<u>МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА</u>

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

28.05.2021 г. – Вариант 1

МОДУЛ 1

Време за работа – 90 минути

Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Кое от числата $a=6\sqrt{3},\quad b=\sqrt{74},\quad c=5\sqrt{4},\quad d=\frac{1}{2^{-2}}\sqrt{60}$ **е най-малко?**

А) a **Б)** b **В)** c **Г)** d

2. Стойността на израза $\left(\sqrt{2}+\sqrt{4}+\sqrt{8}\right)^2$ **е:**

А) 14 **Б)** $2+3\sqrt{2}$ **В)** $22+6\sqrt{2}$ **Г)** $22+12\sqrt{2}$

3. Множеството от допустимите стойности на израза $\sqrt{x+2}-\sqrt[3]{\frac{1}{x}-1}$ **е:**

А) $(0;1]$ **Б)** $[-2;0)\cup(0;\infty)$ **В)** $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$ **Г)** $[-2;\infty)$

4. Решенията на неравенството $\frac{x^2-4}{x-2}>2-x$ **са:**

А) $x\in(0;2)\cup(2;\infty)$ **Б)** $x\in(2;\infty)$ **В)** $x\in(-\infty;0)\cup(2;\infty)$ **Г)** $x\in(0;2)$

5. Ако $a=\log_4 8$ **и** $b=\log_{0,5}\sqrt{2}$**, то разликата** $a-b$ **е равна на:**

А) 1 **Б)** 1,5 **В)** 2 **Г)** 2,5

6. Всички корени на уравнението $x^4-6x^2+5=0$ **са от интервала:**

А) $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ **Б)** $[-1;1]$ **В)** $\left[0;\sqrt{5}\right]$ **Г)** $[0;1]$

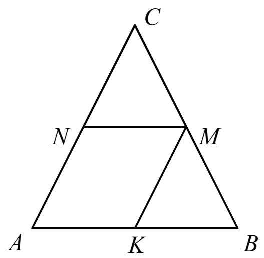
7. Коя от наредените двойки е решение на системата $\left| \begin{array}{l} x(x+y)-2x=8 \\ x=3-y \end{array} \right.$ **?**

А) $(4;-1)$ **Б)** $(-1;10)$ **В)** $(1;2)$ **Г)** $(8;-5)$

8. Намерете мярката на ъгъл α **, ако** $\mathrm{tg}(90^\circ+\alpha)=-1$ **и** $\alpha\in(0^\circ;180^\circ)$.

А) 180° **Б)** 135° **В)** 60° **Г)** 45°

9. В ΔABC **през точката** M **от страната** BC **са построени правите** $MN \parallel AB\ (N\in AC)$ **и** $MK \parallel AC\ (K\in AB)$**. Ако** $AC=25$ **cm,** $MK=20$ **cm и** $S_{\Delta ABC}=100$ **cm²****, то лицето на четириъгълника** $AKMN$ **е:**



А) 4 **cm²** **Б)** 32 **cm²** **В)** 64 **cm²** **Г)** 68 **cm²**

10. В правоъгълния $\triangle ABC\left(\sphericalangle ACB=90^\circ\right)$ **и** $\sin\sphericalangle CAB=\frac{5}{13}$**. Вярно е, че:**

А) $\frac{CA}{AB}=\frac{12}{13}$ **Б)** $\frac{CA}{AB}=\frac{5}{13}$ **В)** $\frac{BC}{CA}=\frac{5}{13}$ **Г)** $\frac{BC}{AB}=\frac{12}{13}$

11. Разстоянието от върха на параболата, графика на функцията $y=x^2+4x+5$, **до ординатната ос на правоъгълна координатна система** xOy **е:**

А) -2 **Б)** 1 **В)** 2 **Г)** $\sqrt{5}$

12. Дадени са числовите редици $a_n=(-1)^n.2n,\ n\in\mathbb{N}$ **и** $b_n=2^{-n},\ n\in\mathbb{N}$**. Колко от твърденията са верни?**

(1) Числовата редица с общ член $a_n=(-1)^n.2n$ **е растяща;**

(2) Числовата редица с общ член $b_n=2^{-n}$ **е намаляваща;**

(3) Разликата $b_n-a_n>0,$ **за всяко** $n\in\mathbb{N}$**.**

А) нула **Б)** едно **В)** две **Г)** три

13. Шестият член на аритметична прогресия е -1**. Сумата на първите** 11 **члена на прогресията е:**

А) -11 **Б)** -2 **В)** 10 **Г)** 11

14. Спрямо правоъгълна координатна система xOy **са дадени точките** $A(-2;2)$ **и** $B(2;2)$.

Стойността на израза $\text{tg}\sphericalangle ABO - \cos\sphericalangle BAO$ **е:**

А) $-\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$ **Б)** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **В)** 0 **Г)** $\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$

15. Кое от числата НЕ може да е вероятност на случайно събитие?

А) $\lg\dfrac{2}{3}$ **Б)** $\log_2\sqrt{2}$ **В)** $\sin 150^\circ$ **Г)** $\cos 60^\circ$

16. В един клас има 8 момичета и 10 момчета. Колко състезателни отбора от по 5 ученици могат да се формират, като във всеки отбор има момичета и те са четен брой?

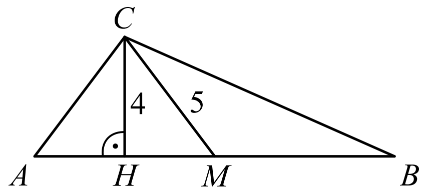
А) 148 **Б)** 700 **В)** 3360 **Г)** 4060

17. Точка H **е ортоцентър в** $\triangle ABC$**, в който** $\sphericalangle ACB = \gamma$**. В кой от посочените случаи радиусите на описаните окръжности около** $\triangle AHB$ **и** $\triangle ABC$ **са равни?**

А) Само ако $\gamma = 90^\circ$ **Б) Само ако** $\gamma = 60^\circ$

В) Само ако $\triangle ABC$ **е равностранен** **Г) Независимо от мярката на** γ

18. В $\triangle ABC$ **отсечките** $CM = 5$ **cm и** $CH = 4$ **cm са съответно медиана и височина, а** H **е средата на** AM**. Дължината на страната** BC **е:**



А) $\sqrt{73}$ **cm** **Б)** $\sqrt{97}$ **cm** **В)** 10 **cm** **Г)** $\sqrt{241}$ **cm**

19. В успоредника $ABCD$ $AD = BD = \sqrt{2}$ **cm, а страната** $AB = 2$ **cm. Мярката на** $\sphericalangle ABC$ **е:**

А) 45° **Б)** 60° **В)** 120° **Г)** 135°

20. Дължината на основата на равнобедрен триъгълник е 5 **cm. Медианата към бедрото е** 5 **cm. Да се намери дължината на бедрото (в cm).**

А) $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ **Б)** 5 **В)** $5\sqrt{2}$ **Г)** 50

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ $\qquad D=b^2-4ac$ $\qquad x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ при $D\geq 0$

$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ $\qquad$ Формули на Виет: $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ $\qquad x_1x_2=\frac{c}{a}$

Квадратна функция

Графиката на $y=ax^2+bx+c,\ a\neq 0$ е парабола с връх точката $\left(-\frac{b}{2a};-\frac{D}{4a}\right)$

Корен. Степен и логаритъм

$\sqrt[2k]{a^{2k}}=|a|$ $\qquad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}}=a$ при $k\in\mathbb{N}$

$\frac{1}{a^m}=a^{-m},\ a\neq 0$ $\qquad \sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$ $\quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$ $\qquad \sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$ при $a\geq 0, k\geq 2, n\geq 2$ и $m, n, k\in\mathbb{N}$

$a^x=b\Leftrightarrow \log_a b=x$ $\qquad a^{\log_a b}=b$ $\qquad \log_a a^x=x$ при $a>0, b>0$ и $a\neq 1$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n=n.(n-1)...3.2.1=n!$

Брой на вариациите на n елемента k-ти клас: $V_n^k=n.(n-1)...(n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k-ти клас: $C_n^k=\frac{V_n^k}{P_k}=\frac{n.(n-1)...(n-k+1)}{k.(k-1)...3.2.1}$

Вероятност за настъпване на събитието A:

$$p(A)=\frac{\textit{брой на благоприятните случаи}}{\textit{брой на възможните случаи}},\quad 0\leq p(A)\leq 1$$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n=a_1+(n-1)d$ $\qquad S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n=\frac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$

Геометрична прогресия: $a_n=a_1.q^{n-1}$ $\qquad S_n=a_1\cdot\frac{q^n-1}{q-1},\ q\neq 1$

Формула за сложна лихва: $K_n=K.q^n=K.\left(1+\frac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1 c$ $b^2 = b_1 c$

$h_c{}^2 = a_1 b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

Формула за медиана:

$m_a{}^2 = \frac{1}{4}\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)$ $m_b{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2c^2 - b^2\right)$ $m_c{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2b^2 - c^2\right)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c{}^2 = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник: $d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab\sin\alpha$ Трапец: $S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α°	0°	30°	45°	60°	90°
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ-\alpha$	$90^\circ+\alpha$	$180^\circ-\alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
cos	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
tg	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{cotg}\alpha$	$-\operatorname{cotg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{cotg}\alpha$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta}{1\mp\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{cotg}\alpha\operatorname{cotg}\beta\mp1}{\operatorname{cotg}\beta\pm\operatorname{cotg}\alpha}$$

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$$

$$\operatorname{tg}2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$\operatorname{cotg}2\alpha=\frac{\operatorname{cotg}^2\alpha-1}{2\operatorname{cotg}\alpha}$$

$$\sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$$

$$\cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+cos\beta=2cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$1-\cos\alpha=2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$1+\cos\alpha=2\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\big(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\big)$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\big(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\big)$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\big(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\big)$$

<u>МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА</u>

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

28.05.2021 г. - Вариант 1

МОДУЛ 2

Време за работа – 150 минути

Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

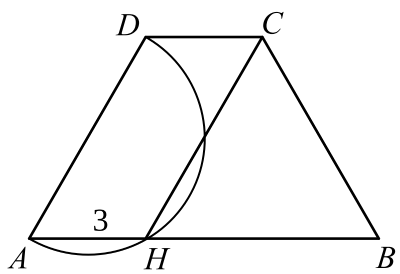
21. Пресметнете стойността на израза $\left(2^3+2.7^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}-6.\left(\sqrt{7}+1\right)^{-1}$**.**

22. Намерете корените на уравнението $\sqrt{x^2-4x-5}+\sqrt{x+1}=0$**.**

23. Третият член на геометрична прогресия е $\frac{8}{7}$**, а шестият ѝ член е** $-\frac{64}{7}$**. Намерете сумата от първите десет члена на тази прогресия.**

24. Към реда 3, 5, 8, 15, 17, 23, 27 **е добавено число** X **така, че средноаритметичната стойност на новия ред е равна на медианата му. Определете възможно най-голямата стойност на** X**.**

25. В равнобедрен трапец $ABCD$ $(AB \parallel CD)$ **е построена полуокръжност с диаметър** AD**, която пресича основата** AB **в точка** H**, като** $AH=3$ **cm, а** $\triangle BHC$ **е равностранен. Намерете лицето на трапеца.**



Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

26. Дадени са функциите $f\left(x\right)=x^2-6x+8$ **и** $g\left(x\right)=\dfrac{1}{x}$**.**

а) Решете системата $\begin{cases} f\left(x\right)>0 \\ g\left(x\right)>1 \end{cases}$ **;**

б) Определете дали числото $A=\dfrac{1}{45}f\left(-\dfrac{1}{2}\right)-\sqrt{2}g\left(\sqrt{2}\right)$ **е от множеството от решения на системата от подточка а).**

27. Намерете мярката на ъгъл α, **за който** $2\cos\alpha=A$, **където** $A=\sqrt{3}\operatorname{tg}17^\circ\operatorname{tg}13^\circ+3\left(\operatorname{tg}17^\circ+\operatorname{tg}13^\circ\right)$ **и** $\alpha\in\left(0^\circ;180^\circ\right)$**.**

28. Четириъгълникът $ABCD$ **е вписан в окръжност с диаметър** AC **и в него може да се впише окръжност.**

а) Докажете, че $AB=AD$ **и** $CB=CD$.

б) Ако $\sphericalangle BCD=120^\circ$ **и дължината на радиуса на вписаната в четириъгълника** $ABCD$ **окръжност е** 2 **cm, то намерете лицето му.**

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ $\quad D=b^2-4ac$ $\quad x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ при $D\geq 0$

$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ $\quad$ Формули на Виет: $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$ $\quad x_1x_2=\dfrac{c}{a}$

Квадратна функция

Графиката на $y=ax^2+bx+c,\ a\neq 0$ е парабола с връх точката $\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{D}{4a}\right)$

Корен. Степен и логаритъм

$\sqrt[2k]{a^{2k}}=|a|$ $\quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}}=a$ при $k\in\mathbb{N}$

$\dfrac{1}{a^m}=a^{-m},\ a\neq 0$ $\quad \sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$ $\quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$ $\quad \sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$ при $a\geq 0, k\geq 2, n\geq 2$ и $m,n,k\in\mathbb{N}$

$a^x=b \Leftrightarrow \log_a b=x$ $\quad a^{\log_a b}=b$ $\quad \log_a a^x=x$ при $a>0, b>0$ и $a\neq 1$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n=n.(n-1)...3.2.1=n!$

Брой на вариациите на n елемента k-ти клас: $V_n^k=n.(n-1)...(n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k-ти клас: $C_n^k=\dfrac{V_n^k}{P_k}=\dfrac{n.(n-1)...(n-k+1)}{k.(k-1)...3.2.1}$

Вероятност за настъпване на събитието A:

$$p(A)=\frac{\textit{брой на благоприятните случаи}}{\textit{брой на възможните случаи}},\quad 0\leq p(A)\leq 1$$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n=a_1+(n-1)d$ $\quad S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n=\dfrac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$

Геометрична прогресия: $a_n=a_1.q^{n-1}$ $\quad S_n=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1},\ q\neq 1$

Формула за сложна лихва: $K_n=K.q^n=K.\left(1+\dfrac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1 c$ $b^2 = b_1 c$

$h_c{}^2 = a_1 b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

Формула за медиана:

$m_a{}^2 = \frac{1}{4}\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)$ $m_b{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2c^2 - b^2\right)$ $m_c{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2b^2 - c^2\right)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c{}^2 = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник: $d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab\sin\alpha$ Трапец: $S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

$\alpha°$	0°	30°	45°	60°	90°
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ-\alpha$	$90^\circ+\alpha$	$180^\circ-\alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
cos	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
tg	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{cotg}\alpha$	$-\operatorname{cotg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{cotg}\alpha$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta}{1\mp\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{cotg}\alpha\operatorname{cotg}\beta\mp1}{\operatorname{cotg}\beta\pm\operatorname{cotg}\alpha}$$

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$$

$$\operatorname{tg}2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$\operatorname{cotg}2\alpha=\frac{\operatorname{cotg}^2\alpha-1}{2\operatorname{cotg}\alpha}$$

$$\sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos2\alpha)$$

$$\cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos2\alpha)$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+cos\beta=2cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$1-\cos\alpha=2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$1+\cos\alpha=2\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right)$$

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

28.05.2021 г. - Вариант 1

Ключ с верните отговори

№	Отговор	Брой точки
1	Б	2
2	Г	2
3	Б	2
4	А	2
5	В	2
6	А	2
7	Г	2
8	Г	2
9	Б	2
10	А	2
11	В	3
12	Б	3
13	А	3
14	Г	3
15	А	3
16	Г	3
17	Г	3
18	Б	3
19	Г	3
20	В	3
21	2	4
22	-1	4
23	$S_{10}=-\frac{682}{7}=-97\frac{3}{7}$	4
24	$X=30$	4
25	$18\sqrt{3}$ cm²	4
26	а) $x\in\left(0;1\right)$ б) не принадлежи	10

27	$\alpha = 30°$	**10**
28	$S_{ABCD} = \dfrac{24+16\sqrt{3}}{3}$	**10**

Задача 26. ***Решение.***

Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

а) $\begin{cases} x^2-6x+8>0 \\ \dfrac{1}{x}>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x-4)>0 \\ \dfrac{1-x}{x}>0 \\ x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\begin{cases} (x-2)(x-4)>0 \\ (1-x)x>0 \\ x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;2)\cup(4;\infty) \\ x\in(0;1) \end{cases} \Rightarrow x\in(0;1)$	**6 точки**
б) За $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{4}+3+8=11\dfrac{1}{4}$	**1 точка**
За $g\left(\sqrt{2}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	**1 точка**
Следователно $A=\dfrac{1}{45}f\left(-\dfrac{1}{2}\right)-\sqrt{2}g\left(\sqrt{2}\right)=\dfrac{1}{45}\dfrac{45}{4}-\sqrt{2}\dfrac{\sqrt{2}}{2}=-\dfrac{3}{4}$	**1 точка**
Числото $A=-\dfrac{3}{4}\notin(0;1)$	**1 точка**

Задача 27. ***Решение.***

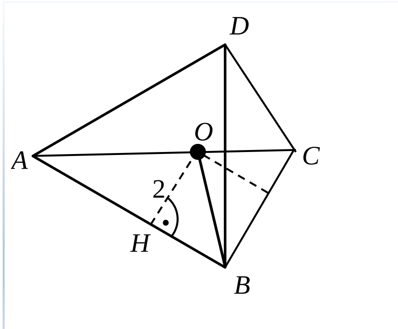
Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

$\sqrt{3}\dfrac{\sin17°\sin13°}{\cos17°\cos13°}+3\left(\dfrac{\sin17°}{\cos17°}+\dfrac{\sin13°}{\cos13°}\right)$	**1 точка**
$\sqrt{3}.\dfrac{1}{2}.(\cos4°-\cos30°).\dfrac{1}{\cos17°\cos13°}+3.\dfrac{\sin30°}{\cos17°\cos13°}$	**1 точка**
$\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\dfrac{\cos4°}{\cos17°\cos13°}+\dfrac{3}{4}.\dfrac{1}{\cos17°\cos13°}$	**2 точки**
$\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\left(\dfrac{\cos4°}{\cos17°\cos13°}+\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos17°\cos13°}\right)$	**2 точки**
$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(\dfrac{\cos4°+\cos30°}{\cos17°\cos13°}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(\dfrac{\cos4°+\cos30°}{\frac{1}{2}(\cos4°+\cos30°)}\right)=\sqrt{3}$	**2 точки**

$\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$	**1 точка**
$\alpha\left(0°;180°\right) \Rightarrow \alpha = 30°$	**1 точка**

Задача 28. ***Решение.***

Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

Нека $AB=a, BC=b, CD=c, DA=d$. В четириъгълника $ABCD$ може да се впише окръжност $\Rightarrow a+c=b+d$ 	**1 точка**
AC е диаметър на описаната окръжност около $ABCD$ $\Rightarrow \sphericalangle ABC = \sphericalangle CDA = 90^{\circ} \Rightarrow a^2+b^2=c^2+d^2$	**1 точка**
$\left\| \begin{array}{l} a+c=b+d \\ a^2+b^2=c^2+d^2 \end{array} \right. \Rightarrow a-c=d-b \Rightarrow a=d$ и $c=b$	**1 точка**
Четириъгълникът $ABCD$ е вписан в окръжност и $\sphericalangle BCD = 120° \Rightarrow \sphericalangle BAD = 60°$, но $a=d \Rightarrow \triangle BAD$ е равностранен $\Rightarrow BD=a$	**1 точка**
От косинусова (или синусова) теорема за равнобедрения $\triangle BCD\left(\sphericalangle BCD = 120°\right) \Rightarrow a=\sqrt{3}b$	**1 точка**
Нека O е центъра на вписаната окръжност в $ABCD$. $O \in AC$, защото $AC \equiv S_{BD}$ и $O = AC \cap l_{\sphericalangle ABC}$	**1 точка**
За намиране на $a = 2\sqrt{3}+2$	**2 точки**
За намиране на лицето $S_{ABCD} = pr = 2\left(a+b\right) = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\left(\sqrt{3}+1\right)a = \dfrac{4\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{3} = \dfrac{24+16\sqrt{3}}{3}$	**2 точки**