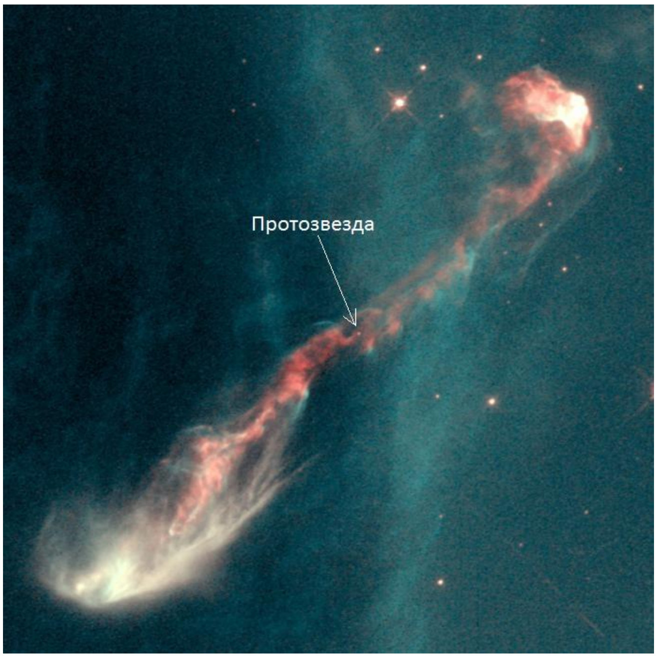
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XXIV НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Общински кръг на олимпиадата по астрономия
2020 – 2021 учебна година
Възрастова група IX-X клас – решения

1 задача. Раждането на звезда. Обектът HH 46/47 е протозвезда, от която в две противоположни посоки се изхвърлят струи вещество с висока скорост, която надвишава скоростта на звука в околната материя. В резултат на това в две симетрично разположени области от двете страни на протозвездата се образуват ударни вълни. В тях рязко вплътненото междузвездно вещество се нагрява до няколко хиляди градуса, йонизира се и излъчва светлина.

Зоните на ударните вълни се отдалечават от протозвездата със скорост 34 км/с. Всяка от двете струи се простира на разстояние около 4.2 светлинни години от протозвездата в проекция върху равнина перпендикулярна на зрителния лъч от нас към протозвездата. Направлението на струите сключва ъгъл около 30° с тази равнина.

- Оценете приблизително преди колко време е започнало наблюдаваното бурно изхвърляне на вещество от протозвездата и разпространението на ударните вълни. Приемете, че скоростта на ударните вълни не се е променяла съществено.



Обектът HH 46/47

Решение:

Първо нека да определим действителната дължина на всяка от двете струи. Означаваме я с L_0 , а дължината на наблюдаваната проекция на струята – с L. Както е известно от геометрията, когато в правоъгълен триъгълник един от ъглите се равнява на 30°, срещулежащият катет на този ъгъл е с дължина двойно по-малка от дължината на хипотенузата. Следователно, както е означено на схемата, можем да напишем:

$$h = \frac{L_0}{2}$$

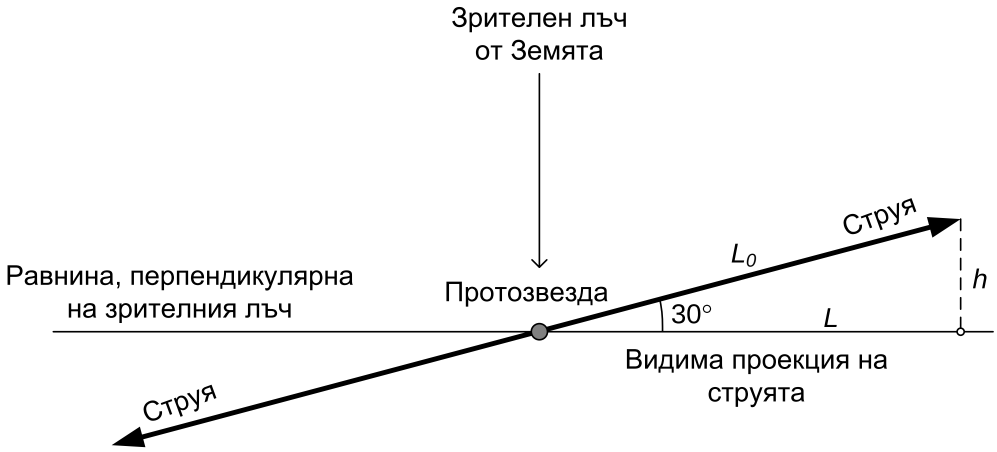
След това използваме теоремата на Питагор и намираме:

$$L_0{}^2 = L^2 + \left(\frac{L_0}{2}\right)^2$$

$$L_0 = \frac{2L}{\sqrt{3}} \approx 4.85 \text{ светлинни години}$$

Ако познаваме тригонометричните функции, можем още по-бързо да получим същия резултат:

$$L_0 = \frac{L}{\cos 30°} = \frac{2L}{\sqrt{3}}$$



Като знаем, че всяка от ударните вълни се отдалечава от протозвездата със скорост v = 34 км/с и като приемем, че тази скорост не се е променяла съществено с времето, лесно можем да пресметнем преди колко време е започнало бурното изхвърляне на вещество от протозвездата:

$$t = \frac{L_0}{v}$$

Тъй като скоростта ни е дадена в километри за секунда, ние трябва да превърнем дължината на струята от светлинни години в километри. Като използваме горната формула ще получим времето в секунди, което няма да е много нагледен вид на нашия резултат. Ще е необходимо да го превърнем в години. Но можем да си спестим пресмятанията с големи числа. Ако разделим скоростта на ударната вълна на скоростта на светлината, ние ще получим всъщност каква част от светлинната година се изминава от ударната вълна за една година време:

$$v = \frac{34 \text{ км/с}}{300\,000 \text{ км/с}} \approx 0.0001133 \text{ светлинни години/година}$$

Сега остава да разделим дължината на струята в светлинни години на тази скорост и получаваме времето направо в години:

$$t = \frac{4.85}{0.0001133} \approx 40\,000 \text{ години}$$

Закръглили сме крайния резултат в значителна степен, защото при направените предположения той представлява само груба оценка на търсения интервал от време.

<u>*Критерии за оценяване (общо 10 т.):*</u>
За правилен метод за пресмятане на дължината на струята – 4 т.
За верен числен резултат – 1 т.
За правилен метод за пресмятане на времето – 4 т.
За верен числен резултат – 1 т.

2 задача. Комета на небето. Знаем, че понякога опашките на кометите могат да бъдат много големи. На Фиг.1 (Виж приложенията накрая) са начертани орбитите на Земята и на една комета, чиято йонна опашка след преминаването през перихелия достига дължина от 150 милиона километра. Равнината на орбитата на кометата съвпада с равнината на еклиптиката. Когато Земята се намира по орбитата си в точките **1**, **2** и **3**, кометата се намира, съответно, в точките от орбитата означени с **А**, **В** и **С**.

- А) Определете ъгловия размер на йонната опашка на кометата, под който тя ще се вижда от Земята на небето във всяко едно от положенията.
- Б) Нарисувайте на Фиг.2. как приблизително ще изглежда опашката на кометата на небето, като вземете предвид положението на Слънцето под хоризонта и видимото положение на изобразените големи кръгове на небесната сфера.

Указание: „Голям кръг“ на небесната сфера се нарича окръжност получена от пресичането на небесната сфера с равнина, която преминава през нейния център. Очевидно, всеки голям кръг разделя всички други големи кръгове на две равни части. Големи кръгове са например небесният екватор, еклиптиката, небесните меридиани, хоризонтът и т.н. Поради проекцията на небесната сфера върху равнина, части от големите кръгове могат да бъдат изобразени като дъги с различна кривина или с прави линии. Работете с разумно приближение, като обърнете внимание на положенията на главата на кометата и проекцията на йонната опашка. За мащаб използвайте изобразените части от подходящите големи кръгове.

Решение:

Първо трябва да построим опашката на кометата във всяко едно от дадените положения на кометата. Размерът на опашката в трите положения на кометата е равен на 150 милиона километра, т.е. на 1 астрономическа единица. На Фиг. 1. е начертана орбитата на Земята около Слънцето. Радиусът на орбитата е равен на 1 au и следователно дължината на опашката на кометата на фигурата ще е равна на радиуса на земната орбита. Ориентацията на йонната опашка винаги е в посока обратна на посоката към Слънцето. За да построим опашката, първо построяваме лъчи започващи от Слънцето и преминаващи през положенията на главата на кометата, означени с буквите **А, В** и **С**. Започвайки от тези положения, по протежение на лъчите построяваме опашката на кометата с дължина 1 au. Означаваме края на кометната опашка в трите положения с **A′, B′** и **C′.** (Фиг. 3)

За да определим видимия от Земята ъглов размер на опашката на кометата, построяваме два лъча – един от Земята към главата на кометата (точки **A, B** и **C**) и втори, от Земята към края на опашката на кометата (точки **A′, B′** и **C′**). Ъгълът, който сключват двата лъча, е видимият ъглов размер на опашката на кометата. Правим това измерване с транспортир за всяко положение на Земята (**1, 2** и **3**) по нейната орбита и съответното положение на кометата. Получаваме следните видими ъглови размери на опашката на кометата:

За положение **1** – 45°
За положение **2** – 32°
За положение **3** – 7°

Равнината на орбитата на кометата лежи в равнината на еклиптиката. Затова главата на кометата ще се вижда върху еклиптиката. За да изобразим приблизително къде ще се вижда кометата на небето, първо определяме ъгловото отстояние на главата на кометата от Слънцето. Построяваме (Фиг. 4.) по два лъча, започващи от всяко от положенията на Земята (**1, 2** и **3**), като единият от лъчите е насочен към Слънцето, а вторият – към положенията на ядрото на кометата в съответния момент от време. Ъгълът заключен между двата лъча е ъгловото отстояние на главата на кометата от Слънцето. За трите положения получаваме следните стойности:

За положение **1** – $\alpha = 34°$
За положение **2** – $\beta = 90°$
За положение **3** – $\gamma = 127°$

За да нанесем положението на главата на кометата на Фиг. 2, която представлява изображение на част от небесната сфера върху равнина, първо трябва да определим приблизително какъв е ъгловият мащаб на изобразената върху схемата еклиптика. Хоризонтът е голям кръг от небесната сфера. Следователно той разделя еклиптиката на две равни части, всяка от които съдържа 180°. Следователно видимата над хоризонта част от еклиптиката е 180°. Намираме приблизително средата на видимата над хоризонта част на еклиптиката. Така я разделяме на две части по 90°. След това внимателно разделяме двете половини на три приблизително еднакви части по 30°. После разделяме близката до западния хоризонт част на три равни части по 10°. (Добре е да се използва линия, за да се правят контрони измервания на хордите на дъгите, които се получават при разделянето.) Измерваме на какво разстояние, по еклиптиката, се намира Слънцето под хоризонта. Сравняваме с 10° дъга и виждаме, че Слънцето е на приблизително 8° от точката, в която еклиптиката пресича хоризонта. Следователно когато Земята е в положение **1,** главата на кометата ще се вижда върху еклиптиката на $34° – 8° = 26°$ от точката, в която еклиптиката пресича хоризонта. Нанасяме положението на главата на кометата върху еклиптиката на пресметнатото ъглово отстояние.

Опашката на кометата лежи в равнината на еклиптиката и затова тя ще се проектира на небето върху еклиптиката. Въпреки че на небето ще виждаме йонната опашката съвсем права (защото тя лежи върху голям кръг от небесната сфера), на проекцията на небесната сфера с изобразените еклиптика, небесен екватор и хоризонт, опашката ще изглежда леко извита, следвайки проекцията на еклиптиката. Опашката на кометата в първия случай е 45°. Следователно нейният край ще се намира на $26° + 45° = 71°$ от точката, в която еклиптиката пресича хоризонта, или на 19° от средата на видимата част на еклиптиката. Нанасяме края на опашката върху посочената точка и рисуваме опашката на комета извита по протежение на еклиптиката.

По подобен начин постъпваме и при другите две положения на кометата. След разделянето на необходимите участъци от еклиптиката на по-малки части от 10° (примерно), нанасяме внимателно положенията на главата на кометата и края на опашката. След това рисуваме йонната опашка на кометата.

В положение **2** главата на кометата е на 90° от Слънцето и следователно е на 8° западно от средата на видимата част на еклиптиката. Дължината на опашката е 32°. Тогава краят на опашката ще бъде на $32° – 8° = 24°$ източно от средата на видимата част на еклиптиката.

В положение **3** главата на кометата е на 127° от Слънцето и следователно е на 29° източно от средата на видимата част на еклиптиката. Дължината на опашката е 7°. Тогава краят на опашката ще бъде на $29° + 7° = 36°$ източно от средата на видимата част на еклиптиката.

Резултатът е показан на Фиг. 5.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

За правилни разсъждения относно размера и ориентацията на йонната опашка – 1.5 т.

За правилното построяване на опашките върху Фиг. 1. – 1.5 т.

За правилен метод за определяне на ъгловия размер на опашките и добри измервания. – 2 т.

За правилни разсъждения относно видимото положението на главата на кометата спрямо Слънцето – 1 т.

За правилни измервания на ъгловите отстояния – 1 т.

За достатъчно добър метод за определяне на ъгловия мащаб върху Фиг.2. (Методът може да се различава от описания в официалното решение. Примерно, за основна скала може да се изберат части от небесния екватор.) – 1 т.

За построяване на опашките на кометата в различните положения – 2т.

При разлики по-големи от 0.5 см, но по-малки от 1 см, върху фигурата, разпечатана на страница формат А4, оценката се намалява с 0.5 точки. При разлики в положенията по-големи от 1 см, но по-малки от 2 см, оценката се намалява с 1 точка. При рисуване на опашките лежащи върху прави линии, допирателни към еклиптиката, оценката да не се намалява (понеже на небето опашките са прави). При начертаване на опашките лежащи върху еклиптиката, подобно на официалното решение, да се дава поощрение от допълнителна 1т. При подмяна на еклиптиката с небесния екватор и последващи правилни разсъждения и построения оценката се намалява с 1т.

3 задача. Къде са планетите. На 21 юни, в чест на настъпващото лято, сте решили през нощта да наблюдавате петте най-ярки планети от Слънчевата система. Поглеждате в астрономическия алманах и виждате, че Меркурий се намира в източна елонгация, Венера е в долно съединение, Марс е в източна квадратура, Юпитер е в опозиция, а Сатурн – 15 дни преди западна квадратура.

- А) Направете схематичен чертеж на орбитите на планетите, без да спазвате точния мащаб, и поставете всяка една от тях на правилното място относно Слънцето и Земята.
- Б) Ще може ли да наблюдавате и петте планети (не непременно едновременно) и кога през нощта ще се виждат те?
- В) Пресметнете приблизително каква ректасцензия има всяка една от планетите. Пренебрегнете ъгъла, който сключва небесният екватор с еклиптиката. Не използвайте вашата схема, която не е в мащаб, за измерване и не прилагайте графично решение. Обяснете вашите разсъждения.

Решение:

На схемата по-долу са представени положенията на планетите относно Земята. Със стрелка е отбелязана посоката на орбитално движение на Земята около Слънцето. Както е известно, всички планети се движат около Слънцето в една и съща посока.

Тъй като Меркурий е в източна елонгация, той ще може да се вижда ниско над хоризонта вечер, на запад, малко след залеза на Слънцето. Тази планета много трудно се наблюдава, защото никога не се отдалечава на голямо видимо отстояние от Слънцето. Венера е в долно съдинение със Слънцето и няма да може да се вижда през нощта (освен ако тя не е близо до някой от възлите насвоята орбита, при което би се наблюдавал пасаж на планетата пред диска на Слънцето). Марс е в източна квадратура и ще бъде най-високо над хоризонта при залеза на Слънцето, като ще продължи да се вижда над хоризонта през първата половина от нощта. Юпитер е в опозиция и ще изгрява със залеза на Слънцето, ще се вижда през цялата нощ и ще залязва с изгрева на Слънцето. Сатурн е 15 дни преди западна квадратура и ще изгрява известно време след полунощ, ще се издига все повече над хоризонта, но до изгрева на Слънцето няма да е достигнал до горна кулминация, т.е. до най-голямата си височина над хоризонта.

На 21 юни Слънцето се намира в точката на лятно слънцестояние и следователно неговата ректасцензия е 6^h. Ректасцензията на всяка от планетите ще намерим, като първо определим ъгъла между направлението от Земята към Слънцето и направлението от Земята към планетата, отчетен по посока на орбиталното движение на планетите (на схемата – в посока обратна на часовниковата стрелка). След това прибавяме този ъгъл към ректасценцията на Слънцето.

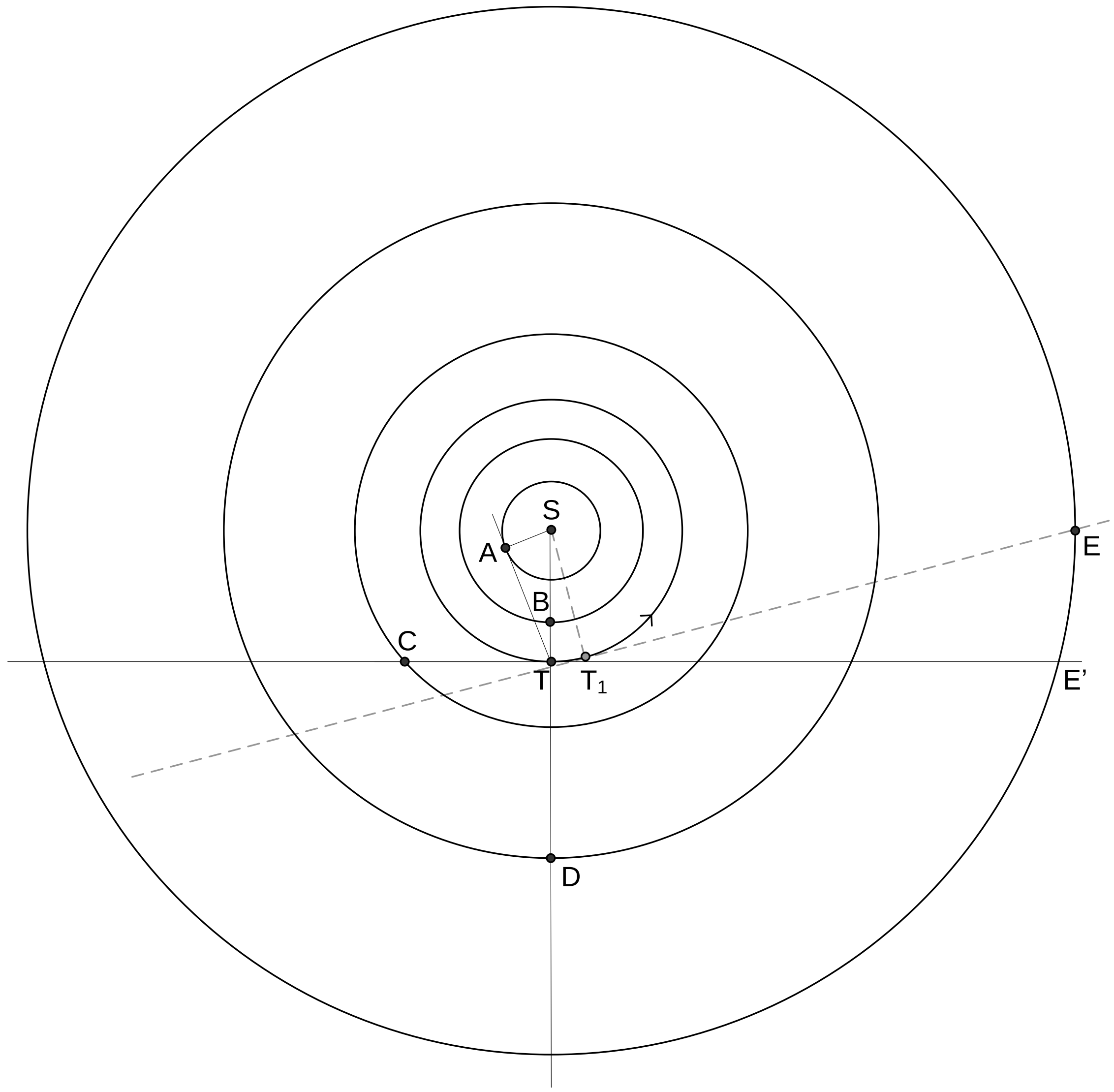
За Меркурий трябва да определим ъгъла STA. Меркурий се намира на средно разстояние от Слънцето SM = 0.39 астрономически единици. Оттук пресмятаме:

$$\sin\angle\mathrm{STA} = \frac{\mathrm{SA}}{\mathrm{ST}} = \frac{0.39}{1} = 0.39$$

$$\angle\mathrm{STA} \approx 23° \approx 1^h32^m$$

Ректасцензията на Меркурий ще бъде:

$$\alpha_A = 6^h + 1^h32^m = 7^h32^m$$



S – Слънце, T – Земя,
A - Меркурий, B – Венера, C – Марс, D – Юпитер, E - Сатурн

Ректасцензията на Венера ще съвпада с тази на Слънцето:

$$\alpha_B = 6^h$$

Ректасцензията на Марс ще е с 90° или 6^h по-голяма от ректасцензията на Слънцето:

$$\alpha_C = 6^h + 6^h = 12^h$$

Юпитер е в диаметрално противоположна посока на Слънцето и неговата ректасцензия ще бъде:

$$\alpha_D = 6^h + 12^h = 18^h$$

Ако Сатурн беше точно в западна квадратура, той щеше да се намира в точка E′ на схемата и неговата ректасцензия щеше да бъде с 270° или 18^h по-голяма от тази на Слънцето:

$$\alpha_{E'} = 6^h + 18^h = 24^h\text{, или което е все едно, } = 0^h$$

Сатурн обаче се намира в точка E и след 15 дни ще бъде в западна квадратура. Тъй като орбиталният период на тази планета е около 30 години, ще пренебрегнем нейното движение и ще считаме, че след 15 дни тя няма да се е изместила от точка E. За това време обаче Земята ще се е придвижила от точка T до точка T_1 и ще е изминала по своята орбита ъгъл:

$$\angle TST_1 = 360^\circ \cdot \frac{15}{365.25^{\mathrm{d}}} \approx 14.8^\circ \approx 59^m$$

Този ъгъл е равен на ъгъла между отсечките TE′ и T_1E, като ъгли с взаимно перпендикулярни рамене. Следователно ректасцензията на Сатурн в точка E за наблюдател на Земята, когато тя се намира в точка T_1, ще бъде:

$$\alpha_E = 0^h 59^m$$

Но поради факта, че Земята се е придвижила на сравнително малък ъгъл по своята орбита и преди всичко поради факта, че Сатурн е близо до квадратура, когато видимото му положение за земния наблюдател остава почти неизменно (планетата е близо до т.нар. точка на стояние), можем да считаме, че и за земния наблюдател в точка T ректасцензията на Сатурн ще бъде същата, или приблизително $\alpha_E = 1^h$.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

За правилно представяне на положенията на планетите върху схемата – 2 т.

За описание на условията за видимост на планетите през нощта – 1.5 т.

За съображението, че ректасцензията на Слънцето трябва да е 6^h и отчитане на разликите в ректасцензиите на останалите планети спрямо посоката Земя – Слънце – 0.5 т.

За определяне на ректасцензията на Меркурий – 1.5 т.

За определяне на ректасцинзиите на Венера, Марс и Юпитер – 3 т.

За определяне на ректасцензията на Сатурн – 1.5 т.

4 задача. Небесно пътешествие. Любител на въздушните приключения от Санкт-Петербург (φ = 60° северна ширина) в Русия обича да пътешества със своя малък самолет. Той знае, че ако излети от родния си град и се движи само на изток, без да каца никъде, ще се завърне в Санкт-Петербург след 24 часа.

- А) На 14 декември в 0 часа пилотът ентусиаст отлита от Санкт-Петербург на юг. В колко часа той ще стигне на екватора?
- Б) На екватора пилотът се озовава сред тревисти хълмове. Времето е топло. В коя държава се намира той сега? По-нататък пътешествието му продължава. Скоро той

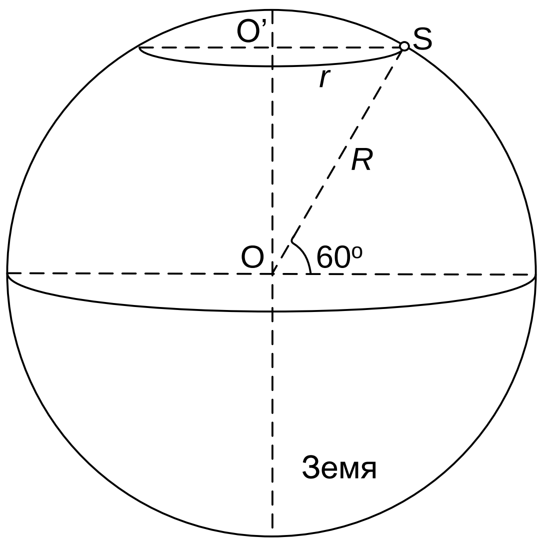
излита на изток и лети още 36 часа. Успява да кацне на една поляна сред джунгла, пълна с опасни същества. Къде ли е това място? А коя е датата според местното време там?

- В) Оттам пътешественикът потегля на север и лети толкова време, колкото му е трябвало, за да стигне от Санкт-Петербург до екватора. Ще може ли той да се ориентира по Полярната звезда през тази част от своето пътешествие? Накрая самолетът се оказва над обширно студено море. Кое е това море? Оттук нататък накъде трябва да полети пилотът, за да се върне по-бързо в Санкт-Петербург – на изток, запад, север или юг? Колко време ще му отнеме това?

Приемете, че Земята има идеална кълбовидна форма.

Решение:

Паралелът, на който се намира Санкт-Петербург, е с географска ширина 60°. Както се вижда от схемата, радиусът r на този паралел е равен на половината от земния радиус R, тъй като в правоъгълния триъгълник OSO′ катетът O′S лежи срещу ъгъл, равен на 30°. Следователно дължината на този паралел е двойно по-малка от дължината на земния екватор и въобще на всеки голям кръг по земната повърхност, лежащ в равнина, която минава през центъра на Земята. Оттук заключаваме, че щом пътешественикът може да направи една обиколка по 60-градусовия паралел за 24 часа, то по голям кръг от земната повърхност той може да направи пълна обиколка за 48 часа.



За да стигне до екватора, пътешественикът трябва да измине 60° по меридиана на Санкт-Петербург на юг и следователно това ще му отнеме време 48 часа / 6 = 8 часа. Той ще пристигне на екватора в 8 часа на 14 декември. Като погледнем земния глобус миждаме, че пътешественикът ще се озове в Уганда, недалеч от езерото Джордж.

Географската дължина на Санкт-Петербург е приблизително 30°. След 36 часа полет на изток пътешественикът ще е направил три четвърти от пълната обиколка на Земята по екватора. Отново проверяваме по глобуса и виждаме, че този път той ще стигне до място, намиращо се в джунглата на река Амазонка в Бразилия, на около 60° западна дължина. В 36 часа се съдържа едно денонощие от 24 часа и още 12 часа. Следователно часовникът на пътешественика ще показва 8 + 12 = 20 часа на 15 декември по официалното време на Санкт-Петербург. Но точката, където той се намира, е на 6 часа западно от Санкт-Петербург по географска дължина и следователно там времето ще бъде 20 – 6 = 14 часа на 15 декември.

Оттук пътешественикът тръгва на север. След 8 часа той ще се е завърнал на 60-градусовия паралел в северното полукълбо. Отново използваме глобуса и виждаме, че той вече ще бъде над Лабрадорско море, някъде между източните брегове на Канада и Гренландия. Отначало няма да може да се ориентира за посоката на своя полет по Полярната звезда, понеже ще бъде ден. Но след няколко часа ще настъпи нощ и това вече ще бъде възможно, още повече, че през декември денят на по-високите северни ширини е по-кратък и нощта настъпва рано. Най-бързо от Лабрадорско море пътешественикът ще се завърне в Санкт-Петербург, ако тръгне на изток като направи една четвърт обиколка по 60-градусовия паралел. За това ще му е необходимо време 24 часа : 4 = 6 часа.

<u>Критерии за оценяване (общо 10 т.):</u>

А) За пресмятане на прдължителността на полета до екватора и часа, в който пътешественикът стига дотам – 2 т.

Б) За определяне на мястото, до което се достига на екватора – 0.5 т.

За разсъждения и пресмятания при определяне на мястото, до което се достига след 36 часа полет на изток от екваториалната точка в Африка – 2 т.

За правилно посочване на мястото, до което се достига в Бразилия – 0.5 т.

За определяне на часа и датата по местното време там – 1 т.

В) За определяне на мястото, където ще стигне пътешественикът след 8 часа полет на север от Бразилия – 1 т.

За правилен отговор дали ще може да се ориентира по Полярната звезда – 1 т.

За посочване на посоката и пресмятане на времето, за което той ще се върне в Санкт-Петербург – 2 т.

5 задача. Чукът и перцето. На 2 август 1971 година командирът на космическия кораб Аполо 15 Дейвид Скот демонстрира на лунната повърхност физически опит в чест на великия италиански физик Галилео Галилей. От височина 1.5 метра той пуска да падат свободно геоложки чук с маса 1.32 килограма и перо от сокол с маса 3 грама.

- А) Пресметнете за колко време чукът е достигнал до повърхността на Луната и за колко време перото. Какво твърдение на Галилей е искал да докаже астронавтът?
- Б) На Земята, при минимална подготовка, може да скочим от височина 2 метра без да има опасност от някаква контузия. Тогава, ако се намираме на Луната, от каква височина може да скочим без да се нараним? Ако приемем, че един етаж от сграда е висок около 3 метра, то на скок от кой етаж съответства това?

Решение:

Можем да намерим информация за масата на Луната M и нейния радиус R и да пресметнем ускорението на силата на тежестта на лунната повърхност:

$$g_L = \gamma \frac{M}{R^2} \approx 1.62 \text{ m/s}^2$$

където γ е гравитационната константа. Можем и направо да вземем стойността на ускорението от някакъв източник. То е около 6 пъти по-малко от земното ускорение g.

Означаваме с t времето, за което даден предмет пада без начална скорост на лунната повърхност от височина H. Тогава е в сила равенството:

$$H = \frac{g_L t^2}{2}$$

Оттук пресмятаме:

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g_L}} \approx 1.36 \text{ s}$$

Времето не зависи от масата на падащото тяло. Това е и твърдението на Галилео Галилей, което е искал да докаже астронавтът. Луната е много подходящо място за такава демонстрация, тъй като там няма въздух, който със съпротивлението, оказвано върху падащите тела, прави невъзможно прякото потвърждение на идеята на Галилей на Земята. Чукът и перото падат в пълен синхрон за едно и също време на лунната повърхност и това може да се види на следния видеозапис:

https://www.youtube.com/watch?v=KDp1tiUsZw8&ab_channel=AIRBOYD

Дали ще се нараним, като падаме от дадена височина, зависи от скоростта, с която се удряме в повърхността. За крайната скорост при падане от височина $H_2 = 2$ м на земната повърхност можем да напишем:

$$v = gt_1$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H_1}{g}}$$

$$v = \sqrt{2gH_1}$$

Означаваме с H_2 височината, от която ако паднем на лунната повърхност, ще имаме същата крайна скорост. По-нататък намираме:

$$v = \sqrt{2gH_1} = \sqrt{2g_L H_2}$$

$$H_2 = H_1 \cdot \frac{g}{g_L} \approx 12 \text{ м}$$

Ако височината на един етаж е 3 метра, то следва, че можем да скочим от четвъртия или даже от петия етаж на лунна сграда, без да се нараним.

<u>Критерии за оценяване (общо 10 т.):</u>

За намиране на необходимата информация или пресмятане на ускорението на силата на тежестта на Луната – 1 т.

За пресмятане на времето за падане на предмет на лунната повърхност – 2 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

За посочване на твърдението на Галилей, което се доказва – 1 т.

За правилен начин на определяне на височината, от която можем да скочим без опасност за нас на Луната – 3 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

За преценка от кой етаж на лунна сграда можем да скочим безопасно – 1 т.

6 задача. Астероидът Бену. Потърсете информация за физическите характеристики на астероида 101955 Bennu (https://en.wikipedia.org/wiki/101955_Bennu)

- А) Пресметнете на каква височина над повърхността на астероида се намира орбитата, на която един негов спътник би „висял“ неподвижно над точка от неговия екватор, т.е. би бил аналог на геостационарните спътници на Земята. Приемете, че астероидът има идеално кръгла форма.
- Б) Какъв период на околоосно въртене трябва да има Бену, за да бъде радиусът на стационарната орбита равен на радиуса на астероида, т.е. височината на стационарната орбитата да е нула? Ако както много други малки астероиди, Бену представлява механичен сбор от скални отломки, то каква съдба би го очаквала в такъв случай?

Решение:

Екваториалният радиус на астероида Бену е R = 282.4 метра, а неговата маса е M = 7.329 × 10^{10} кг. Периодът му на околоосно въртене е T = 4.296 часа. Спътникът трябва да обикаля около астероида със същия период в неговата екваториална равнина, за да бъде подобен на геостационарните спътници на Земята. Това е причината, поради която тук ние разглеждаме именно неговия екваториален радиус, за да опридилим височината на орбитата над повърхността на астреоида. Ако r е радиусът на орбитата на спътника около центъра на астероида, то неговата скорост трябва да бъде:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}} = \frac{2\pi r}{T}$$

Оттук получаваме:

$$r = \sqrt[3]{\frac{\gamma M T^2}{4\pi^2}}$$

където γ е гравитационната константа.

$$r \approx 309.4 \text{ м}$$

Височината на орбитата на спътника над повърхността на астероида ще бъде:

$$h = r - R = 27 \text{ м}$$

Да означим с T_1 периода, с който трябва да се върти астероидът около оста си, така че стационарен спътник около него да има радиус на орбитата равен на радиуса на астероида. Тогава:

$$R = \sqrt[3]{\frac{\gamma M {T_1}^2}{4\pi^2}}$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{\gamma M}} \approx 10898 \text{ s} \approx 3 \text{ часа}$$

При такъв период на въртене обаче, за частиците на повърхността на астероида силата на гравитационно привличане ще е равна на инерчната центробежна сила, възникваща поради въртенето. Те няма да са устойчиво свързани с астероида и при най-малко външно въздействие ще се разпръскват в космическото пространство.

<u>Критерии за оценяване (общо 10 т.):</u>

За намиране на информация за параметрите на астероида – 1 т.

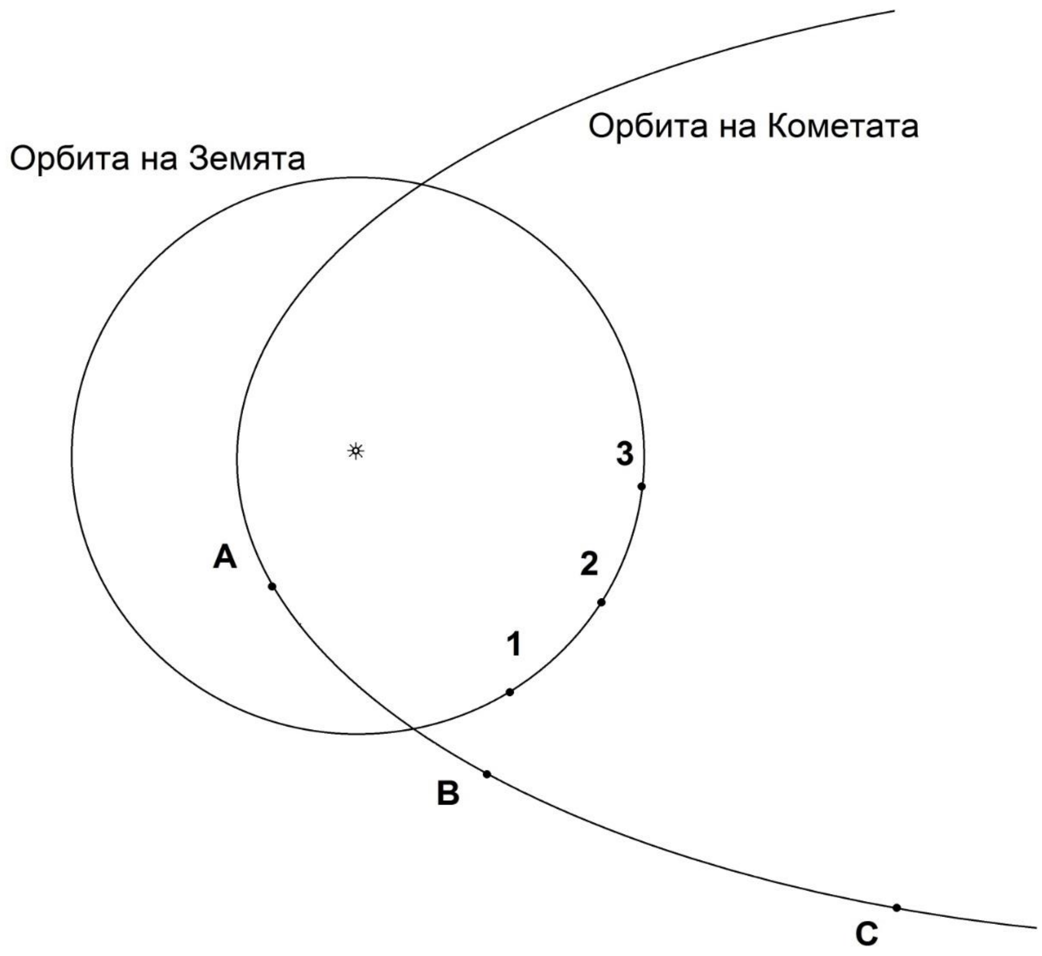
За правилен начин на пресмятане на радиуса на стационалната орбита около астероида – 3 т.

За правилен числен отговор за височината на орбитата над повърхността на астероида – 1 т.

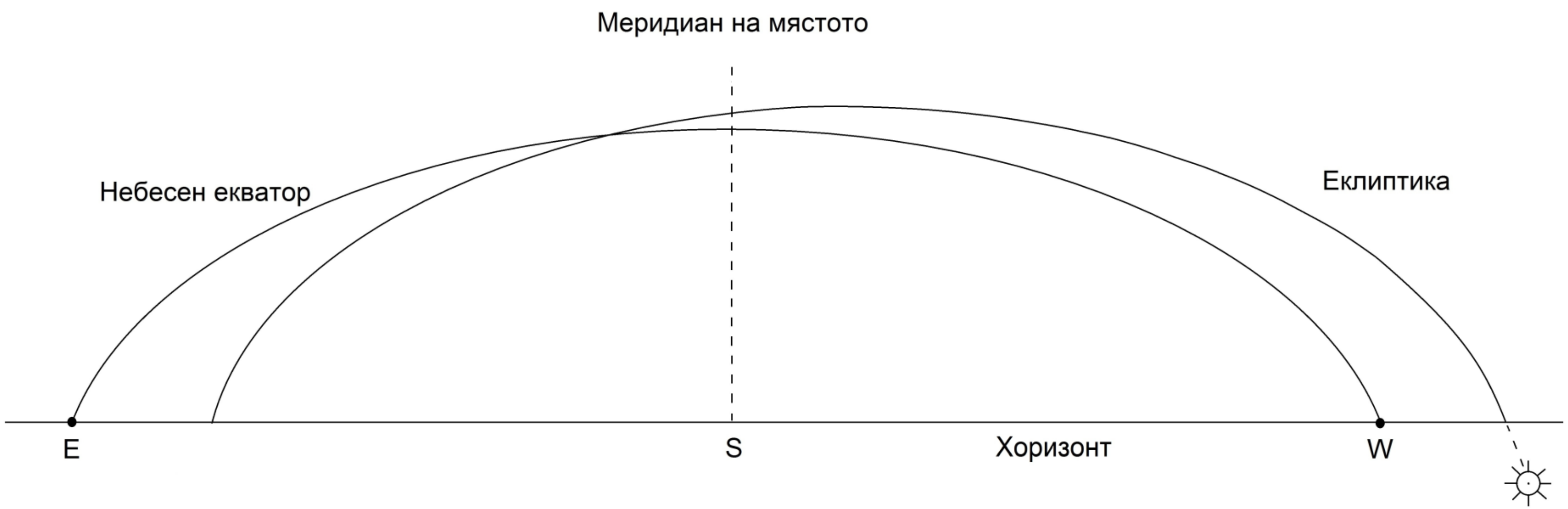
За правилен начин на пресмятане на периода на въртене, при който стационарната орбита би имала радиуса на астероида – 2 т.

За верен числен отговор – 1 т.

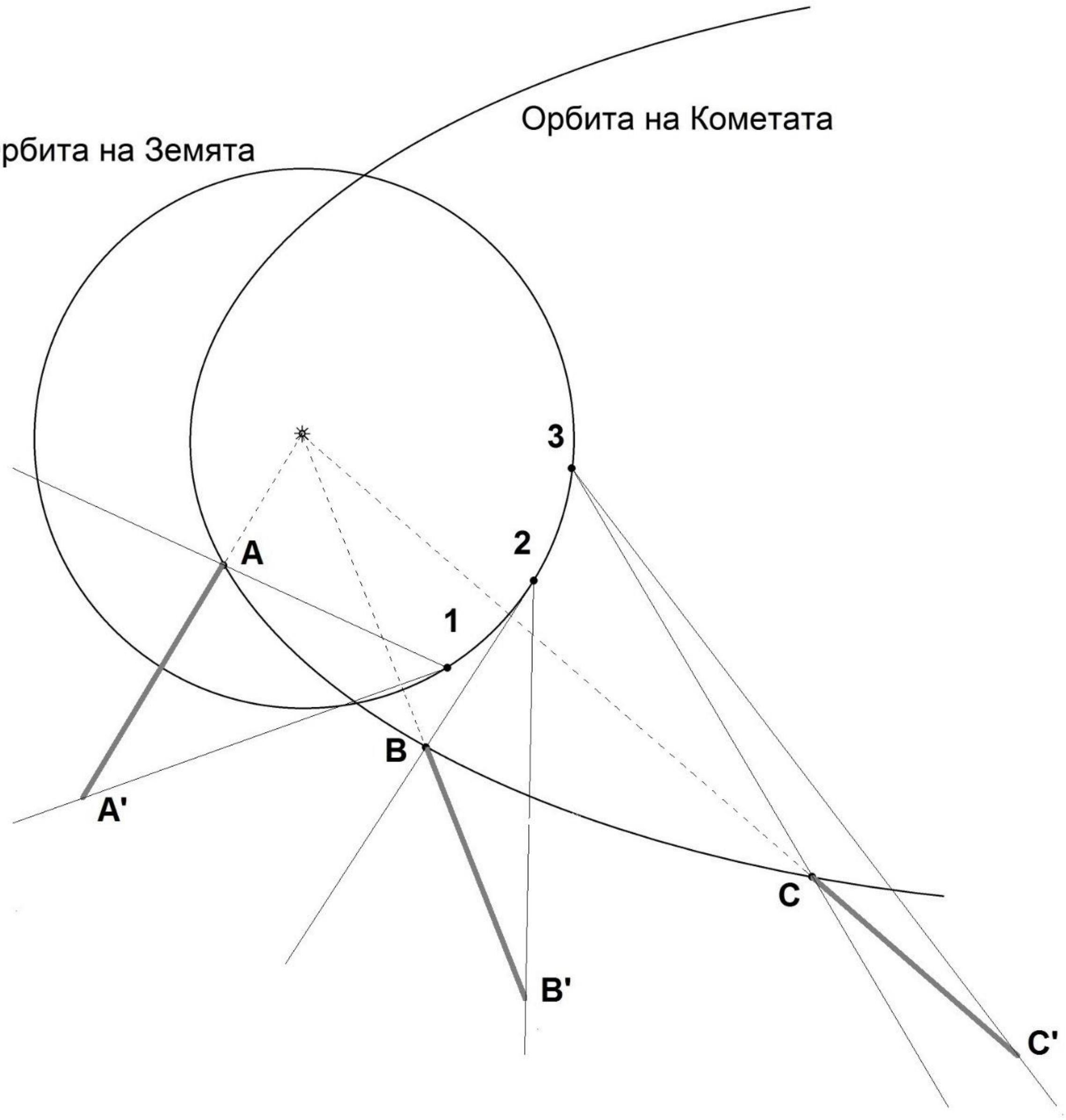
За разсъждение и заключение относно съдбата на астероида при въртене с такъв период – 2 т.



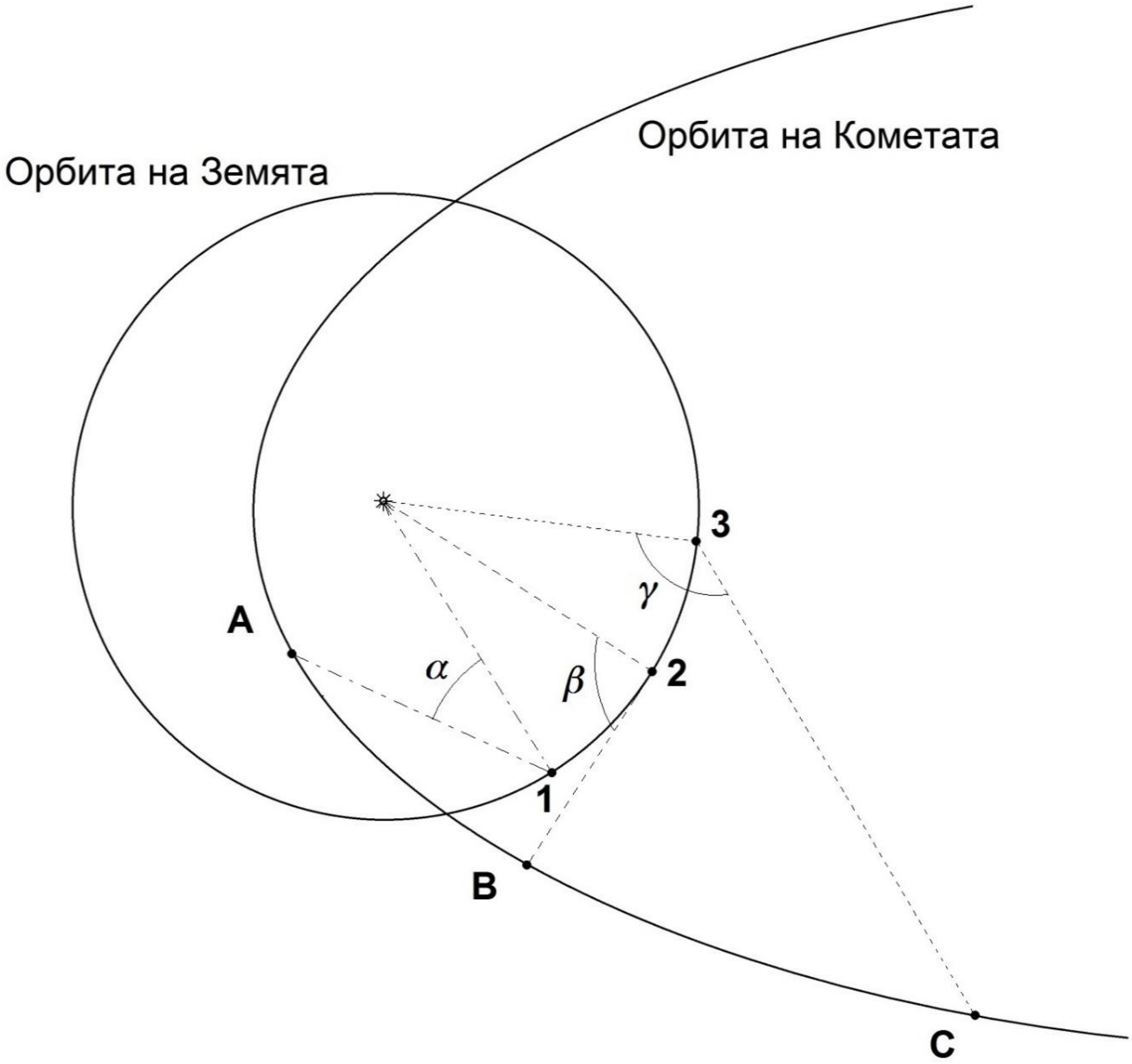
Фиг.1. Орбити на Земята и кометата. Към Задача 2.



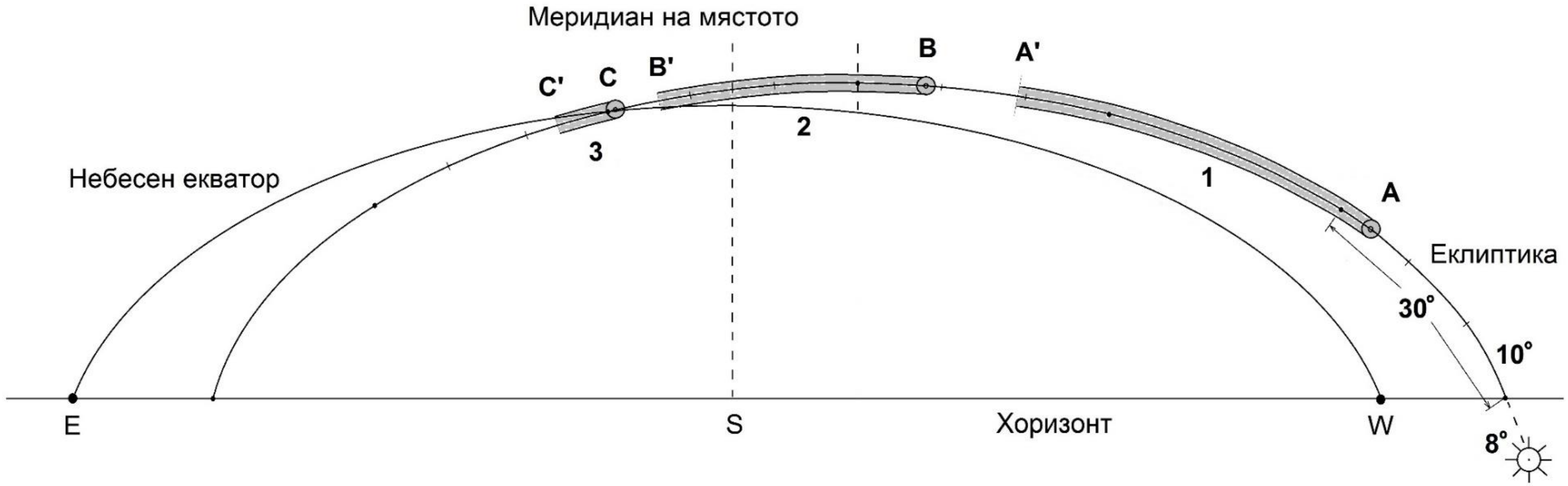
Фиг.2. Нощно небе с основните линии от небесната сфера. Към Задача 2.



Фиг. 3. Ориентация и ъглова дължина на кометните опашки.
Към решението на Задача 2.



Фиг. 4. Ъглово отстояние на кометата от Слънцето.
Към решението на Задача 2.



Фиг. 5. Йонните опашки на кометата в различните положения построени на дадената проекция на небесната сфера. Към решението на Задача 2.