<u>**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**</u>

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

29.08.2019 г. – Вариант 2

МОДУЛ 1

Време за работа – 90 минути

<u>*Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!*</u>

Задача 1. Кое от посочените числа е най-голямо?

А) $\left(-\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$ **Б)** $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$ **В)** $\left(\frac{1}{4}\right)^{0}$ **Г)** $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{9}\right)$

Задача 2. Стойността на числовия израз $\sqrt[3]{\left(\sqrt{2}-3\right)^3}+\sqrt{\left(\sqrt{2}-2\right)^2}$ **е равна на:**

А) $2\sqrt{2}-5$ **Б)** -1 **В)** 1 **Г)** $5-2\sqrt{2}$

Задача 3. Броят на различните стойности на x**, за които изразът** $\frac{x}{x^2+3x-4}:\frac{x+4}{x}$ **НЕ е дефиниран, е:**

А) 1 **Б)** 2 **В)** 3 **Г)** 4

Задача 4. Решенията на неравенството $\frac{\left(x^2-2x+1\right)\left(x-3\right)}{x^2-1}\le 0$ **са:**

А) $\left(-\infty;-1\right)\cup\left(1;3\right)$ **Б)** $\left(-1;1\right)\cup\left(3;+\infty\right)$

В) $\left(-\infty;-1\right)\cup\left(1;3\right]$ **Г)** $\left(-\infty;-1\right]\cup\left[1;3\right]$

Задача 5. Ако 20% **от** A **е равно на** $\frac{3}{10}$ **от** B $(B\neq 0)$**, то отношението** $A:B$ **е:**

А) $2:3$ **Б)** $3:2$ **В)** $20:3$ **Г)** $2:30$

Задача 6. Броят на реалните корени на уравнението $\frac{\left(x^2+2\right)^2}{x^2}=9$ **е:**

А) 4 **Б)** 3 **В)** 2 **Г)** 1

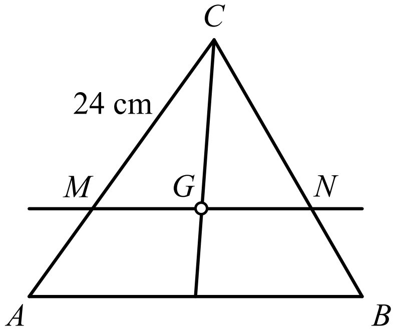
Задача 7. Кое от посочените квадратни уравнения има различни реални корени, чието произведение е равно на 6**?**

А) $x^2-4x+6=0$ **Б)** $x^2-6x+4=0$ **В)** $2x^2-12x+11=0$ **Г)** $2x^2-11x+12=0$

Задача 8. Стойността на $\sin\left(30^\circ+13.90^\circ\right)$ **е:**

А) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **Б)** $-\frac{1}{2}$ **В)** $\frac{1}{2}$ **Г)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Задача 9. През медицентъра G **на** $\triangle ABC$ **е построена права, успоредна на страната** AB**, която пресича страните** AC **и** BC **съответно в точките** M **и** N**. Ако** $CM=24$ **cm и сборът от бедрата на трапеца** $ABNM$ **е** 22 **cm, то дължината на страната** BC **е:**

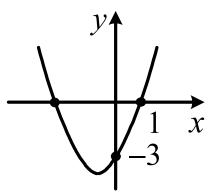


А) 12 **cm** **Б)** 20 **cm** **В)** 30 **cm** **Г)** 36 **cm**

Задача 10. В остроъгълен $\triangle ABC$ $\sphericalangle ACB=30^\circ$**, а** AA_1 **и** BB_1 **са височините съответно към страните** BC **и** AC $\left(A_1\in BC, B_1\in AC\right)$**. Отношението** $\frac{A_1B_1}{AB}$ **е:**

А) $\frac{1}{2}$ **Б)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **В)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **Г)** 2

Задача 11. Графиката на коя квадратна функция е показана на чертежа?



А) $y=x^2+x-2$ **Б)** $y=x^2+2x-3$

В) $y=-x^2-2x+3$ **Г)** $y=x^2-2x-3$

Задача 12. Коя от посочените редици с общ член $a_n\left(n\in\mathbb{N}\right)$ **е растяща?**

А) $a_n=(-1)^n(n+1)$ **Б)** $a_n=(-1)^{n+1}(n-1)$ **В)** $a_n=2^{-n}(n+2)$ **Г)** $a_n=\frac{2n^2+1}{n}$

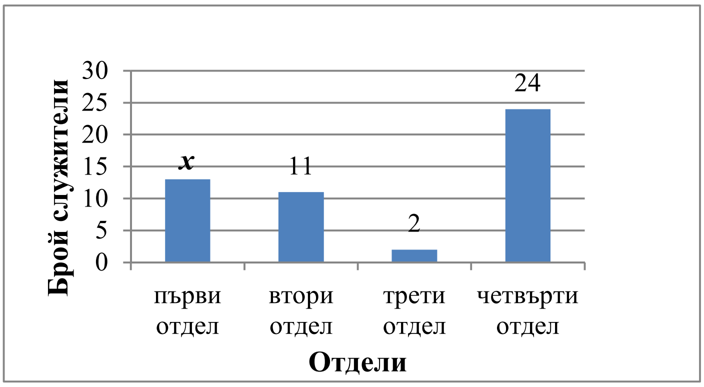
Задача 13. Осмият член на 15-членна геометрична прогресия е $\sqrt{2}$. Произведението на всички членове на прогресията е равно на:

А) 128 **Б)** $128\sqrt{2}$ **В)** 256 **Г)** $256\sqrt{2}$

Задача 14. Изразът $\sin\alpha.\cos(-\alpha)-\sin(-\alpha).\cos\alpha$ **е тъждествено равен на:**

А) 0 **Б)** 1 **В)** $\cos 2\alpha$ **Г)** $\sin 2\alpha$

Задача 15. На диаграмата е показан броят на служителите в четири отдела на една фирма. Броят на заетите в първия отдел е 26% **от броя на всички служители. Какъв е броят на служителите от този отдел?**



А) 11 **Б)** 13 **В)** 15 **Г)** 17

Задача 16. В една ваза има 3 **червени и** 4 **бели рози. По случаен начин са извадени три рози. Каква е вероятността и трите да са червени?**

А) $\frac{4}{35}$ **Б)** $\frac{3}{35}$ **В)** $\frac{1}{20}$ **Г)** $\frac{1}{35}$

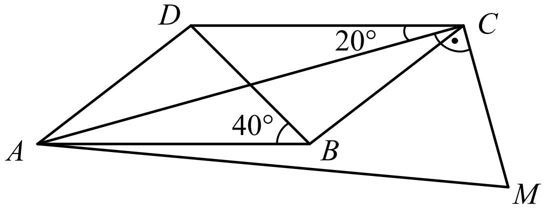
Задача 17. В ромба $ABCD$ $BD=10$ **cm, а** $\sphericalangle BAD=60^\circ$**. Дължината на радиуса на описаната около** $\triangle ABC$ **окръжност е:**

А) 5 **cm** **Б)** 10 **cm** **В)** $10\frac{\sqrt{3}}{6}$ **cm** **Г)** $10\frac{\sqrt{3}}{3}$ **cm**

Задача 18. Дължините на страните на $\triangle ABC$ **са** $AB=7$ **cm,** $BC=5$ **cm и** $AC=6$ **cm. Дължината на средната по големина медиана е:**

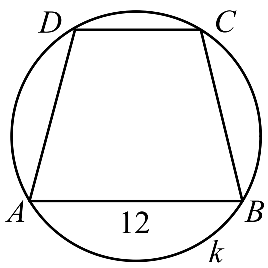
А) $\frac{1}{2}\sqrt{146}$ **cm** **Б)** $\frac{1}{2}\sqrt{73}$ **cm** **В)** $3\sqrt{3}$ **cm** **Г)** $2\sqrt{7}$ **cm**

Задача 19. На чертежа $ABCD$ е успоредник, $\sphericalangle ABD = 40^\circ$, $\sphericalangle ACD = 20^\circ$, $\sphericalangle ACM = 90^\circ$ и $CM = BD$. Намерете лицето на успоредника, ако лицето на $\triangle AMC$ е 12 cm².



А) $6\sqrt{3}$ **cm²** **Б)** 12 **cm²** **В)** 15 **cm²** **Г)** $12\sqrt{3}$ **cm²**

Задача 20. Трапец $ABCD$ с основа $AB = 12$ cm е вписан в окръжност k. Ако $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CD} = 4:3:2$, то дължината на радиуса на окръжността k е:



А) 6 **cm** **Б)** $4\sqrt{2}$ **cm** **В)** $4\sqrt{3}$ **cm** **Г)** $6\sqrt{2}$ **cm**

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ $\quad D=b^2-4ac$ $\quad x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ при $D\geq 0$

$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ $\quad$ Формули на Виет: $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$ $\quad x_1x_2=\dfrac{c}{a}$

Квадратна функция

Графиката на $y=ax^2+bx+c,\ a\neq 0$ е парабола с връх точката $\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{D}{4a}\right)$

Корен. Степен и логаритъм

$\sqrt[2k]{a^{2k}}=|a|$ $\quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}}=a$ при $k\in\mathbb{N}$

$\dfrac{1}{a^m}=a^{-m},\ a\neq 0$ $\quad \sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$ $\quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$ $\quad \sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$ при $a\geq 0, k\geq 2, n\geq 2$ и $m,n,k\in\mathbb{N}$

$a^x=b\Leftrightarrow \log_a b=x$ $\quad a^{\log_a b}=b$ $\quad \log_a a^x=x$ при $a>0, b>0$ и $a\neq 1$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n=n.(n-1)...3.2.1=n!$

Брой на вариациите на n елемента k-ти клас: $V_n^k=n.(n-1)...(n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k-ти клас: $C_n^k=\dfrac{V_n^k}{P_k}=\dfrac{n.(n-1)...(n-k+1)}{k.(k-1)...3.2.1}$

Вероятност за настъпване на събитието A:

$$p(A)=\frac{\textit{брой на благоприятните случаи}}{\textit{брой на възможните случаи}},\quad 0\leq p(A)\leq 1$$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n=a_1+(n-1)d$ $\quad S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n=\dfrac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$

Геометрична прогресия: $a_n=a_1.q^{n-1}$ $\quad S_n=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1},\ q\neq 1$

Формула за сложна лихва: $K_n=K.q^n=K.\left(1+\dfrac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1c$ $b^2 = b_1c$

$h_c^{\,2} = a_1b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

Формула за медиана:

$m_a^{\,2} = \frac{1}{4}\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)$ $m_b^{\,2} = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2c^2 - b^2\right)$ $m_c^{\,2} = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2b^2 - c^2\right)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^{\,2} = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник: $d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab\sin\alpha$ Трапец: $S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α°	0°	30°	45°	60°	90°
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ-\alpha$	$90^\circ+\alpha$	$180^\circ-\alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
cos	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
tg	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{cotg}\alpha$	$-\operatorname{cotg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{cotg}\alpha$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta}{1\mp\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{cotg}\alpha\operatorname{cotg}\beta\mp1}{\operatorname{cotg}\beta\pm\operatorname{cotg}\alpha}$$

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$$

$$\operatorname{tg}2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$\operatorname{cotg}2\alpha=\frac{\operatorname{cotg}^2\alpha-1}{2\operatorname{cotg}\alpha}$$

$$\sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$$

$$\cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$1-\cos\alpha=2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$1+\cos\alpha=2\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\big(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\big)$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\big(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\big)$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\big(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\big)$$

<u>МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА</u>

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ
ПО МАТЕМАТИКА

29.08.2019 г. – Вариант 2

МОДУЛ 2

Време за работа – 150 минути

<u>Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!</u>

Задача 21. Пресметнете стойността на израза $\left(\dfrac{1+3^{\frac{1}{2}}}{1+3^{-\frac{1}{2}}}\right)^{-\frac{2}{3}}.\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-\frac{5}{6}}$.

Задача 22. Пресметнете $\log_{0,08} m$ **, ако** $m=\log_2 4\sqrt{2}+\log_{\sqrt{3}} 243$ **.**

Задача 23. Намерете сбора на целите отрицателни числа, които са решения на неравенството $\dfrac{x^2-19x-42}{x+2}\le 5x$ **.**

Задача 24. Намерете сбора на първите 15 **члена на аритметична прогресия, за която** $2a_3+5a_{10}=105$ **.**

Задача 25. В $\triangle ABC$ $AC=7$ **cm,** $BC=5$ **cm и** $\cos\sphericalangle ACB=0,6$**. Намерете градусната мярка на** $\sphericalangle BAC$ **.**

<u>Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!</u>

Задача 26. Решете уравнението $12x^2+\sqrt{12x^2-11x}=2+11x$.

Задача 27. Решете системата $\begin{cases} \dfrac{x+2y}{x-2y}+\dfrac{x-2y}{x+2y}=\dfrac{5}{2} \\ x^2+4y^2=20 \end{cases}$.

Задача 28. Даден е $\triangle ABC$**, за който** $AC=4$ **cm,** $BC=12$ **cm и дължината на ъглополовящата** $CL\ (L\in AB)$ **на** $\sphericalangle ACB$ **е** 3 **cm. Втората пресечна точка на правата** CL **с описаната около** $\triangle ABC$ **окръжност е означена с** K**. Намерете дължината на страната** AB**, мярката на** $\sphericalangle ACB$ **и лицето на четириъгълника** $AKBC$**.**

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ $\qquad D=b^2-4ac$ $\qquad x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ при $D\geq 0$

$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ $\qquad$ Формули на Виет: $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$ $\qquad x_1x_2=\dfrac{c}{a}$

Квадратна функция

Графиката на $y=ax^2+bx+c,\ a\neq 0$ е парабола с връх точката $\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{D}{4a}\right)$

Корен. Степен и логаритъм

$\sqrt[2k]{a^{2k}}=|a|$ $\qquad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}}=a$ при $k\in\mathbb{N}$

$\dfrac{1}{a^m}=a^{-m},\ a\neq 0$ $\qquad \sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$ $\quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$ $\qquad \sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$ при $a\geq 0, k\geq 2, n\geq 2$ и $m,n,k\in\mathbb{N}$

$a^x=b\Leftrightarrow \log_a b=x$ $\qquad a^{\log_a b}=b$ $\qquad \log_a a^x=x$ при $a>0, b>0$ и $a\neq 1$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n=n.(n-1)...3.2.1=n!$

Брой на вариациите на n елемента k-ти клас: $V_n^k=n.(n-1)...(n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k-ти клас: $C_n^k=\dfrac{V_n^k}{P_k}=\dfrac{n.(n-1)...(n-k+1)}{k.(k-1)...3.2.1}$

Вероятност за настъпване на събитието A:

$$p(A)=\frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}},\quad 0\leq p(A)\leq 1$$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n=a_1+(n-1)d$ $\qquad S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n=\dfrac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$

Геометрична прогресия: $a_n=a_1.q^{n-1}$ $\qquad S_n=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1},\ q\neq 1$

Формула за сложна лихва: $K_n=K.q^n=K.\left(1+\dfrac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $\quad S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $\quad a^2 = a_1c$ $\quad b^2 = b_1c$

$h_c^{\,2} = a_1b_1$ $\quad r = \frac{a+b-c}{2}$ $\quad \sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\quad \cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\quad \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$ $\quad \mathrm{cotg}\,\alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $\quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ $\quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ $\quad \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

Формула за медиана:

$m_a^{\,2} = \frac{1}{4}\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)$ $\quad m_b^{\,2} = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2c^2 - b^2\right)$ $\quad m_c^{\,2} = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2b^2 - c^2\right)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $\quad l_c^{\,2} = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник: $d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $\quad S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $\quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $\quad S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $\quad S = ab\sin\alpha$ $\quad$ Трапец: $S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α°	0°	30°	45°	60°	90°
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\mathrm{cotg}\,\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ-\alpha$	$90^\circ+\alpha$	$180^\circ-\alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
cos	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
tg	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{cotg}\alpha$	$-\operatorname{cotg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{cotg}\alpha$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta}{1\mp\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{cotg}\alpha\operatorname{cotg}\beta\mp1}{\operatorname{cotg}\beta\pm\operatorname{cotg}\alpha}$$

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$$

$$\operatorname{tg}2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$\operatorname{cotg}2\alpha=\frac{\operatorname{cotg}^2\alpha-1}{2\operatorname{cotg}\alpha}$$

$$\sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos2\alpha)$$

$$\cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos2\alpha)$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+cos\beta=2cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$1-\cos\alpha=2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$1+\cos\alpha=2\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right)$$

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА

29.08.2019 г. – Вариант 2

Ключ с верните отговори

№ на задача	Отговор	Брой точки
1	Г	2
2	Б	2
3	В	2
4	В	2
5	Б	2
6	А	2
7	Г	2
8	Г	2
9	В	2
10	В	2
11	Б	3
12	Г	3
13	Б	3
14	Г	3
15	Б	3
16	Г	3
17	Б	3
18	Г	3
19	А	3
20	В	3
21	$3^{\frac{1}{2}}$ или $\sqrt{3}$	4
22	$\log_{0,08} m = -1$	4
23	-13	4
24	225	4
25	45°	4

26	$x_1=1$ и $x_2=-\dfrac{1}{12}$	**10**
27	$\left(3\sqrt{2};\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\left(-3\sqrt{2};-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\left(-3\sqrt{2};\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ и $\left(3\sqrt{2};-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$	**10**
28	$AB=4\sqrt{13}$ cm, $\sphericalangle ACB=120^\circ$, $S_{AKBC}=64\sqrt{3}$ cm^2	**10**

Критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

Задача 26:

Полагане $t=\sqrt{12x^2-11x}$, $t\geq 0$	**2 точки**
Получаване на уравнението $t^2+t-2=0$.	**1 точка**
Решаване на квадратното уравнение и получаване на корените $t_1=1$ и $t_2=-2$.	**2 точки**
Извод, че $\sqrt{12x^2-11x}=-2$ няма реални корени.	**1 точка**
Решаване на $\sqrt{12x^2-11x}=1 \Leftrightarrow 12x^2-11x-1=0$ и получаване на корените $x_1=1$ и $x_2=-\dfrac{1}{12}$.	**3 точки**
Извод, че $x_1=1$ и $x_2=-\dfrac{1}{12}$ са решения на уравнението.	**1 точка**

Задача 27:

Първи **начин:**

Определяне $ДС: x\neq \pm 2y$.	**1 точка**
Полагане $t=\dfrac{x+2y}{x-2y}$.	**1 точка**

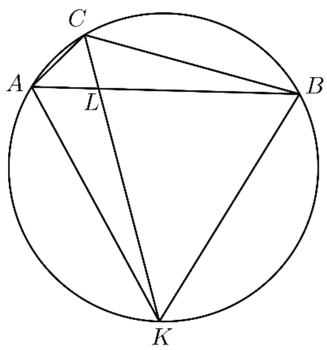
Достигане до уравнението $2t^2-5t+2=0$, решаване на уравнението и определяне на корените 2 и $\frac{1}{2}$.	**2 точки**
При $\frac{x+2y}{x-2y}=2\Rightarrow x=6y$.	**1 точка**
Заместване във второто уравнение и получаване $36y^2+4y^2=20$ и $y_{1,2}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.	**0,5 точки**
Получаване наредените двойки $\left(3\sqrt{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ и $\left(-3\sqrt{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$**,** които са от *ДС***.**	**По 0,5 точки за всяка от наредените двойки**
При $\frac{x+2y}{x-2y}=\frac{1}{2}\Rightarrow x=-6y$.	**1 точка**
Заместване във второто уравнение и получаване $36y^2+4y^2=20$ и $y_{1,2}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.	**0,5 точки**
Получаване наредените двойки $\left(-3\sqrt{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ и $\left(3\sqrt{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$**,** които са от *ДС*.	**По 0,5 точки за всяка наредена двойка**
Записване на всички наредени двойки, които са решение.	**1 точка**

Втори **начин:**

Определяне $ДС: x\neq\pm 2y$**.**	**1 точка**
За освобождаване от знаменателя $\frac{x+2y}{x-2y}+\frac{x-2y}{x+2y}=\frac{5}{2}\Leftrightarrow 2\left(x+2y\right)^2+2\left(x-2y\right)^2=5\left(x^2-4y^2\right)$.	**3 точки**
Опростяване до $x^2=36y^2\Leftrightarrow x=6y$ или $x=-6y$**.**	**2 точки**

Заместване във второто уравнение и получаване $36y^2+4y^2=20$ и $y_{1,2}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.	**1 точка**
Получаване наредените двойки $\left(3\sqrt{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ и $\left(-3\sqrt{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, които са от $ДС$.	**По 0,5 точки за всяка от наредените двойки**
Получаване и на наредените двойки $\left(-3\sqrt{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ и $\left(3\sqrt{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, които са от $ДС$.	**По 0,5 точки за всяка наредена двойка**
Записване на всички наредени двойки, които са решение.	**1 точка**

Задача 28:



От свойството на ъглополовящата $\frac{AL}{BL}=\frac{AC}{BC}=\frac{1}{3}$.

Ако $AL=x$, то $BL=3x$. Прилагаме формулата за ъглополовящата $CL^2=AC.BC-AL.BL$.

Получаваме $3^2=4.12-x.3x\Rightarrow x^2=13$. Оттук $x=\sqrt{13}$ cm и $AB=4\sqrt{13}$ cm.

Прилагаме косинусова теорема за $\triangle ABC$: $\cos\sphericalangle ACB=\frac{4^2+12^2-16.13}{2.4.12}=-\frac{1}{2}$. Оттук намираме $\sphericalangle ACB=120^\circ$.

Намираме $\sphericalangle AKB=180^\circ-120^\circ=60^\circ$. Точка K е среда на дъгата AB, т.е. $AK=BK$. Следователно $\triangle ABK$ е равнобедрен и $\sphericalangle AKB=60^\circ$, т.е. $\triangle ABK$ е равностранен. $S_{\triangle ABK}=\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2=\frac{\sqrt{3}}{4}.16.13=52\sqrt{3}$ cm^2, $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC.BC.\sin 120^\circ=\frac{\sqrt{3}}{4}.4.12=12\sqrt{3}$ cm^2 и $S_{AKBC}=12\sqrt{3}+52\sqrt{3}=64\sqrt{3}$ cm^2.

За построен триъгълник с описана окръжност, ъглополовяща и точка K – среда на AB.	**1 точка**

За намиране на $\frac{AL}{BL}=\frac{AC}{BC}=\frac{1}{3}$.	**1 точка**
За въвеждане на неизвестно $AL=x, BL=3x$.	**1 точка**
За намиране на $x=\sqrt{13}$ cm и $AB=4\sqrt{13}$ cm.	**1 точка**
За намиране $\cos\sphericalangle ACB=\frac{4^2+12^2-16.13}{2.4.12}=-\frac{1}{2}$.	**1 точка**
За намиране на $\sphericalangle ACB=120^\circ$.	**1 точка**
За доказване, че $\triangle ABK$ е равностранен.	**1 точка**
За намиране на $S_{\triangle ABK}=52\sqrt{3}$ cm^2.	**1 точка**
За намиране на $S_{\triangle ABC}=12\sqrt{3}$ cm^2.	**1 точка**
За намиране на $S_{AKBC}=64\sqrt{3}$ cm^2.	**1 точка**

Ако е намерена мярката на $\sphericalangle ACB=120^\circ$ по друг начин и оттам дължината на AB, то общият брой точки за намиране на двата елемента е <u>пак</u> **5 точки**. По-нататък оценяването е за намерените елементи.