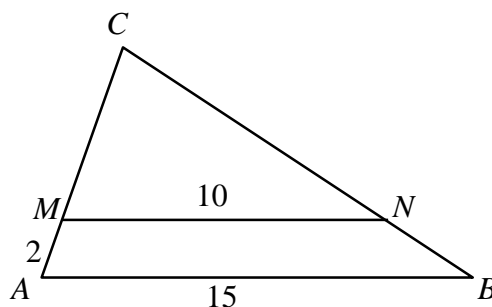
$AB = 15$. Дължината на AC е:

А) $\frac{10}{3}$

Б) 4

В) 5

Г) 6



Задача 10. Ако дължината на медианата към хипотенузата на правоъгълен триъгълник е 10 cm и дължините на катетите се отнасят тъй както 3:4, то лицето на триъгълника е:

А) 96 cm^2

Б) 48 cm^2

В) 24 cm^2

Г) 12 cm^2

Задача 11. Най-голямата стойност на функцията $y = -x^2 + 4x$ за $x \in [1; 4]$ е:

А) 0

Б) 3

В) 4

Г) 5

Задача 12. С коя от посочените формули за общия член a_n , $n \in \mathbb{N}$, се задава числова редица, която е растяща геометрична прогресия?

А) $3n - 2$

Б) $-3 \cdot 2^{-n}$

В) $3 - 2n$

Г) $3 \cdot 2^{-n}$

Задача 13. Дадена е числова редица с общ член $a_n = \frac{2n-1}{n+3}$, $n \in \mathbb{N}$. Стойността на $a_2 \cdot a_4$ е:

А) $\frac{3}{11}$

Б) $\frac{5}{11}$

В) $\frac{3}{5}$

Г) $\frac{45}{77}$

Задача 14. Стойностите на функциите $\operatorname{tg} x$ и $\cos x$ имат еднакви знаци за всяко x от интервала:

А) $x \in (90^\circ; 270^\circ)$

Б) $x \in (180^\circ; 270^\circ)$

В) $x \in (270^\circ; 450^\circ)$

Г) $x \in (360^\circ; 450^\circ)$

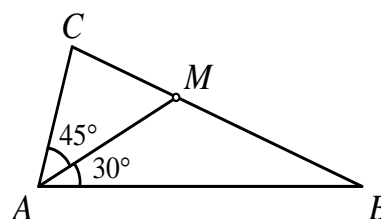
Задача 15. Учениците от един клас трябва да изберат трима представители за ученическия съвет. По колко начина може да бъде направен този избор, ако общият брой на учениците в класа е 24?

- А) 12 144 Б) 6072 В) 4048 Г) 2024

Задача 16. Към реда 2, 5, 7, 9, 17 е добавено ново число така, че двата реда имат една и съща средноаритметична стойност. Медианата на новия ред е:

- А) 7 Б) 7,5 В) 8 Г) 8,5

Задача 17. Точка M е от страната BC на $\triangle ABC$, $\sphericalangle BAM = 30^\circ$ и $\sphericalangle CAM = 45^\circ$. Ако $AC = 0,4AB$, то отношението $BM : MC$ е:



- А) 5 : 2 Б) $5 : 2\sqrt{2}$ В) $5 : \sqrt{2}$ Г) 5 : 3

Задача 18. Дължините на страните на триъгълник се отнасят както 5 : 7 : 8. Градусната мярка на средния по големина ъгъл на триъгълника е:

- А) 45° Б) 60° В) 63° Г) 72°

Задача 19. Намерете лицето на трапец $ABCD$, за който $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^\circ$, $\sphericalangle B = 45^\circ$, основата $CD = 7 \text{ cm}$, а диагоналът $BD = 13 \text{ cm}$.

- А) 30 cm^2 Б) $47,5 \text{ cm}^2$ В) 60 cm^2 Г) 95 cm^2

Задача 20. Лицето на ромб е два пъти по-малко от лицето на квадрат със същия периметър. Градусната мярка на тъпия ъгъл на ромба е:

- А) 120° Б) 135° В) 150° Г) невъзможно да се определи

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0 \quad D = b^2 - 4ac \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad \text{при } D \geq 0$$
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{Формули на Виет: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Квадратна функция

Графиката на $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ е парабола с връх точката $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a}\right)$

Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$
$$\frac{1}{a^m} = a^{-m}, \quad a \neq 0 \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{при } a \geq 0, k \geq 2, n \geq 2 \text{ и } m, n, k \in \mathbb{N}$$
$$a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x \quad a^{\log_a b} = b \quad \log_a a^x = x \quad \text{при } a > 0, b > 0 \text{ и } a \neq 1$$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n = n \cdot (n-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$

Брой на вариациите на n елемента k -ти клас: $V_n^k = n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k -ти клас: $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)}{k \cdot (k-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1}$

Вероятност за настъпване на събитието A :

$$p(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}}, \quad 0 \leq p(A) \leq 1$$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n = a_1 + (n-1)d$ $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$

Геометрична прогресия: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Формула за сложна лихва: $K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1c$ $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

Формула за медиана:

$$m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2) \quad m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2) \quad m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник: $d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$$S = pr \quad S = \frac{abc}{4R}$$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab \sin \alpha$ Трапец: $S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α°	0°	30°	45°	60°	90°
$\alpha \text{ rad}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \mp 1}{\operatorname{cotg} \beta \pm \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

29.08.2018 г. - Вариант 2

МОДУЛ 2

Време за работа – 150 минути

Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

Задача 21. Пресметнете стойността на израза $A = \sin^2\alpha\cos^2\beta - \sin^2\beta\cos^2\alpha + \cos^2\alpha$, ако

$$\cos\beta = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Задача 22. Запишете наредените двойки числа, които са решения на системата:

$$\begin{cases} x(x+y) = \frac{7}{4} \\ x^2 - y^2 = -\frac{35}{4} \end{cases}$$

Задача 23. Да се намери частното на крайна геометрична прогресия със седем члена, ако сборът на първите три члена е 26, а на последните три члена е 2106.

Задача 24. С помощта на цифрите 1, 3, 6, 7 и 9 са записани всички трицифрени числа с различни цифри. Каква е вероятността произволно избрано от тези числа да е по-малко от 980?

Задача 25. Даден е успоредник $ABCD$ с дължини на страните $AB = \sqrt{2}$, $\sphericalangle BAC = 30^\circ$ и $\sphericalangle CAD = 45^\circ$. Намерете сбора от квадратите на диагоналите на успоредника.

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

Задача 26. Решете уравнението $\sqrt{9+8x} - \sqrt{2x-1} = 4$.

Задача 27. Решете неравенството $\frac{3}{x^2-4} \geq \frac{2}{x^2+x-2} - \frac{2}{(x-1)^2}$.

Задача 28. В равнобедрения $\triangle ABC$ ($AC = BC$) точката O е център на вписаната в триъгълника окръжност. Разстоянието от точка O до AB е 3 cm, а $OC = 5$ cm.

Намерете:

А) дължините на страните на $\triangle ABC$;

Б) лицето на четириъгълника $ABKC$, където K е пресечната точка на лъча AO с описаната около $\triangle ABC$ окръжност.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

29.08.2018 г. – Вариант 2

Ключ с верните отговори

№	Отговор	Брой точки
1	A	2
2	A	2
3	A	2
4	Г	2
5	Б	2
6	Г	2
7	Г	2
8	A	2
9	Г	2
10	A	3
11	B	3
12	Б	3
13	B	2
14	Г	3
15	Г	3
16	Б	3
17	Б	3
18	Б	3
19	Б	3
20	B	3
21	$A = \frac{1}{5}$	4
22	$\left(-\frac{1}{2}; -3\right), \left(\frac{1}{2}; 3\right)$	4
23	$q = \pm 3$	4
24	1	4
25	6	4

26	$x_1 = 5$	10
27	$x \in (-\infty; -2) \cup [-\sqrt{3}; 1) \cup (1; \sqrt{3}] \cup (2; +\infty)$	10
28	$AB = 12 \text{ cm}, AC = BC = 10 \text{ cm}; S_{ABKC} = 60,5 \text{ cm}^2$	10

Задача 26. Решение.

$$DM : x \geq -\frac{9}{8} \text{ и } x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Повдигаме на втора степен } \sqrt{9+8x} = 4 + \sqrt{2x-1},$$

$$9+8x = 16 + 8\sqrt{2x-1} + 2x-1 \Rightarrow 6x-6 = 8\sqrt{2x-1} \Leftrightarrow 3x-3 = 4\sqrt{2x-1},$$

$$(3x-3)^2 = 16(2x-1) \Leftrightarrow 9x^2 - 18x + 9 = 32x - 16 \Leftrightarrow 9x^2 - 50x + 25 = 0 \text{ при } x \geq 1.$$

Корените на квадратното уравнение са $x_1 = 5, x_2 = \frac{5}{9}$. От тях само $x_1 > 1$.

Корен на ирационалното уравнение е $x_1 = 5$.

Критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението

Определяне на $DM : x \geq -\frac{9}{8}$ и $x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$.	1 точка
Повдигане на квадрат $\sqrt{9+8x} = 4 + \sqrt{2x-1}$.	1 точка
Достигане до $9+8x = 16 + 8\sqrt{2x-1} + 2x-1 \Leftrightarrow 6x-6 = 8\sqrt{2x-1}$.	2 точки
Повдигане на квадрат и достигане на квадратно уравнение $(3x-3)^2 = 16(2x-1) \Leftrightarrow 9x^2 - 18x + 9 = 32x - 16 \Leftrightarrow 9x^2 - 50x + 25 = 0$.	3 точки
Намиране корените на квадратното уравнение са $x_1 = 5, x_2 = \frac{5}{9}$.	1 точка
Проверка, че $x_1 = 5$ е решение и $x_2 = \frac{5}{9}$ не е решение.	2 точки

Задача 27. Решение.

$$\frac{3}{x^2-4} \geq \frac{2}{x^2+x-2} - \frac{2}{(x-1)^2}, \text{ DM : } x \neq \pm 2, x \neq 1$$

$$\frac{3}{(x+2)(x-2)} \geq \frac{2}{(x+2)(x-1)} - \frac{2}{(x-1)^2}; \frac{3(x-1)^2 - 2(x-2)(x-1) + 2(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)(x-1)^2} \geq 0$$

$$\frac{3x^2 - 6x + 3 - 2(x^2 - 3x + 2) + 2(x^2 - 4)}{(x+2)(x-2)(x-1)^2} \geq 0; \quad \frac{3x^2 - 6x + 3 - 2x^2 + 6x - 4 + 2x^2 - 8}{(x+2)(x-2)(x-1)^2} \geq 0;$$

$$\frac{3(x^2 - 3)}{(x+2)(x-2)(x-1)^2} \geq 0; \quad 3(x^2 - 3)(x+2)(x-2)(x-1)^2 \geq 0;$$

$$3(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x+2)(x-2)(x-1)^2 \geq 0, x \neq \pm 2, x \neq 1;$$

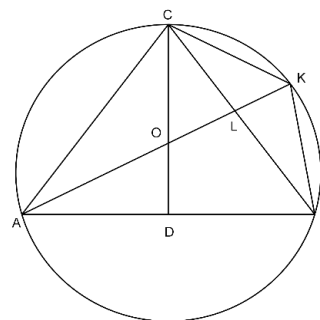
$$x \in (-\infty; -2) \cup [-\sqrt{3}; 1) \cup (1; \sqrt{3}] \cup (2; +\infty)$$

Критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението

Определяне на $DM : x \neq \pm 2, x \neq 1$.	1 точка
Определяне на общ знаменател и допълнителни множители $\frac{3(x-1)^2 - 2(x-2)(x-1) + 2(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)(x-1)^2} \geq 0.$	2 точки
Преобразуване и достигане до $\frac{3(x^2 - 3)}{(x+2)(x-2)(x-1)^2} \geq 0.$	2 точки
$3(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x+2)(x-2)(x-1)^2 \geq 0, x \neq \pm 2, x \neq 1.$	3 точки
Определяне на решенията $x \in (-\infty; -2) \cup [-\sqrt{3}; 1) \cup (1; \sqrt{3}] \cup (2; +\infty)$.	2 точки

Задача 28. Решение.

Нека CD е височината към AB . Тогава точка $O \in CD$ и $OD = 3$ cm. От свойството на ъглополовящата за $\triangle ADC$ имаме $AC : AD = 5 : 3$. Да означим $AC = 5x$. Следователно $AD = 3x$. Прилагаме Питагорова теорема за $\triangle ADC$ и получаваме $25x^2 = 9x^2 + 8^2 \Rightarrow x = 2$. Значи $AB = 12$ cm, $AC = BC = 10$ cm. Точката K е средата на дъгата BC , която не съдържа точка A . Следователно $BK = CK$.



Ще пресметнем лицето на $\triangle BCK$.

I начин: Нека означим $\sphericalangle BAC = \alpha \Rightarrow \sphericalangle BAK = \sphericalangle CAK = \frac{\alpha}{2}, \sphericalangle CKA = \alpha$ и $\sphericalangle CKB = 180^\circ - \alpha$.

Определяме $\cos \alpha = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$. Намираме и $\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \frac{3}{5}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$, защото $\frac{\alpha}{2} < 90^\circ$.

Прилагаме синусова теорема за $\triangle AKC$ и получаваме, че $\frac{CK}{AC} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \alpha}$,

$$CK = 10 \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{5\sqrt{5}}{2} \text{ cm},$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} 12.8 = 48 \text{ cm}^2, S_{\triangle BCK} = \frac{1}{2} \cdot CK \cdot BK \cdot \sin \alpha = 12,5 \text{ cm}^2, S_{ABKC} = 60,5 \text{ cm}^2$$

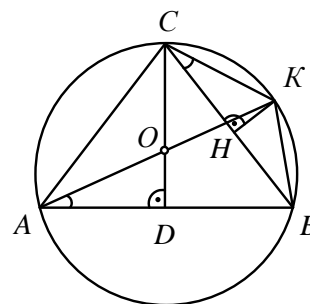
II начин: Построяваме височината KH в равнобедрения $\triangle BKC$.

От $\sphericalangle BAK = \sphericalangle BCK = \frac{BK}{2}$ (вписани ъгли) и $\sphericalangle ADO = \sphericalangle KHC = 90^\circ$

следва, че $\triangle AOD \sim \triangle CKH$, $\frac{KH}{CH} = \frac{OD}{AD} \Leftrightarrow \frac{KH}{5} = \frac{3}{6}$ и $KH = \frac{5}{2}$ cm.

Тогава $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} 12.8 = 48 \text{ cm}^2$, $S_{BKC} = \frac{BC \cdot KH}{2} = \frac{10.5}{2.2} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ cm}^2$.

Следователно $S_{ABKC} = S_{ABC} + S_{BKC} = 48 + 12,5 = 60,5 \text{ cm}^2$.



Критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението

За направен чертеж с означена точка O върху височината.	0,5 точки
Определяне на $AC : AD = 5 : 3$.	1 точка
Прилагане на Питагорова теорема за $\triangle ADC$.	1 точка
За намиране на $AB = 12$ cm, $AC = BC = 10$ cm.	по 0,5 точки за всяка страна или общо 1,5 точки
За определяне, че точката K е средата на дъгата BC , която не съдържа точка A , т.е. $BK = CK$.	0,5 точки
<i>I начин:</i> За определяне $\sphericalangle BAC = \alpha$, $\sphericalangle BAK = \sphericalangle CAK = \frac{\alpha}{2}$, $\sphericalangle CKA = \alpha$ и $\sphericalangle CKB = 180^\circ - \alpha$.	0,5 точки
За намиране на $\cos \alpha = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$.	1 точка
За получаване на $\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \frac{3}{5}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.	0,5 точки
За намиране на $CK = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ cm.	1,5 точки

За намиране на $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 12,8 = 48 \text{ cm}^2$.	0,5 точки
За намиране на $S_{\triangle BCK} = \frac{1}{2} \cdot CK \cdot BK \cdot \sin \alpha = 12,5 \text{ cm}^2$.	1 точка
За окончателен отговор $S_{ABKC} = 60,5 \text{ cm}^2$.	0,5 точки
<i>II начин:</i> За установяване, че $\sphericalangle BAK = \sphericalangle BCK = \frac{BK}{2}$	1 точка
За доказване, че $\triangle AOD \sim \triangle CKH$	1,5 точки
За намиране на $KH = \frac{5}{2} \text{ cm}$	1 точка
За пресмятане на $S_{BKC} = 12,5 \text{ cm}^2$	1 точка
За пресмятане на $S_{ABC} = 48 \text{ cm}^2$	0,5 точки
За получаване на $S_{ABKC} = 60,5 \text{ cm}^2$	0,5 точки