

ДЕЙСТВИЯ С ЕСТЕСТВЕНИ ЧИСЛА – СЪБИРАНЕ, ИЗВАЖДАНЕ, УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ. ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТЪК (ПРЕГОВОР)

■ **Естествени числа** са тези, с които броим – 1, 2, 3, ... и т.н.

Записваме ги в десетична бройна система с помощта на цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Например числото *сто двадесет и три хиляди четиристотин петдесет и шест* записваме като:

$$123\ 456 = 1 \cdot 100\ 000 + 2 \cdot 10\ 000 + 3 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 1,$$

цифра на стохилядите
цифра на хилядите
цифра на десетиците

цифра на десетохилядите
цифра на стотиците
цифра на единиците

където числата **1 (единица), 10 (десетица), 100 (стотица), 1000 (хиляда)** и т.н. наричаме **разредни единици** и с тяхна помощ записваме естествените числа. За разредните единици важи правилото – 10 единици от даден разред образуват една единица от следващия разред: 10 единици = 1 десетица, 10 десетици = 1 стотица, 10 стотици = 1 хиляда и т.н.

■ **Събиране.** Когато събираме няколко естествени числа (*събираеми*), за да получим техния *сбор*, е най-удобно да ги подредим едно под друго и да събираме последователно единиците, десетиците, стотиците и т.н. Ако при събирането получим десет или повече разредни единици, трябва да образуваме от тях единици от следващия разред и да ги прехвърлим към него.

наум 1 2

$$\begin{array}{r} 4\ 617 \\ + 7\ 809 \\ \hline 12\ 415 \end{array}$$

1. Пишем последната цифра на сбора $7 + 9 + 5 = 21$, а цифрата от следващия разред добавяме към сбора от разредните единици на десетиците (две „наум“).

2. Пишем сбора $2 + 1 + 0 + 1 = 4$.

4. Пишем сбора $1 + 4 + 7 = 12$.

3. Пишем последната цифра на сбора $6 + 8 + 4 = 18$, а цифрата от следващия разред добавяме към сбора от разредните единици на хилядите (едно „наум“).

■ **Изваждане.** Когато изваждаме от едно естествено число (*умяляемо*) друго естествено число (*умалител*), за да получим *разликата* им, е най-удобно да ги подредим едно под друго и да изваждаме последователно от съответните разредни единици на умяляемото тези на умалителя. Ако имаме недостиг на разредни единици, трябва да вземем една цяла десетица (единица от следващия разред), което отбелязваме с точка върху съответния разред. Накрая е добре да направим проверка чрез събиране (умяляемото = разликата + умалителя).

4. Все едно, че на мястото на 2 с точка е написано 1, и просто го преписваме голу.

3. От 2 няма как да извадим 4, затова вземаме една единица от следващия разред и пишем точка отгоре. Пресмятаме $12 - 4 = 8$ и го пишем.

2. Все едно, че на местата на гвете цифри с точка (30) е написано 29. Пресмятаме $9 - 2 = 7$.

1. От 0 няма как да извадим 1. Затова вземаме една единица от следващия разред и пишем точка отгоре. Но в следващия разред също няма единици. Затова вземаме единица от съседния му разред и пак пишем точка отгоре. Пресмятаме $10 - 1 = 9$ и пишем резултата.

$$\begin{array}{r} \dots \\ - 2300 \\ \hline 421 \\ 1879 \end{array}$$

■ **Умножение.** Когато умножаваме две естествени числа (*множители*), може да имаме:

■ **Умножение на многоцифрено число с едноцифрено:** умножаваме последователно едноцифреното число с всяка от цифрите на многоцифреното, като пишем цифрата на единиците на това произведение за съответна цифра на крайния резултат, а цифрата на десетиците му (ако има такава) помним „наум“ и я прибавяме към следващия разред.

наум 22

$$123 \cdot 9 = 1107$$

1. Пишем цифрата на единиците на произведението $3 \cdot 9 = 27$, а цифрата на десетиците ще запомним (две „наум“).

2. Пресмятаме две по девет – осемнадесет, и две „наум“: $2 \cdot 9 + 2 = 18 + 2 = 20$. Пишем 0 и помним две „наум“.

3. Пресмятаме едно по девет – девет, и две „наум“: $1 \cdot 9 + 2 = 9 + 2 = 11$ и пишем 11.

Умножение на многоцифрено число с многоцифрено: умножаваме първото число последователно с всяка от цифрите на второто, като започваме от тази на единиците, след което подреждаме резултатите така, че всяко от тези произведения да завършва с една позиция по-наляво от предишното. Понеже редът на множителите няма значение за произведението, може да изберем за второ число това, което има по-малко цифри или повече нули.

$123 \cdot 2019$	1. Пишем произведението $123 \cdot 9 = 1107$ (брой единици).
$+ 1107$	
$+ 123$	
$+ 246$	
$248\ 337$	2. Пишем произведението $123 \cdot 1 = 123$, но една позиция по-наляво (брой десетици).
	3. Пишем произведението $123 \cdot 2 = 246$, но две позиции по-наляво (все едно сме пропуснали един ред с броя на хилядите, състоящ се от нули заради произведението $123 \cdot 0 = 0$).

4. Извършваме събирането.

Деление. Когато разделим *делимото* a на *делителя* $b \neq 0$, получаваме частно c ($a : b = c$), т.е. трябва да определим колко пъти делителят се съдържа в делимото ($b \cdot c = a$ – проверка на делението). Понякога се случва делимото и делителят да не се делят точно едно на друго, при което се получава *остатък* $0 \leq d < b$. Записваме $a : b = c$ (ост. d). С други думи, $a = b \cdot c + d$. Това равенство може да служи за проверка на делението.

$436 : 5 = 87$	1. Избираме най-малкия брой цифри така, че числото, записано с тях, да е по-голямо от делителя – в случая две цифри, – и числото е 43.
$- 40$	
$- 36$	2. Пишем 8 – най-голямата цифра, за която $5 \cdot 8 = 40 \leq 43$.
$- 35$	3. Пресмятаме $43 - 5 \cdot 8 = 43 - 40 = 3$ и сваляме отгоре цифрата 6.
$\text{ост. } 1$	4. Пишем 7 – най-голямата цифра, за която $5 \cdot 7 = 35 \leq 36$.
	5. Пресмятаме $36 - 5 \cdot 7 = 36 - 35 = 1$. Спираме, когато получим число, по-малко от делителя (остатък), и отгоре няма повече цифри за сваляне.

Ако при делението остатъкът е 0, имаме точно деление.

- ① Запишете и прочетете числото, в което има:
 - а) 4 хиляди, 5 стотици, 2 десетици и 3 единици;
 - б) 45 стотици, 2 десетици и 3 единици.
- ② Намерете сбора.

а) $2000 + 135 =$	б) $84\ 506 + 203\ 204 =$
в) $56\ 181 + 2107 =$	г) $24\ 796 + 88 =$
- ③ Намерете разликата.

а) $2000 - 135 =$	б) $203\ 204 - 84\ 506 =$
в) $56\ 181 - 2107 =$	г) $24\ 796 - 88 =$
- ④ Иван, Петър и Христо са братовчеди. Решили да правят общ бизнес, за който трябва да имат общо 15 000 лв. Иван имал 4750 лв. Петър имал с 1235 лв. повече от Иван. Христо имал с 2140 лв. по-малко от Петър. По колко лева имали Петър и Христо? Колко лева имали тримата общо? Ще им стигнат ли тези пари за общото начинание?
- ⑤ Намерете произведението.

а) $431 \cdot 783 =$	б) $9\ 217 \cdot 406 =$	в) $601 \cdot 3791 =$
----------------------	-------------------------	-----------------------
- ⑥ Намерете частното и направете проверка с умножение.

а) $434 : 7 =$	б) $968 : 8 =$	в) $6283 : 61 =$
----------------	----------------	------------------
- ⑦ Намерете частното и остатъка и направете проверка.

а) $569 : 7$	б) $990 : 8$	в) $12\ 455 : 61$
--------------	--------------	-------------------
- ⑧ Намерете произведението и проверете с калкулатор.

а) $78 \cdot 45$	б) $236 \cdot 47$	в) $1\ 155 \cdot 1008$
------------------	-------------------	------------------------
- ⑨ Разделете и проверете с умножение, като използвате калкулатор.

а) $642 : 2$	б) $3705 : 5$	в) $1224 : 12$
г) $25\ 767 : 63$	д) $1269 : 141$	е) $52\ 050 : 347$
- ⑩ В птицеферма „Щастливата кокошка“ за един ден събрали 4007 яйца. Пакетирани ги по 12 броя в опаковка. (Непълните опаковки не се запечатват и ги допълват на следващия ден.) Възможно ли е да са разпределили всички яйца в опаковки от този вид, така че всички да са били запечатани? Колко опаковки са били необходими за цялата продукция? Колко яйца е имало в последната (незапечатана) опаковка?

ПРИЗНАЦИ ЗА ДЕЛИМОСТ НА 2, НА 5 И НА 10

Ако a , b и c са естествени числа, за които е изпълнено $a : b = c$, или $b \cdot c = a$, казваме, че **числото a се дели на числото b** , или **числото a е кратно на числото b** , или **числото b е делител на числото a** .

За всяко естествено число a , различно от 1, е вярно равенството $a = 1 \cdot a$. Значи всяко естествено число a , различно от 1, има поне два делителя – 1 и a , т.е. всяко естествено число е кратно на 1 и a .

Нека a , b и c ($a > b > c$) са естествени числа, за които е изпълнено, че числото a се дели на числото c и числото b се дели на числото c . Тогава числата $a + b$, $a - b$, $a \cdot d$ и $b \cdot d$ също се делят на числото c , където d е произволно естествено число.

В практиката често се налага да проверяваме дали дадено число се дели на 2, 5, 10, 3, 9 и т.н.

Числото 0 се дели на всяко естествено число a без остатък ($a \cdot 0 = 0$), т.е. всяко ненулево число е делител на нулата.

Когато едно естествено число се дели на 2, казваме, че то е **четно**, а когато не се дели на 2 – **нечетно**.

От всички едноцифрени числа само числата 0, 2, 4, 6, 8 се делят на 2.

Едно естествено число е четно (дели се на 2), ако цифрата на единиците му е четна, т.е. ако последната му цифра е 0, 2, 4, 6 или 8.

- ① Кои от посочените числа са четни?
а) 431 783 б) 917 406 в) 6 091 г) 2 222 201 112

Едно естествено число се дели на 5, ако цифрата на единиците му е 0 или 5.

- ② Кои от посочените числа се делят на 5?
а) 435 б) 740 в) 91 г) 112

Едно естествено число се дели на 10, ако цифрата на единиците му е 0.

- ③ Кои от посочените числа се делят на някое от числата 2, 5 или 10?
А кои се делят на всяко от тях?
а) 435 б) 740 в) 92 г) 118

ПРИЗНАЦИ ЗА ДЕЛИМОСТ НА 3 И НА 9

Едно естествено число се дели на 3, ако сумата от цифрите му се дели на 3.

Едноцифрените числа, които се делят на 3, са 3, 6 и 9. Ако за сумата от цифрите на някое число получим многоцифрено число, може да приложим горното правило колкото пъти е нужно, докато получим едноцифрено число.

- ① Кои от посочените числа се делят на 3?
а) 431 783 б) 914 406 в) 6093 г) 2 222 201 112

Едно естествено число се дели на 9, ако сумата от цифрите му се дели на 9.

От едноцифрените числа само 9 се дели на 9. Ако за сумата от цифрите на някое число получим многоцифрено число, може да приложим горното правило колкото пъти е нужно, докато получим едноцифрено число.

- ② Кои от посочените числа се делят на 9?
а) 431 783 б) 915 406 в) 6093 г) 2 222 201 112

③ Без да делите на 9, проверете дали числата 9153, 6021 и 7 851 303 се делят на 9. Делят ли се на 3?

- ④ Вярно ли е, че:
а) 3 е делител на 48; б) 0 се дели на 7; в) 25 се дели на 5;
г) 28 е кратно на 7; д) 1 е кратно на 5; е) 5 е кратно на 75?
- ⑤ Намерете три стойности на a , така че:
а) $77 + a$ да се дели на 7; б) $310 + 66 + a$ да се дели на 10.

⑥ Трима приятели обядвали в ресторант, като си поръчали едни и същи ястия и напитки. Накрая келнерът им представил сметка за 83 лв. Излъгал ли е келнерът в сметката? Обяснете отговора си.

НАМИРАНЕ НА ОБЩ ДЕЛИТЕЛ И НАЙ-ГОЛЯМ ОБЩ ДЕЛИТЕЛ НА ЕСТЕСТВЕНИ ЧИСЛА

Ако за числата a , b и c имаме $a = b \cdot c$, то b и c са делители на a . Тук ще се научим да намираме делителите на дадено естествено число.

Очевидно всички числа имат за делител числото 1, тъй като $a = 1 \cdot a$.

Различните от 1 числа, които нямат други делители освен себе си и числото 1, наричаме **прости числа**.

Числата 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ... са прости. Освен тях има безброй много други прости числа. Няма най-голямо просто число. След всяко естествено число има по-голямо просто число. Числото 2 е единственото четно просто число.

Числа, които не са прости и са различни от 1, наричаме **съставни**.

Числото 1 е особено. То е единственото число, което освен себе си няма други делители ($1 = 1 \cdot 1$) и не е нито просто, нито съставно.

Може да представим всяко число по единствен начин като произведение от прости множители (редът на множителите е без значение).

① Запишете всички делители на числото 12.

Решение: Започваме с $12 : 1 = 12$, т.е. получихме два делителя на 12 – числата 1 и 12. Числото 12 е четно, следователно се дели на 2 и $12 : 2 = 6$. Така получихме още два делителя – 2 и 6. Числото 12 се дели на 3 (защо?) и $12 : 3 = 4$. Следователно 3 и 4 са още два от неговите делители. Ако продължим нататък, делителите ще започнат да се повтарят. Така получихме, че числото 12 има общо 6 делителя: 1, 2, 3, 4, 6 и 12.

② Разложете (представете като произведение) на прости множители числото 360.

Решение: За да разложим числото 360 на прости множители, започваме от най-малкото просто число – 2, и делим последователно 360 на 2, след това (ако е възможно) делим частното на 2 и т.н. След това проверяваме със следващото просто число и т.н., докато не получим частно 1. Получаваме $360 : 2 = 180$, $180 : 2 = 90$, $90 : 2 = 45$ и повече не можем да делим на 2. После имаме $45 : 3 = 15$, $15 : 3 = 5$ и повече не можем да делим на 3. Накрая имаме $5 : 5 = 1$. Следователно числото 360 се разлага на прости множители така: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 360$.

Ако две числа a и b имат за делител едно и също число c , наричаме числото c техен **общ делител** (c е общ делител на a и b).

Числото 1 е общ делител на всяка двойка естествени числа a и b .

③ Хуманитарна мисия трябва да разпредели 48 сандвича и 36 сока в опаковки със суха храна. Във всички опаковки трябва да има по равен брой сандвичи и по равен брой сокове. Най-много колко опаковки може да приготвят и по колко сандвича и сока ще има във всяка опаковка?

Решение: Всяка опаковка трябва да съдържа по равен брой сандвичи. Следователно броят на опаковките трябва да бъде делител на 48. Също така броят на опаковките трябва да бъде делител на 36. Значи броят на опаковките е общ делител на 48 и 36. Делителите на 36 са: 1, 36, 2, 18, 3, 12, 4, 9 и 6, а на $48 - 1, 48, 2, 24, 3, 16, 4, 12, 6$ и 8. Така получихме, че числата 36 и 48 имат 6 общи делителя. Те са 1, 2, 3, 4, 6 и 12. От тях 12 е най-големият. Така мисията може да приготви най-много 12 опаковки с по $48 : 12 = 4$ сандвича и $36 : 12 = 3$ сока.

Най-големият измежду общите делители на няколко естествени числа наричаме техен **най-голям общ делител**. Означаваме го кратко с **НОД**.

Ако $\text{НОД}(a, b) = 1$, наричаме числата a и b **взаимно прости**.

④ Намерете НОД на:

а) 33 и 51; б) 25 и 75; в) 50 и 125.

Решение: а) $33 = 3 \cdot 11$, $51 = 3 \cdot 17$ и $\text{НОД}(33, 51) = 3$;

б) $25 = 1 \cdot 25$, $75 = 3 \cdot 25$ и $\text{НОД}(25, 75) = 25$.

Ако едно от числата дели другото, то е най-големият им общ делител. НОД на няколко числа може да намерим и като разложим числата на прости множители и пресметнем произведението на най-големия брой общи прости делители за всички числа.

⑤ Намерете НОД на числата 72, 120 и 160.

Решение: Разлагането на числата 72, 120 и 160 на прости множители е $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$, $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ и $160 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

Така $\text{НОД}(72, 120, 160) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ – произведението на най-големия възможен набор от прости делители, които се срещат във всички числа.

ОБЩО КРАТНО И НАЙ-МАЛКО ОБЩО КРАТНО НА ЕСТЕСТВЕНИ ЧИСЛА

Общо кратно на дадени числа наричаме число, което е кратно (дели се) на всяко от тях.

Най-малкото от кратните на тези числа наричаме **най-малко общо кратно** на числата. Съкратено го означаваме с **НОК**.

НОК на няколко числа е делител на всяко общо кратно на числата.

Например 30 е *общо кратно* на 3, 5 и 15, $\text{НОК}(3, 5, 15) = 15$ и 15 е делител на 30, защото $30 = 15 \cdot 2$.

Намираме лесно най-малкото общо кратно, като разложим числата на прости множители. Записваме разлагането на едното число и го допълваме с множителите от другите числа, които не влизат в него. После намираме произведението на написаните множители.

$$\text{НОК}(90, 75) = \text{НОК}(2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5, 3 \cdot 5 \cdot 5) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 450$$

За две естествени числа a и b е вярно равенството

$$\text{НОК}(a, b) \cdot \text{НОД}(a, b) = a \cdot b.$$

Ако числата са взаимно прости, $\text{НОД}(a, b) = 1$ и $\text{НОК}(a, b) = a \cdot b$.

1) Намерете НОК на числата.

- а) 15 и 40 б) 45 и 75 в) 3, 42 и 51 г) 4, 36 и 52
д) 5, 30 и 48 е) 7, 21 и 27 ж) 10, 25 и 45 з) 10, 30 и 36
и) 7 и 9 й) 2, 9 и 25 к) 5 и 12 л) 5, 14 и 51

2) Верни ли са равенствата?

- а) $\text{НОК}(4, 6) = \text{НОД}(36, 60)$ б) $\text{НОК}(6, 14) = \text{НОД}(2, 21)$
в) $\text{НОК}(5, 7) = \text{НОД}(60, 90) + 5$ г) $\text{НОК}(9, 15) - \text{НОД}(88, 152) = 1$

3) За детско парти организаторите осигурили по една голяма пица за всеки 8 деца и по една торта за всеки 12 деца. Най-малко колко деца са участвали, ако пиците и тортите били точно разпределени?

Решение: Броят на децата трябва да се дели на 8 и на 12, т.е. трябва да е тяхно общо кратно. Така най-малкият брой участници е $\text{НОК}(8, 12)$.

$$\text{НОК}(8, 12) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$$

4) Средната дължина на крачката на Иван е 60 см, а на тази на баща му – 75 см. Двамата тръгват едновременно от едно и също място по заснежена неотпъкана пътека. Кога за пръв път следите от стъпките им ще бъдат на еднакво разстояние от началото?

Решение: Ако двамата са отброили до едно и също място точен брой от своите крачки, изминатото разстояние в сантиметри трябва да е кратно на 75 и 60, т.е. на $\text{НОК}(75, 60) = \text{НОК}(3 \cdot 5 \cdot 5, 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 300$. Така на всеки 300 см бащата ще прави по 4 крачки, а Иван – по 5 крачки. За пръв път стъпките им ще са една до друга на 3 м от началото.

5) Двама колоездачи тренират заедно. Единият прави една обиколка на трасето за 4 мин, а другият – за 6 мин. Ако стартират едновременно, най-малко след колко минути ще бъдат отново заедно на старта? Колко пъти ще се случи това през първите 30 мин?

Решение: Понеже двамата колоездачи стартират едновременно, минутите, след които те ще се намират едновременно на старта, ще са кратни на 4 и на 6, т.е. след минути, които са кратни на $\text{НОК}(4, 6) = 12$. Така колоездачите ще бъдат заедно на старта след 12, 24, 36 и т.н. минути, т.е. най-рано ще се съберат отново на старта след 12 мин, а за първите 30 мин това ще се случи два пъти – след 12 и 24 мин.

6) Децата в танцова трупа са не повече от 15. При разпределянето им в групи по 2, по 3 или по 4 деца винаги остава 1 дете. Колко са децата?

Решение: Търсеният брой е число, което дава остатък 1 при деление на 2, на 3 и на 4. Следователно ще получим броя на децата, ако намерим число, което се дели на 2, на 3 и на 4, и му прибавим 1.

$$\text{НОК}(2, 3, 4) = \text{НОК}(2, 3, 2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

Така децата може да бъдат $12 \cdot 1 + 1 = 13$, $12 \cdot 2 + 1 = 25$, $12 \cdot 3 + 1 = 37$ и т.н. Но техният брой е по-малък или равен на 15. Значи децата са 13.

7) В кошница има повече от 50 и по-малко от 100 ореха. Те може да бъдат продадени поравно на двама, трима или петима купувачи, но не и на четирима купувачи. Колко ореха има в кошницата?

Решение: Броят на орехите трябва да е кратен на 2, на 3 и на 5, но не и на 4, т.е. трябва да е кратен на $\text{НОК}(2, 3, 5) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$. Между 50 и 100 има две числа, кратни на 30. Те са 60 и 90, но 60 се дели на 4. Следователно орехите са 90.

ДРОБНИ ЧИСЛА. ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ

В практиката понякога се налага да работим и с части от цялото. Например на рожден ден домакините не предоставят на всеки гост по цяла торта. В пицарията има семейна пица за двама, трима или четирима и т.н. В тези случаи разделяме тортата (пицата) на равни части и всеки получава по няколко такива части.

Една или няколко равни части от единицата наричаме **обикновена дроб**.

Записваме: $\frac{a}{b}$

- Числителят** показва колко равни части вземаме.
- Дробната черта** разделя числителя от знаменателя. (Замества знака за деление „:“.)
- Знаменателят** показва на колко равни части е разделено едно цяло.
- Обикновената дроб** показва колко и какви части от единицата са взети. (Единицата е разделена на b части и са взети a от тях.)

Обикновена дроб е и частното на две естествени числа a и b .

Записваме $a : b = \frac{a}{b}$.

Естествените числа и нулата може да запишем като дроб със знаменател 1, т.е. $a = \frac{a}{1}$. **Няма дроб със знаменател 0.**

① Три деца трябвало да си разделят една ябълка. Каква част е получило всяко дете?

Решение: Ябълката е разделена на 3 части и всяко дете е взело по 1 от тях $-\frac{1}{3}$ (една трета) от ябълката.

② Пет жени трябвало да си разделят две еднакви пици. Каква част е получила всяка жена?

Решение: Всяка от пиците е разделена на по 5 части и всяка жена е взела по 2 от тях $-\frac{2}{5}$ (две пети) пица.

ПРАВИЛНИ И НЕПРАВИЛНИ ДРОБИ. СМЕСЕНИ ЧИСЛА

Дроб $\frac{a}{b}$, на която числителят a е по-малък от знаменателя b ($a < b$), наричаме **правилна дроб**. Всяка правилна дроб е по-малка от 1.

Дроб $\frac{a}{b}$, на която числителят a е по-голям или равен на знаменателя b ($a \geq b$), наричаме **неправилна дроб**. Неправилната дроб е по-голяма или равна на 1.

① Дадени са дробите $\frac{3}{4}, \frac{8}{10}, \frac{4}{4}, \frac{5}{9}, \frac{1}{3}, \frac{13}{4}, 2, 1, \frac{3}{333}$. Прочетете:

а) правилните дроб; б) неправилните дроб.

② Запишете всички:

а) правилни дроб със знаменател 7;
б) неправилни дроб с числител 12.

③ Един шоколад има 18 еднакви квадратни парчета. Жоро изял 40 парчета. Колко цели шоколада е изял?

Решение: $40 : 18 = 2$ (ост. 4). Значи Жоро е изял два цели шоколада и още 4 парчета ($\frac{40}{18} = \frac{2 \cdot 18 + 4}{18} = 2 + \frac{4}{18}$).

Всяка неправилна дроб може да запишем като сбор от естествено число и правилна дроб. Обикновено записваме този сбор без знака „+“. Получаваме **смесено число** (напр. $1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$ – четем *1 цяло и 2 трети*).

Смесени числа: $a\frac{b}{c}$

Дробната част показва каква част от единицата е добавена към цялата част.

Цялата част показва колко са целите единици.

Неправилната дроб $\frac{a}{b}$, $a \geq b$ превръщаме в смесено число, като разделим $a : b = c$ (ост. d), след което пишем $\frac{a}{b} = \frac{b \cdot c + d}{b} = c\frac{d}{b}$.

Смесено число превръщаме в неправилна дроб така: $a\frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$.

Ако в израз имаме смесено число, за да извършим пресмятанията, го превръщаме в неправилна дроб.

ОСНОВНО СВОЙСТВО НА ДРОБИТЕ. РАЗШИРЯВАНЕ НА ДРОБИ. СЪКРАЩАВАНЕ НА ДРОБИ

① Петър изял $\frac{1}{2}$ пица, а Николай – $\frac{3}{6}$. Кой е изял повече пица?

■ **Решение:** Да разделим двете половини пица, едната от които е изял Петър, на по 3 равни части. Ще получим 6 части, от които Николай е изял 3.

Оказва се, че двамата са изяли по половин пица и $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$.

■ Една дроб не се променя, ако умножим числителя и знаменателя ѝ с едно и също (различно от нула) число. Замяната на дробта $\frac{a}{b}$ с равната ѝ дроб $\frac{a \cdot m}{b \cdot m}$ наричаме **разширяване на дробта**. Числото m наричаме **допълнителен множител** и записваме $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}$. (Всяка от частите е разделена още на по m равни части.)

Всяко естествено число или 0 може да се разшири до дроб със знаменател произволно естествено число: $a = \frac{a \cdot n}{n}$.

■ **С нула не се разширява.**

② Открийте допълнителни множители, с които да разширите дадените дроби, за да имат еднакъв знаменател.

а) $\frac{3}{5}$ и $\frac{1}{3}$ б) $\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{2}$ в) $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{3}$ г) $\frac{4}{5}$ и $\frac{5}{8}$ д) $\frac{3}{4}$ и $\frac{7}{6}$

③ За рождения ден на двама близнаци поръчали 2 еднакви торти. Едната разрязали на 16 парчета, а другата – на 12. След тържеството от първата торта останали 4 парчета, а от втората – 3. От коя торта е останала по-голяма част?

■ **Решение:** Ако мислено „слепим“ 4 от парчетата на първата торта (мислим ги за 1 голямо парче) и 3 от парчетата на втората, ще имаме съответно $16 : 4 = 4$ големи парчета от първата торта и $12 : 3 = 4$ от втората. Така 1 го-

лямо парче (4 малки) от първата торта ($\frac{1}{4}$ торта) ще бъде равно на 1 голямо парче (3 малки) от втората торта ($\frac{1}{4}$ торта), т.е. $\frac{4}{16} = \frac{4 \cdot 1}{4 \cdot 4} = \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{3}{12}$.

■ Една дроб не се променя, ако разделим числителя и знаменателя ѝ с едно и също (различно от нула) число. Замяната на дробта $\frac{a}{b}$ с равната ѝ дроб $\frac{a : m}{b : m}$ наричаме **съкращаване на дробта**. Числото m наричаме **делител**. Записваме $\frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m}$.

■ **Не може да съкращаваме на нула.**

Дробта $\frac{a}{b}$ е **съкратима**, ако числителят a и знаменателят b имат общ делител, различен от 1, т.е. НОД (a, b) $\neq 1$.

Дробта $\frac{a}{b}$ е **несъкратима**, ако числителят a и знаменателят b нямат общ делител, различен от 1 (a и b са взаимно прости числа).

■ **Съкращаваме дроб** чрез последователно делене на числителя и знаменателя с техни общи делители или чрез делене на числителя и знаменателя с техния най-голям общ делител.

■ **Основно свойство на дробите.** Една дроб не се променя при разширяване или съкращаване с едно и също число.

④ Съкратете дробите.

а) $\frac{42}{720}$ б) $\frac{75}{300}$ в) $\frac{48}{64}$ г) $\frac{6}{81}$ д) $\frac{121}{77}$

⑤ Запишете като несъкратима дроб.

а) $\frac{5 \cdot 13}{21 \cdot 15}$ б) $\frac{19 \cdot 15}{3 \cdot 38}$ в) $\frac{12 \cdot 15}{25 \cdot 48}$ г) $\frac{3 \cdot 15}{5 \cdot 27}$ д) $\frac{32 \cdot 15}{3 \cdot 64}$

⑥ Запишете като дроб със знаменател 100.

а) $\frac{2}{50}$ б) $\frac{3}{25}$ в) $\frac{7}{20}$ г) $\frac{8}{10}$ д) $\frac{4}{5}$

⑦ Запишете като дроб с числител 5.

а) $\frac{1}{5}$ б) $\frac{10}{26}$ в) $\frac{15}{39}$ г) $\frac{20}{32}$ д) $\frac{45}{63}$

СРАВНЯВАНЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ

Чрез разширяване и съкращаване можем да получим безброй много дроби $\frac{a \cdot m}{b \cdot m}$ ($m \neq 0$), равни на дадена дроб $\frac{a}{b}$.

Но измежду тях само една е несъкратима (числителят и знаменателят ѝ са взаимно прости).

Две дроби са **равни**, ако може да ги запишем с една и съща несъкратима дроб.

Понякога се налага да сравняваме по големина обикновени дроби. Това може да стане в два случая – ако дробите са с равни знаменатели или ако двете дроби имат равни числители.

Сравняване на дроби с равни знаменатели

От две дроби с равни знаменатели по-голяма е тази, на която числителят е по-голям (взети са повече еднакви части).

Вярно е, че $\frac{a}{b} > \frac{c}{b}$ точно когато $a > c$.

Сравняване на дроби с равни числители

От две дроби с равни числители по-голяма е тази, на която знаменателят е по-малък (едно и също число се дели на по-малко части, т.е. всяка от частите е по-голяма).

Вярно е, че $\frac{a}{b} > \frac{a}{c}$ точно когато $b < c$.

1) Кой от знаците $<$, $=$, $>$ трябва да поставим между числата?

- а) $\frac{4}{20}$ и $\frac{5}{20}$ $\frac{4}{6}$ и $\frac{1}{6}$ $\frac{8}{17}$ и $\frac{15}{17}$ $\frac{5}{5}$ и $\frac{3}{5}$
- б) $\frac{5}{27}$ и $\frac{0}{27}$ $\frac{3}{2}$ и $\frac{0}{2}$ $\frac{0}{3}$ и $\frac{5}{3}$ $\frac{7}{11}$ и $\frac{0}{11}$
- в) $\frac{17}{4}$ и $\frac{17}{16}$ $\frac{21}{12}$ и $\frac{21}{11}$ $\frac{33}{45}$ и $\frac{33}{55}$ $\frac{0}{5}$ и $\frac{0}{13}$

2) След съкращаване сравнете дробите.

- а) $\frac{5}{20}$ и $\frac{20}{80}$ $\frac{7}{6}$ и $\frac{5}{30}$ $\frac{8}{17}$ и $\frac{40}{15}$ $\frac{15}{5}$ и $\frac{21}{35}$
- б) $\frac{12}{27}$ и $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{2}$ и $\frac{9}{6}$ $\frac{9}{3}$ и $\frac{3}{22}$ $\frac{49}{77}$ и $\frac{9}{11}$
- в) $\frac{34}{8}$ и $\frac{17}{4}$ $\frac{21}{12}$ и $\frac{42}{22}$ $\frac{33}{45}$ и $\frac{22}{15}$ $\frac{10}{5}$ и $\frac{260}{13}$

3) Кои едноцифрени числа може да се поставят вместо квадратчетата така, че да е вярно сравнението?

- а) $\frac{\square}{5} < \frac{2}{5}$ б) $\frac{\square}{8} > \frac{5}{8}$ в) $\frac{2}{\square} < \frac{2}{7}$ г) $\frac{5}{\square} > \frac{5}{4}$

4) Двама братя получили наследство, което след подялбата между останалите наследници се разделило така: $\frac{3}{5}$ за по-големия брат и $\frac{4}{10}$ за по-малкия. Кой е получил по-голямо наследство?

5) Домакиня приготвила шоколадов сладкиш и го оставила да изстива. Синът ѝ тайно изял $\frac{2}{5}$ от сладкиша, а по-късно съпругът ѝ изял $\frac{2}{7}$. Кой е изял повече от сладкиша?

6) За едно и също време един спринтьор пробягал $\frac{7}{9}$ от пистата, а друг пробягал $\frac{14}{20}$ от нея. Кой е бягал по-бързо?

7) Васил и Асен се наели да изкопаят кладенец. Васил изкопал $\frac{3}{5}$ от кладенеца и взел $\frac{60}{100}$ от парите. Асен изкопал $\frac{2}{5}$ от кладенеца и взел $\frac{40}{100}$ от парите. Честно ли е заплащането?

ПРИВЕЖДАНЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ КЪМ ОБЩ ЗНАМЕНАТЕЛ (НАЙ-МАЛЪК ОБЩ ЗНАМЕНАТЕЛ)

За да може да сравняваме, събираме и изваждаме две или повече обикновени дроби, те трябва да имат равни знаменатели (общ знаменател).

Общият знаменател е число, кратно на знаменателите на всички дроби, като за по-прости сметки може да изберем най-малкото общо кратно на всички знаменатели – **най-малък общ знаменател**.

Ако разширим две или повече дроби, така че знаменателите им да станат равни (на общия им знаменател), казваме, че привеждаме дробите към общ знаменател.

За целта трябва да определим съответните допълнителни множители.

① Намерете общ знаменател за дробите $\frac{4}{13}$ и $\frac{3}{5}$ и ги приведете към този общ знаменател.

Решение: Записваме двете дроби една до друга.

2. Допълнителен множител = общ знаменател : знаменателя на дробта
($65 : 13 = 5$)

$$\begin{array}{r} \frac{5}{4} \\ \frac{4}{13} \end{array} \quad \text{и} \quad \begin{array}{r} \frac{13}{3} \\ \frac{3}{5} \end{array}$$

3. Допълнителен множител = общ знаменател : знаменателя на дробта ($65 : 5 = 13$)

$$5 \cdot 13 = 65$$

1. Общ знаменател. Знаменателите на тези дроби са прости числа – 13 и 5. Следователно общите им кратни са кратни и на тяхното произведение:
 $65 = 13 \cdot 5 = \text{НОК}(13, 5)$.
(Може винаги да избираме за общ знаменател произведението на знаменателите.)

Получаваме дроби, равни на дадените, но с еднакви знаменатели:

$$\frac{20}{65} = \frac{4 \cdot 5}{65} \quad \text{и} \quad \frac{39}{65} = \frac{3 \cdot 13}{65}$$

② Намерете общ знаменател за дробите $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{3}$ и $\frac{5}{6}$ и ги приведете към този общ знаменател.

Решение: Записваме дробите една до друга.

2. Допълнителен множител = общ знаменател : знаменателя на дробта
($5 \cdot 3 \cdot 6 : 5 = 3 \cdot 6 = 18$)

3. Допълнителен множител = общ знаменател : знаменателя на дробта ($5 \cdot 3 \cdot 6 : 3 = 5 \cdot 6 = 30$)

$$\begin{array}{r} \frac{18}{2} \\ \frac{30}{4} \\ \frac{15}{5} \end{array}$$

4. допълнителен множител = общ знаменател : знаменателя на дробта ($5 \cdot 3 \cdot 6 : 6 = 5 \cdot 3 = 15$)

$$5 \cdot 3 \cdot 6 = 90$$

1. Общ знаменател. Знаменателите са 5, 3 и 6. Най-малкият общ знаменател е НОК ($5, 3, 6$) = НОК ($5, 3, 3 \cdot 2$) = $5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$. Можем да изберем за общ знаменател и произведението на знаменателите: $5 \cdot 3 \cdot 6 = 90$. Така избягваме нуждата да разлагаме на прости множители, но ще работим с по-големи числа.

Получаваме дроби, равни на дадените, но с еднакви знаменатели:

$$\frac{36}{90} = \frac{2 \cdot 18}{90}, \quad \frac{120}{90} = \frac{4 \cdot 30}{90}, \quad \frac{75}{90} = \frac{5 \cdot 15}{90}$$

③ Приведете дробите към общ знаменател.

$$\begin{array}{l} \text{а) } \frac{5}{20} \text{ и } \frac{11}{60} \quad \frac{7}{3} \text{ и } \frac{5}{13} \quad \frac{8}{25} \text{ и } \frac{40}{15} \quad \frac{15}{7} \text{ и } \frac{21}{10} \\ \text{б) } \frac{12}{9} \text{ и } \frac{4}{15} \quad \frac{3}{2} \text{ и } \frac{5}{3} \quad \frac{13}{3} \text{ и } \frac{3}{22} \quad \frac{31}{33} \text{ и } \frac{9}{11} \\ \text{в) } \frac{34}{8} \text{ и } \frac{17}{12} \quad \frac{21}{12} \text{ и } \frac{43}{22} \quad \frac{34}{45} \text{ и } \frac{22}{15} \quad \frac{10}{5} \text{ и } \frac{20}{13} \end{array}$$

СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ С РАВНИ ЗНАМЕНАТЕЛИ

① Майката на Иво направила баница, разрязана на 12 еднакви части. Иво и сестра му изяли по 1 парче, майка му – 2 парчета, а баща му – 3. Каква част от баницата е изядена и каква част от нея е останала?

Решение: Ще преброим изядените парчета: $1 + 1 + 2 + 3 = 7$.

Понеже всички парчета са 12, останали са $12 - 7 = 5$ парчета.

Всяко парче е $\frac{1}{12}$ от баницата. Изядените части от баницата са

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{1+1+2+3}{12} = \frac{7}{12}.$$

Останалата баница е $\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{12-7}{12} = \frac{5}{12}$.

Събиране на дроби с равни знаменатели

Няколко дроби с равни знаменатели събираме, като за числител на новата дроб записваме сумата от числителите на всички дроби и преписваме същия знаменател:

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d} = \frac{a+b+c}{d}.$$

Изваждане на дроби с равни знаменатели

Две дроби с равни знаменатели изваждаме, като за числител на новата дроб записваме разликата на числителите на двете дроби и преписваме същия знаменател:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

Както и досега, изваждането е обратно на събирането, т.е. може да проверяваме чрез събиране.

Ако $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{d}{c}$, то $\frac{d}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a}{c}$.

② Извършете посочените действия (за изваждането направете проверка чрез събиране).

$$\begin{array}{llll} \text{а)} & \frac{4}{20} + \frac{5}{20} & \frac{4}{6} + \frac{1}{6} & \frac{8}{17} + \frac{15}{17} & \frac{5}{5} - \frac{3}{5} \\ \text{б)} & \frac{5}{27} + \frac{13}{27} & \frac{3}{2} - \frac{1}{2} & \frac{2}{3} + \frac{5}{3} & \frac{7}{11} - \frac{3}{11} \\ \text{в)} & \frac{17}{77} - \frac{17}{77} & \frac{21}{12} - \frac{20}{12} & \frac{33}{55} + \frac{33}{55} & \frac{5}{5} - \frac{2}{5} \end{array}$$

③ Един ден Мария решила $\frac{3}{15}$ от задачите за самоконтрол, а на другия ден – още $\frac{7}{15}$ от тях.

- а) Каква част от задачите е решила Мария?
б) Каква част от задачите са ѝ останали?

④ Нина си купила шоколад, който начупила на 18 равни парчета. Брат ѝ изял 5, а сестричката ѝ – 3. Каква част от шоколада останала за Нина?

⑤ Пресметнете и съкратете получената дроб.

$$\begin{array}{ll} \text{а)} & \frac{2}{15} + \frac{3}{15} + \frac{7}{15} \\ \text{б)} & \frac{3}{20} + \frac{6}{20} + \frac{10}{20} \\ \text{в)} & \frac{26}{30} - \frac{5}{30} \\ \text{г)} & \frac{13}{20} - \frac{7}{20} \\ \text{д)} & \left(\frac{17}{25} - \frac{3}{22} \right) + \frac{6}{25} \\ \text{е)} & \left(\frac{17}{35} + \frac{3}{35} \right) - \frac{6}{35} \\ \text{ж)} & \frac{23}{42} - \left(\frac{5}{42} - \frac{3}{42} \right) \\ \text{з)} & \left(\frac{23}{42} - \frac{5}{42} \right) - \frac{3}{42} \\ \text{и)} & \left(\frac{5}{9} - \frac{2}{9} \right) + \left(\frac{7}{9} - \frac{4}{9} \right) \\ \text{й)} & \left(\frac{17}{15} - \frac{4}{15} \right) - \left(\frac{13}{15} - \frac{5}{15} \right) \end{array}$$

СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ С РАЗЛИЧНИ ЗНАМЕНАТЕЛИ

Ще използваме знанията и уменията от предишните две теми, за да се научим да събираме и изваждаме дроби с различни знаменатели.

① С гориво били пълни $\frac{3}{4}$ от обема на един резервоар. Източили $\frac{5}{7}$ от целия обем за отопление. След това долели още $\frac{13}{15}$ от обема. Каква част от резервоара е пълен? А каква част е празен?

Решение: Първо трябва да пресметнем $\frac{3}{4} - \frac{5}{7} + \frac{13}{15}$. След това, за да намерим още колко гориво може да се побере в резервоара (каква част от него е празна), трябва да извадим резултата от числото 1 (пълен резервоар): $1 - \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{7} + \frac{13}{15}\right)$. Записваме дробите една до друга.

2. Допълнителен множител
(4 · 7 · 15) : 4 = 7 · 15 = 105

3. Допълнителен множител
(4 · 7 · 15) : 7 = 4 · 15 = 60

4. Допълнителен множител
(4 · 7 · 15) : 15 = 4 · 7 = 28

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{7} + \frac{13}{15} = \frac{3 \cdot 105 - 5 \cdot 60 + 13 \cdot 28}{420} = \frac{379}{420}$$

4 · 7 · 15 = 420

1. Общ знаменател. Знаменателите на тези дроби са 4, 7 и 15. Избираме за общ знаменател произведението на знаменателите: 4 · 7 · 15 = 420.

5. Резултат. В числителя записваме посочените действия:
 $3 \cdot 105 - 5 \cdot 60 + 13 \cdot 28 = 315 - 300 + 364 = 379$, а в знаменателя – общия знаменател 420.

Така получихме, че в резервоара има гориво, което е $\frac{379}{420}$ от целия обем.

Сега за празната част на резервоара имаме:

$$1 - \frac{379}{420} = \frac{420}{420} - \frac{379}{420} = \frac{41}{420} \text{ от целия обем.}$$

Дроби с различни знаменатели събираме и/или изваждаме, като първо ги привеждаме към общ знаменател, след което ги събираме и/или изваждаме като дроби с равни знаменатели.

За събирането на обикновени дроби са верни всички свойства на събирането на естествените числа:

Разместително свойство: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$.

Съдружително свойство: $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$.

Тези свойства може да използваме за рационално (по-бързо) пресмятане.

② Извършете изваждането и направете проверка чрез събиране.

а) $\frac{13}{9} - \frac{5}{27}$ $\frac{5}{2} - \frac{3}{4}$ $\frac{5}{3} - \frac{2}{5}$ $\frac{17}{15} - \frac{9}{13}$

б) $\frac{13}{12} - \frac{5}{27}$ $\frac{6}{5} - \frac{4}{7}$ $\frac{6}{4} - \frac{3}{3}$ $\frac{27}{20} - \frac{13}{15}$

③ Пресметнете.

а) $\frac{3}{7} + \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{3}\right)$ б) $\frac{13}{3} - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)$ в) $\left(\frac{9}{6} + \frac{8}{3}\right) - \left(\frac{8}{5} - \frac{1}{6}\right)$

г) $\left(\frac{7}{9} + \frac{5}{12}\right) - \frac{11}{18}$ д) $\left(\frac{3}{14} - \frac{1}{21}\right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{7}\right)$ е) $\frac{17}{22} - \left(\frac{1}{44} + \frac{5}{22}\right)$

④ Иван решил $\frac{2}{5}$ от задачите за домашна работа през седмицата и още $\frac{2}{15}$ от тях през почивните дни.

- а) Каква част от задачите е решил?
б) Каква част от задачите не е решил?

⑤ Янка тръгнала на пазар и взела $\frac{1}{5}$ от парите вкъщи. След пазара се върнала с $\frac{1}{20}$ от парите, които били вкъщи преди пазаруването.

- а) Каква част от парите е похарчила?
б) Каква част от парите останали?

УМНОЖЕНИЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ

■ **Умножаване на дроб с естествено число.** Умножаваме числото по числителя на дробта и това произведение записваме като числител, а знаменателя запазваме ($n \cdot \frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{b}$ е равносилно на n -кратното събиране на дробта $\frac{a}{b}$).

■ **Умножаване на дроби.** Умножаваме числителите и произведението записваме като числител. След това умножаваме знаменателите и произведението записваме като знаменател:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

За действието умножение на обикновени дроби са верни всички свойства на умножението на естествените числа:

Разместително свойство: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$.

Съдружително свойство: $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}\right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$.

Разпределително свойство: $\left(\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} \pm \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$.

Тези свойства може да използваме за рационално (по-бързо) пресмятане.

При умножаване на дроби е добре преди да умножим числителите и знаменателите, при възможност да съкратим дробите.

① Пресметнете израза.

а) $5 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{3}\right)$ б) $\frac{16}{5} \cdot \frac{4}{18} \cdot \frac{15}{2}$ в) $\frac{35}{17} \cdot \frac{81}{5} - \frac{35}{17} \cdot \frac{1}{5}$

г) $\frac{57}{20} \cdot \left(\frac{3}{19} + \frac{2}{3}\right)$ д) $\frac{13}{50} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{26}$ е) $\frac{38}{41} \cdot \frac{1}{2} - \frac{38}{41} \cdot \frac{5}{19}$

ж) $\left(\frac{5}{17} + \frac{12}{17}\right) \cdot \frac{21}{19}$ з) $\frac{6}{121} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{11}{4}$ и) $17 \cdot \frac{5}{2} - 17 \cdot \frac{3}{2}$

ДЕЛЕНИЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ

■ Ако $a \neq 0$, наричаме a и $\frac{1}{a}$ **реципрочни числа**.

■ Ако $a \neq 0$ и $b \neq 0$, то $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$ са **реципрочни числа**.

Произведението на две реципрочни числа е равно на 1.

$$a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1 \qquad \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b} = 1$$

■ **Деление на дроби.** Делимото умножаваме с реципрочното число на делителя: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$.

В сила е разпределителното свойство: $\left(\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d}\right) : \frac{e}{f} = \frac{a}{b} : \frac{e}{f} \pm \frac{c}{d} : \frac{e}{f}$.

① Напишете и прочетете реципрочните на числата.

а) $5, \frac{1}{3}, \frac{6}{4}, \frac{13}{15}$

б) $\frac{13}{9}, \frac{5}{2}, \frac{2}{5}, \frac{17}{15}$

② Пресметнете

а) $\frac{2}{5} : \frac{4}{9}$ $\frac{5}{2} : \frac{3}{4}$ $\frac{5}{3} : \frac{2}{5}$ $\frac{5}{18} : \frac{9}{10}$

б) $\frac{8}{5} : \frac{5}{27}$ $\frac{6}{5} : \frac{4}{7}$ $\frac{6}{4} : \frac{3}{4}$ $\frac{26}{20} : \frac{13}{15}$

③ Пресметнете.

а) $12 : \frac{2}{5}$ $13 : \frac{5}{2}$ $\frac{5}{3} : \frac{2}{5}$ $\frac{5}{18} : \frac{9}{10}$

б) $\frac{8}{5} : 1 \frac{5}{27}$ $3 \frac{6}{5} : \frac{4}{7}$ $1 \frac{6}{4} : 2 \frac{3}{4}$ $1 \frac{26}{20} : 2 \frac{13}{15}$

Упътване. За да извършите пресмятанятия, превърнете смесените числа в неправилни дроби.

ДЕЙСТВИЯ С ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ. ПРЕСМЯТАНЕ НА ЧИСЛОВИ ИЗРАЗИ

Както вече споменахме, може да използваме дробната черта като знак за деление „:“ ($a : b = \frac{a}{b}$).

Понякога се налага да пишем т.нар. **многоетажни дробни**:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

За да променим реда на извършване на действията в изразите, използваме скоби. Първо извършваме действията в скобите, след това действията умножение и/или деление, а накрая – събиране и/или изваждане.

1) Пресметнете.

а) $1\frac{4}{5} \cdot 5 + 4\frac{2}{3}$

б) $\left(\frac{4}{7} + 1\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{4}$

в) $\left(3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{8}$

г) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{8} + 1\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4}$

2) Пресметнете.

а) $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{4}$

б) $\frac{15}{22} \cdot 1\frac{2}{3} \cdot \frac{11}{25}$

в) $\frac{16}{39} \cdot \frac{26}{9} \cdot 3\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2}$

3) Пресметнете.

а) $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{2}\right)$

б) $\left(\frac{1}{7} + \frac{3}{14}\right) \cdot \left(2\frac{1}{8} - \frac{3}{8}\right)$

в) $\frac{3}{5} : \frac{4}{10} - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right)$

г) $\frac{3}{5} : \left(\frac{4}{10} - \frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right)$

д) $\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{3}{4} - \frac{2}{5}$

е) $\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5}\right)$

4) Пресметнете по най-бърз начин.

а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4}$

б) $1\frac{2}{3} \cdot 4 + 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{3}$

5) Пресметнете.

а) $\left(\frac{15}{17} \cdot \frac{7}{8}\right) : \frac{1}{2}$

б) $\left(\frac{1}{12} \cdot \frac{5}{7}\right) : \frac{3}{4}$

6) Пресметнете.

а) $\frac{1\frac{4}{21}}{\frac{5}{7}}$

б) $\frac{5\frac{5}{9} + \frac{1}{3}}{6\frac{1}{9} - 5\frac{8}{9}}$

в) $\frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right)}{1\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}$

г) $\frac{\frac{3}{5} + \frac{2}{9}}{\frac{3}{5} - \frac{2}{9}} \cdot 4\frac{1}{4}$

д) $4 - \frac{3}{4} : \frac{5}{8}$

е) $9\frac{4}{7} - 1\frac{2}{7} : 2\frac{1}{4}$

7) Пресметнете по най-бърз начин.

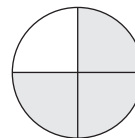
а) $\frac{7}{8} : \frac{17}{48} + \frac{3}{16} : \frac{17}{48}$

б) $\frac{5}{6} : \frac{7}{12} + \frac{1}{3} : \frac{7}{12}$

в) $\frac{9}{15} : 3\frac{3}{5} + \frac{1}{25} : 3\frac{3}{5}$

ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ – ОБОБЩЕНИЕ

Обикновени дробни



Пишем: $\frac{3}{4}$, и четем: три четвърти.

Правилни дробни: $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{9}{10}$. Неправилни дробни: $\frac{5}{2}, \frac{20}{7}, \frac{14}{14}$.

Смесени числа: $2\frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5}$. Основно свойство: $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$, $\frac{7}{18} = \frac{7 \cdot 2}{18 \cdot 2} = \frac{14}{36}$.

Действия с дробни

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}, \quad \frac{3}{10} + \frac{2}{15} = \frac{9+4}{30} = \frac{13}{30}, \quad \frac{12}{25} - \frac{3}{25} = \frac{9}{25}, \quad \frac{3}{4} - \frac{3}{3} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12},$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}, \quad \frac{2}{15} : \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 1}{15 \cdot 3} = \frac{2}{45}$$

ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ. ВЪВЕЖДАНЕ. ЧЕТЕНЕ И ПИСАНЕ НА ДЕСЕТИЧНИТЕ ДРОБИ

Какво означават записите на една касова бележка?

Например: 0,68 лв., 4,75 лв., 0,99 лв.

Удобно е да записваме суми по този начин, като вляво от запетаята са левовите, а вдясно – стотинките.

Това означава, че горе сме записали 68 ст., 4 лв. и 75 ст., 99 ст.

Тъй като 1 лв. = 100 ст., получаваме $1 \text{ ст.} = \frac{1}{100} \text{ лв.} = 0,01 \text{ лв.}$;

$5 \text{ ст.} = \frac{5}{100} \text{ лв.} = 0,05 \text{ лв.}$; $25 \text{ ст.} = \frac{25}{100} \text{ лв.} = 0,25 \text{ лв.}$

По подобен начин е удобно да записваме и други мерни единици.

От 1 м = 100 см следва $1 \text{ см} = \frac{1}{100} \text{ м} = 0,01 \text{ м}$; $15 \text{ см} = \frac{15}{100} \text{ м} = 0,15 \text{ м}$.

От 1 кг = 1000 г следва $1 \text{ г} = \frac{1}{1000} \text{ кг} = 0,001 \text{ кг}$; $455 \text{ г} = \frac{455}{1000} \text{ кг} = 0,455 \text{ кг}$.

Затоа използваме $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ и т.н. като разредни единици в десетичната система. Наричаме ги **дробни разредни единици** и ги използваме за записване на числа, които съдържат и части от единицата.

Записът на число по този начин – с цифри на цели и дробни единици, отделени със запетая, наричаме **десетична дроб**.

Десетичната дроб има цяла част – частта, която се записва вляво от запетаята.

Частта вдясно от запетаята е **дробна част** (по-малка от 1).

Десетичната запетая отделя цялата от дробната част.

Цифрите след десетичната запетая наричаме **десетични знаци**.

Всъщност записваме десетичните дроби като естествените числа: в цялата част от дясно наляво разредите са единици, десетици, стотици, хиляди и т.н., а в дробната част, от ляво надясно – десети, стотни, хилядни, десетохилядни и т.н.

Десетичната дроб 0,01 четем: една стотна или нула цяло и една стотна, 1,25 – едно цяло и двадесет и пет стотни, а 3,28 – три цяло и двадесет и осем стотни.

Наименованието на дробната част съответства на наименованието на последния разред след запетаята.

Ако имаме десети след запетаята, пишем една цифра, за стотни – две цифри, за хилядни – три цифри, и т.н.

① Прочетете десетичните дроби.
а) 3,58 б) 14,2 в) 0,236 г) 325,479

② Запишете в левове.
а) 8 ст. б) 20 ст. в) 50 ст. г) 74 ст. д) 5 ст.

③ Запишете в левове и стотинки.
а) 7,45 лв. б) 10,07 лв. в) 15,8 лв.

④ Запишете в метри.
а) 13 см б) 55 см в) 75 см г) 103 см

⑤ Запишете в сантиметри.
а) 1,50 м б) 4,50 м в) 25 м г) 2 м и 5 см

⑥ Запишете в килограми.
а) 250 г б) 680 г в) 5 кг и 300 г

⑦ Запишете в грамове.
а) 1,125 кг б) 2,500 кг в) 7,250 кг

⑧ Прочетете числата 98,246; 52,3; 6,734 и 1,05. Преместете запетаята с един знак наляво и прочетете получените числа.

⑨ Прочетете числата 8,46; 52,413; 6,734 и 0,006. Преместете запетаята с един знак надясно и прочетете получените числа.

⑩ Запишете всички десетични дроби, които имат в дробната си част само десети и стотни и са между 5,72 и 5,79.

СВОЙСТВА НА ДЕСЕТИЧНИТЕ ДРОБИ. МЕРНИ ЕДИНИЦИ

Във всяка десетична дроб може да дописваме нули след последната цифра в дробната част, без да се променя дробта.
Например: $6,78 = 6,780 = 6,7800 = 6,7800000$.

Ако от края на дробната част на десетичната дроб премахнем нули, дробта не се променя.
Например: $5,34000 = 5,3400 = 5,340 = 5,34$.

Всяко естествено число може да запишем като десетична дроб, която съдържа нули след запетаята.
Например: $15 = 15,0 = 15,00 = 15,000$.

- 1 Запишете с два десетични знака: 0,2; 5; 7,310.
- 2 Запишете с три десетични знака.
а) 3,12; 2,6; 0,35; 0,08; 0,05
б) 213,4300; 167, 91500; 10,0030000; 316,02000; 0,008000
- 3 Запишете с еднакъв брой десетични знаци.
а) 0,3; 1,205; 0,27 б) 5,003; 6; 12,03 в) 205,9; 70,080; 9
- 4 Напишете десетична дроб:
а) с три десетични знака, равна на 0,7;
б) с четири десетични знака, равна на 2,06.

Мерни единици за дължина

Метърът е основната единица за дължина. Означаваме го с *m*. В България често пишем *m* вместо *m*.

Производни мерни единици на метъра:

километър – $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$;
дециметър – $1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m}$;
сантиметър – $1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$;
милиметър – $1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$.

Мерни единици за маса

Килограм е мерна единица от системата SI и го използваме за физичната величина маса. Означаваме го с *kg*. В България често записваме: килограм (*кг*), грам (*г*), тон (*т*).

Най-често използваните производни мерни единици на килограма са:
тон (*t*) – $1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$;
грам (*g*) – $1 \text{ g} = 0,001 \text{ kg}$; $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$;
милиграм (*mg*) – $1 \text{ mg} = 0,001 \text{ g} = 0,000001 \text{ kg}$.

Мерни единици за време

Единицата за време в системата SI е секундата (*s*).

Денят е разделен на 24 часа (*h*), $1 \text{ ч} = 60 \text{ минути (min)}$, $1 \text{ мин} = 60 \text{ секунди (s)}$.

Други единици за време:

век – $1 \text{ век} = 100 \text{ години}$;
година и месец – $1 \text{ година} = 12 \text{ месеца}$;
седмица – 7 дни ;
 $1 \text{ денонощие} = 24 \text{ часа}$.

- 5 Превърнете в килограми и запишете с десетична дроб.
а) 8 г, 5 г, 28 г, 43 г, 693 г, 785 г, 855 г
б) 1200 г, 3680 г, 4785 г, 5769 г, 1234 г
в) 6 кг 245 г, 8 кг 24 г, 5 кг 5 г, 13 кг 237 г, 2 кг 43 г
- 6 Запишете в метри.
а) 32 см б) 4 дм в) 25 дм г) 350 мм д) 3 см
- 7 Превърнете в килограми и запишете с десетична дроб: 9 г; 56 г; 467 г; 5 кг и 65 г; 32 кг и 237 г.
- 8 Превърнете в часове: 180 мин; 240 мин; 360 мин; 90 мин.
- 9 Превърнете в километри: 12 000 м; 4500 м; 7200 м; 2000 м; 3600 м.
- 10 Превърнете в сантиметри: 20 мм; 50 мм; 75 мм; 58 мм; 23 дм; 5 дм.

СРАВНЯВАНЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ. ЗАКРЪГЛЯВАНЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ

Десетични дроби сравняваме, като с дописване на необходимия брой нули изравняваме броя на цифрите в дробната част, премахваме десетичните запетая и сравняваме естествените числа.

Например, да сравним 11,09 и 11,099.

Изравняваме броя на цифрите в дробната част с добавяне на една нула към 11,09 и получаваме 11,090. Махаме десетичните запетая и сравняваме $11\ 090 < 11\ 099$. Значи $11,09 < 11,099$.

Ако една дроб има по-голяма цяла част от друга, тя е по-голямата. Да сравним 5,679 и 21,1.

От $5 < 21$ следва $5,679 < 21,1$.

- 1) Запишете в един ред равните дроби:
6,2; 3,76; 6,20; 3,7600; 6,02; 3,760; 6,020; 6,200; 6,0200.
- 2) Сравнете.
а) 31,5 и 25,3 б) 0,73 и 0,57 в) 24,276 и 24,27 г) 5 и 5,34
- 3) Подредете дробите: 3,52; 6,4; 8; 3,07; 6,129; 6,33; 8,2 и 6,12, като започнете от най-малката.
- 4) Подредете дробите: 3,41; 5,6; 7; 4,06; 5,129 и 5,33, като започнете от най-голямата.
- 5) Кои от числата: 5,7; 6,5; 6; 6,94; 7; 6,999; 7,3, са по-големи от 6 и по-малки от 7?
- 6) Кои от числата: 3,57; 4,15; 3,98; 4,18; 3,67; 4,25 са по-големи от 3,76 и по-малки от 4,23?
- 7) Вярно ли е, че:
а) $10,01 > 1,010$; б) $23,5 < 2,53$;
в) $123,4 = 1,234$; г) $23,5 = 23,500$.

Когато измерваме, понякога е трудно да го правим с голяма точност. Освен това невинаги е необходима много голяма точност.

Например разстоянието между два града измерваме с точност до 1 км, или $100\text{ м} = 0,1\text{ км}$, а не до 1 метър.

Десетичните дроби закръгляваме по правилата на естествените числа.

Основното правило за закръгляване на десетични дроби до цяло число е: **Ако първата цифра след десетичната запетая е равна или по-голяма от 5, трябва да прибавим 1 към цялата част. Ако първата цифра след десетичната запетая е по-малка от 5, не променяме цялата част.**

Закръгляване на десетични дроби с точност до десети, стотни и т.н.: **Когато цифрата в разреда вдясно от исканата точност е по-малка от 5, не променяме цифрата в разреда, съответстващ на исканата точност. Когато цифрата в разреда вдясно от исканата точност е 5 или по-голяма от 5, увеличаваме с 1 цифрата в разреда, съответстващ на исканата точност.**

Например $32,4 \approx 32$ (четем: приблизително равно на 32). За числото 27,7 имаме $27,7 \approx 28$. За числото 18,478 имаме $18,478 \approx 18,5$ с точност до десети. За числото 45,683 имаме $45,683 \approx 45,68$ с точност до стотни. За числото 10,3258 имаме $10,3258 \approx 10,326$ с точност до хилядни.

Когато работим с цени, трябва да закръгляваме резултатите с точност до стотните (0,01).

- 8) Закръглете десетичната дроб 21,45716 с точност до:
а) десети; б) стотни; в) хилядни; г) десетохилядни.
- 9) Закръглете десетичната дроб 16,295996 с точност до:
а) десетици; б) единици;
в) десети; г) стотни;
д) хилядни; е) стохилядни.

СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА ДЕСЕТИЧНИТЕ ДРОБИ. СВОЙСТВА НА СЪБИРАНЕТО НА ДЕСЕТИЧНИТЕ ДРОБИ

Десетичните дроби събираме (изваждаме) като естествените числа – по разреди, като започваме от най-малкия.

Събиране (изваждане) на десетични дроби в колонка

1. Записваме дробите в колонка така, че десетичните запетаи да са една под друга. Тогава и едноименните разреди са един под друг – десетици под десетици, единици под единици, десети под десети, стотни под стотни и т.н.

2. Събираме (изваждаме) числата по разреди.

3. Поставяме десетична запетая в резултата, в колонката на запетаите.
Например:

	Д	Е	,	д	с
+	1	2	,	4	5
		3	,	5	2
	1	5	,	9	7

	↓	↓	↓	↓			
+		5	4	,	6	7	9
	1	7	8	,	4	5	
	2	3	3	,	1	2	9

	Д	Е	,	д	с
-	3	7	,	5	7
		6	,	3	4
	3	1	,	2	3

Правилата за събиране са същите като при естествените числа. Събирането на десетични дроби има свойствата на събирането на естествените числа:

Разместително свойство: $a + b = b + a$.

Съдружително свойство: $(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$.

- 1 Пресметнете.
- а) $3,48 + 8,26$ б) $0,099 + 1,087$
 в) $1,56 + 43,584$ г) $0,734 + 10,28$
- 2 Пресметнете.
- а) $8,4 - 1,3$ б) $7,99 - 4,56$
 в) $31,4 - 5,29$ г) $18,521 - 9,6$

- 3 Пресметнете.
- а) $10 - (1 - 0,78)$ б) $(3,01 - 0,09) + (5,03 - 3,32)$
 в) $(10,1 - 5,93) - (4,27 - 2,39)$

- 4 Пресметнете рационално.
- а) $41,73 + 0,41 + 6,27 + 21,59$ б) $4,55 + 10,66 + 0,45$
 в) $4,11 + 15,5 + 0,39$ г) $6,28 + 19,6 + 8,72 + 21,4$

5 Ина купила 1,250 кг домати и 1,550 кг краставици. Колко килограма тежи покупката?

6 Семейство купува 3 щайги с ябълки. В първата има 17,5 кг, във втората – 18,75 кг, а в третата – 19,5 кг. Колко килограма са ябълките?

7 Платформа е натоварена с две машини. Едната тежи 875 кг, а другата – 843 кг. Може ли на платформата да натоварим още 970 кг, ако тя издържа най-много 3,5 т?

8 Ивайло купил хляб за 0,95 лв., сирене за 2,68 лв. и яйца за 1,99 лв. Платил с банкнота от 20 лв. Колко е рестото му?

9 Една керемида преди изсушаването си тежи 4,5 кг. При изсушаване тя губи 0,8 кг от теглото си, а след изпичане губи 0,6 кг по-малко отколкото при сушене. Колко килограма тежи керемидата след изпичане?

10 Кутия със сладолед тежи 2,5 кг. От нея за приготвянето на мелби са взети 0,950 кг. Колко килограма сладолед са останали в кутията?

11 Домакия купила 0,750 кг кашкавал, 1,700 кг кайма и 360 г маслини. Колко тежи празната ѝ пазарска чанта, ако заедно с продуктите тежи 2,970 кг?

- 12 Вярно ли е, че:
- а) $(6,72 + 3,5) - 2,8 = 6,72 + (3,5 - 2,8)$;
 б) $(6,72 - 3,5) + 2,8 = 6,72 - (3,5 + 2,8)$;
 в) $6,72 + 3,5 - 2,8 = 6,72 - 2,8 + 3,5$?

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ С 10, 100 И 1000

При умножение на десетична дроб с 10, 100, 1000 и т.н. преместваме десетичната запетая с толкова цифри надясно, колкото са нулите в множителя.

Например: $45,387 \cdot 10 = 453,87$; $45,387 \cdot 100 = 4538,7$;
 $0,8567 \cdot 100 = 85,67$;

Когато е необходимо, в края на десетичната дроб пишем нули.

Например: $0,1 \cdot 100 = 10$; $63,867 \cdot 10000 = 638670$.

При деление на десетична дроб с 10, 100, 1000 и т.н. преместваме десетичната запетая с толкова цифри наляво, колкото са нулите в делителя. Когато е необходимо, в началото на числото пишем нули.

Например: $356,24 : 10 = 35,624$; $356,24 : 100 = 3,5624$;

$25,3 : 1000 = 0,0253$.

1 Пресметнете.

- | | | | |
|-------------------|------------------|-------------------|--------------------|
| а) $1,2 \cdot 10$ | $12,3 \cdot 100$ | $5,02 \cdot 1000$ | $10,213 \cdot 100$ |
| б) $23,7 : 10$ | $7,24 : 100$ | $34,8 : 1000$ | $253,98 : 100$ |

Решение:

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| а) $1,2 \cdot 10 = 12$ | $12,30 \cdot 100 = 1230$ |
| $5,020 \cdot 1000 = 5020$ | $10,213 \cdot 100 = 1021,3$ |
| б) $23,7 : 10 = 2,37$ | $07,24 : 100 = 0,0724$ |
| $034,8 : 100 = 0,348$ | $253,98 : 100 = 2,5398$ |

2 Пресметнете.

- | | | | |
|------------------------|-------------------|------------------|--------------------|
| а) $45,68 \cdot 10$ | $0,065 \cdot 10$ | $0,27 \cdot 10$ | |
| б) $458,76 \cdot 100$ | $765,3 \cdot 100$ | $6,34 \cdot 100$ | $0,3 \cdot 100$ |
| в) $0,0475 \cdot 1000$ | $0,09 \cdot 1000$ | $6,4 \cdot 1000$ | $51,34 \cdot 1000$ |

3 Пресметнете.

- | | | | |
|--------------------|---------------|---------------|------------------|
| а) $657,9 : 10$ | $36,93 : 10$ | $5,6 : 10$ | $0,123 \cdot 10$ |
| б) $134,6 : 100$ | $48,7 : 100$ | $2,31 : 100$ | $0,7 : 100$ |
| в) $978,53 : 1000$ | $75,4 : 1000$ | $1,04 : 1000$ | $0,3 : 1000$ |

4 От 1 т захарно цвекло се получават средно 0,16 т захар. Колко тона захар може да се получат от 100 тона цвекло?

5 Кутия бонбони струва 2,68 лв. Колко ще струват 100 кутии бонбони?

6 Колко пъти числото 23,154 е по-малко от числото 2315,4?
 а) 10 б) 100 в) 1000 г) 10 000

7 Изразете:

- | | | | |
|------------------------|---------|----------|---------|
| а) в метри: 3,45 км | 5,4 дм; | 17,5 см; | 145 мм; |
| б) в килограми: 38 кг; | 285 г; | 4790 г; | |
| в) в километри: 235 м; | 345 дм; | 5600 м. | |

8 В каква посока и през колко цифри трябва да преместим десетичната запетая, за да увеличим дадено число:

- а) 10 пъти; б) 100 пъти; в) 1000 пъти?

9 В каква посока и през колко цифри трябва да преместим десетичната запетая, за да намалим дадено число:

- а) 100 пъти; б) 1000 пъти; в) 10 000 пъти?

10 Как ще се промени числото, ако преместим десетичната запетая:

- а) с 3 цифри надясно и след това с 2 цифри наляво;
 б) с 1 цифра наляво, а след това с 2 цифри надясно?

11 Кое число е по-голямо и колко пъти?

- а) 32,549 или 325,49
 б) 2,7543 или 2754,3
 в) 480 или 0,48
 г) 200 или 0,02

12 Сто грама кашкавал струват 1,29 лв. Намерете цената на 1 кг кашкавал.

13 Килограм салам струва 8,70 лв. Колко струват 100 грама от този салам?

14 Метър плат струва 12,85 лв. Колко струват 10 м от този плат?

УМНОЖЕНИЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ. СВОЙСТВА НА УМНОЖЕНИЕТО НА ДЕСЕТИЧНИТЕ ДРОБИ

Десетична дроб умножаваме с естествено число, като мислено премахнем запетаята от десетичната дроб и умножим естествените числа. В полученото произведение отделяме с десетична запетая от дясно наляво толкова цифри, колкото има в дробната част на десетичната дроб.

Например: $0,73 \cdot 2$. Махаме запетаята, т.е. $73 \cdot 2 = 146$. Отделяме две цифри от дясно наляво със запетая и получаваме 1,46.

Умножение на десетични дроб

1. Умножаваме дробите като естествени числа (без да гледаме десетичните запетая).

2. В полученото произведение отделяме с десетична запетая от дясно наляво толкова цифри, колкото са общо десетичните знаци в множителите.

Например: $0,35 \cdot 0,6$. Махаме запетаята, т.е. $35 \cdot 6 = 210$. Отделяме три цифри (две за едната и една за другата дроб) от дясно наляво със запетая и получаваме 0,210.

Умножението на десетичните дробии има свойствата на умножението на естествените числа:

Разместително свойство: $a \cdot b = b \cdot a$.

Съдружително свойство: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

Разпределително свойство: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$.

1 Пресметнете.

- а) $2,5 \cdot 4$ б) $2,5 \cdot 2,5$ в) $1,25 \cdot 8$
г) $2,14 \cdot 1,2$ д) $3,56 \cdot 0,5$ е) $5,75 \cdot 2,03$

2 Пресметнете.

- а) $(4,3 + 2,07) \cdot (4,2 - 0,3)$ б) $(2,01 + 7,35) \cdot (4,2 - 3,8)$

3 Пресметнете по рационален начин, прилагайки свойствата на умножението.

- а) $0,2 \cdot 0,4 \cdot 2,5$ б) $2,3 \cdot 0,5 \cdot 2,4$
в) $0,125 \cdot 4 \cdot 0,8 \cdot 2,5$ г) $14,5 \cdot 0,3 \cdot 0,2$
д) $73,35 \cdot 0,4 \cdot 0 \cdot 6,93 \cdot 0,72 + 3 \cdot 0,04 \cdot 5$
е) $12,31 \cdot 2,125 \cdot 8 + 12,31 \cdot 2,3 \cdot 10$

4 Когато едната от две бригади асфалтирала 2,08 км от един булевард, а другата – 2 пъти повече, между тях останало разстояние 1,26 км. Колко километра е дълг булевардът?

5 Скоростта на движението на Земята около Слънцето е 29,8 км в секунда, а на Марс – с 5,7 км в секунда по-малка. Какъв път ще измине всяка от двете планети за 3 сек?

Решение:

Земя

Означаваме:

$v = 29,8$ км/сек – скоростта на движение е пътят, изминат за 1 сек;

$t = 3$ сек – времето на движение;

$S = v \cdot t = 29,8 \cdot 3 = 89,4$ км – изминатият път от Земята.

Марс

v км/сек	t сек	S км
24,1	3	?

$$v = 29,8 - 5,7 = 24,1 \text{ км/сек}$$

$$S = 24,1 \cdot 3 = 72,3 \text{ км}$$

6 Автобус пътувал 4 ч със скорост 75,5 км/ч и още 2,5 ч – със скорост, с 10 км/ч по-малка. Какво разстояние е изминал автобусът?

7 Иван купил 0,750 г салам на цена 6,70 лв. за килограм и 2 хляба по 0,79 лв. Колко лева е платил за покупката си?

8 Цената на литър бензин А95 Н Е5 е 2,48 лв. Митко заредил автомобила си с 15 л. Платил с две банкноти от 20 лв. Колко е рестото му?

9 От една гара в противоположни посоки тръгват едновременно два влака. Скоростта на единия е 75,5 км/ч, а на другия – с 5 км/ч по-малка. Какво е разстоянието между двата влака след 4 ч?

10 Боядисали пода и тавана на стая с размери 4,5 м и 5,6 м. Колко общо са платили, ако за 1 кв. м от пода плащат по 6,80 лв., а за 1 кв. м от тавана – по 3,60 лв.?

ДЕЛЕНИЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ С ЕСТЕСТВЕНО ЧИСЛО

Десетична дроб делим с естествено число по правилото за деление на естествени числа, като след изчерпване на цялата част на делимото поставяме десетичната запетая в частното. Ако е необходимо, в дробната част на делимото дописваме нули.

Примери: $92,68 : 7 = 13,24$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \underline{22} \\ 21 \\ \underline{16} \\ 14 \\ \underline{28} \\ 28 \\ \underline{0} \end{array}$$

$36,4 : 5 = 7,28$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \underline{14} \\ 10 \\ \underline{40} \\ 40 \\ \underline{0} \end{array}$$

В този пример дописахме нула в десетичната дроб.

$4,32 : 6 = 0,72$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \underline{12} \\ 12 \\ \underline{0} \end{array}$$

Тъй като $4 < 6$, трябва да добавим следващата цифра 3 и да делим 43 на 6. Но преди това трябва да поставим запетая в частното, защото е изчерпана цялата част. След това делим, както делим естествени числа.

1) Разделяме 4,65 м плат на 3 равни части. По колко метра е всяка част?

2) Разделете.

- а) $72,48 : 24$ б) $18,927 : 9$ в) $2,65 : 5$ г) $0,208 : 4$
 д) $25,02 : 3$ е) $4,212 : 52$ ж) $24,3 : 5$ з) $12 : 5$

3) Пресметнете.

- а) $54,36 : 9$ $88,58 : 86$ $36,012 : 3$
 б) $0,036 : 6$ $0,30 : 15$ $0,0625 : 25$
 в) $0,114 : 19$ $0,296 : 37$ $215,301 : 43$
 г) $16,48 : 16$ $3,267 : 33$ $34,314 : 42$

4) Автомобил изминава 274,4 км за 4 ч. Намерете скоростта му.

5) Велосипедист изминава 21,4 км за 2 ч. Намерете скоростта на велосипедиста.

6) Каква е скоростта на катер в езеро (в спокойна вода), ако по течението на река катерът изминава 46,5 км за 3 ч и скоростта на течението на реката е 3,5 км/ч?

7) Какъв е разходът на гориво за 1 км, ако за 64 км трябва да се изгорят 4,8 л?

8) Един производител продава 1 кг праскови за 0,75 лв., а друг – 3 кг за 2,58 лв. При кого прасковите са по-евтини?

9) Цветна градина има форма на правоъгълник с размери 32 м и 6,6 м. Друга градина има лице, 11 пъти по-малко от лицето на първата. Намерете лицето на втората градина.

10) Пчелар получил 137,5 кг мед, които разпределил в 25 равни по обем тенекии. Колко килограма мед съдържа всяка от тенекииите?

11) Митко платил за 4 кг кайма 21,12 лв. Каква е цената на 1 кг от закупената кайма?

12) Бедрената кост на човек издържа около 30 пъти по-голяма маса от неговата маса. Колко е масата на човек, чиято бедрена кост издържа около 2,568 т?

13) Мира купила 1 тетрадка, която струвала 1,95 лв., и химикалка, която била 3 пъти по-евтина. Каква е цената на химикалката?

14) Семейство платило 292,50 лв. за 9 кашончета с теракотни плочки. Каква е цената на:

- а) едно кашонче;
 б) една плочка, ако в едно кашонче има 25 плочки?

15) Кооперация получила реколта от 2,463 т кайсии, които разпределила в 150 щайги. Колко килограма кайсии има в една щайга?

16) Пресметнете.

- а) $(12,78 + 27,87) : 5$ б) $(45,73 - 17,35) : 10$

ДЕЛЕНИЕ НА ДЕСЕТИЧНА ДРОБ С ДЕСЕТИЧНА ДРОБ. КРАЙНА ДЕСЕТИЧНА ДРОБ. БЕЗКРАЙНА ДЕСЕТИЧНА ДРОБ

Частното не се променя, ако умножим делимото и делителя с едно и също число, различно от нула.

Десетична дроб делим с десетична дроб, като преместим десетичната запетая в делимото и делителя с толкова десетични знака надясно, колкото десетични знаци има в делителя. След това делим десетична дроб с естествено число.

Например: $104,49 : 4,3 = (104,49 \cdot 10) : (4,3 \cdot 10) = 1044,9 : 43 = 24,3$ – преместихме запетаята надясно с един знак;

$4,023 : 0,27 = (4,023 \cdot 100) : (0,27 \cdot 100) = 402,3 : 27 = 14,9$ – преместихме запетаята надясно с два знака;

$9 : 0,006 = 9,000 : 0,006 = (9,000 \cdot 1000) : (0,006 \cdot 1000) = 9000 : 6 = 1500$ – преместихме запетаята надясно с три знака.

Десетична дроб, която има краен брой цифри в дробната част, наричаме **крайна десетична дроб**.

В някои случаи делението може да продължи безкрайно, защото се повтаря един и същ остатък или редуващи се остатъци.

Например: $14,2 : 0,3 = 47,333\dots$

или $1,5 : 0,11 = 13,63636363\dots$

Такива дроби наричаме **безкрайни периодични десетични дроби**. Цифрата или групата от цифри, които се повтарят, наричаме **период**.

В първия пример това е цифрата 3 и записваме $47,(3)$ – четем: 47 цяло и 3 в период.

Във втория пример – 63. Записваме $13,(63)$ и четем: 13 цяло и 63 в период.

1 Пресметнете.

а) $7 : 0,5$

б) $25,5 : 0,75$

в) $168,392 : 5,6$

2 Пресметнете и определете кои от получените десетични дроби са крайни и кои са безкрайни периодични.

а) $1,651 : 1,27$

б) $78,32 : 2,5$

в) $45,18 : 1,1$

г) $3,478 : 0,04$

д) $0,025 : 1,2$

е) $0,132 : 0,33$

3 Два и половина метра плат струват 28,75 лв. Колко лева струва 1 м?

4 Винт се придвижва на дълбочина 15,6 мм за 6,5 оборота.

а) На каква дълбочина се придвижва винтът за 1 оборот?

б) За колко оборота винтът ще се придвижи на дълбочина 38,4 мм?

5 Правоъгълен участък с дължина 0,015 км и ширина 0,135 км е определен за вишнева градина. Колко дръвчета може да посадим в него, ако на всеки 6,25 кв. м посадим по 1 дръвче?

6 Кооперация получила реколта от 2,462 т кайсии. От тях изпратили 70 щайги по 20,5 кг на клиент. Останалите кайсии разпределили в щайги по 15,8 кг. Какъв е техният брой?

7 Пчелар получил от 18 кошера по 12,1 кг мед. Той имал договор с фирма да ѝ продаде меда в бурканчета по 0,330 кг. Колко бурканчета са му необходими?

8 От една зеленчукова градина събрали 87,36 т зеле, а от втора – 1,4 пъти по-малко отколкото от първата. Колко зеле са събрали от двете градини?

9 Крачката на Тания е 0,45 м. Колко крачки трябва да направи тя, за да измине 180 м?

10 Иван платил за обяд 17,5 лв. и 3,5 пъти по-малко за вечеря. Колко е струвала вечерята му?

11 Бедрената кост на човек издържа около 30 пъти по-голяма маса от неговата маса.

а) Колко е масата на човек, чиято бедрена кост издържа около 2,568 т?

б) Колко килограма може да издържи твоята бедрена кост?

ПРЕСМЯТАНЕ НА ЧИСЛОВИ ИЗРАЗИ. РАБОТА С КАЛКУЛАТОР

Действията с десетични дробни се свеждат до действия с естествени числа, затова при пресмятане на числови изрази с десетични дробни действията се извършват в същия ред както при естествените числа:

Ако в израза няма скоби:

Извършваме умножението и делението в реда на записването им.

Извършваме събирането и изваждането в реда на записването им.

Ако в израза има скоби, извършваме най-напред действията в скобите.

$$\begin{aligned} \text{Например: } 53,4 - 2 \cdot (6,7 + 3,5) : 0,4 &= 53,4 - 2 \cdot 10,2 : 0,4 \\ &= 53,4 - 20,4 : 0,4 = 53,4 - 51 = 2,4. \end{aligned}$$

И за делението с десетични дробни е изпълнено *разпределителното свойство*: $(a + b) : c = a : c + b : c$; $(a - b) : c = a : c - b : c$.

- 1) Намерете стойността на изразите.

а) $56,8 - 45,4 \cdot (4,7 - 3,7)$	б) $46,7 + (4,59 - 2,46) : 3$
в) $1,04 \cdot 4 + 3 \cdot (4,65 - 3,05)$	г) $64,32 : (7,32 + 8,68) + 5$
д) $4,3 - (0,008 + 0,992) : 0,4$	е) $(40,65 - 32,6) : 5 + (4,72 - 2,24) \cdot 20$
- 2) Пресметнете рационално.

а) $91,9 - 82 + 0,1$	б) $46,75 : 5,5 - 13,75 : 5,5$
в) $9,23 \cdot 2,18 + 1,77 \cdot 2,18$	г) $6,09 : 4,2 + 14,91 : 4,2$
- 3) Петима приятели решили да си направят снимки. Купили филм с 32 пози за 5,30 лв. Платили 1 лв. за промиване на лентата и 12,80 лв. за пет броя от всяка поза. По колко лева е платил всеки, ако са си разделили разносните поравно?
- 4) Фермер продал за една година 82 т жито по 130,60 лв. за тон, а следващата година – 115 т по 135,4 лв. за тон. Ще му стигнат ли получените пари, за да купи малко тракторче, ако то струва 32 500 лв.? Ако не, още колко лева трябва да събере фермерът?

Работа с калкулатор

С калкулатор смятаме с десетични дробни така, както с естествени числа. В калкулатора десетичната запетая е означена с точка.



Използвайки калкулатор, пресметнете следващите задачи.

- 5) Пресметнете с калкулатор.
 - а) $19,45 \cdot 3,47 : 0,5$
 - б) $0,263 : 0,025$
 - в) $9 \cdot 47,5 + 632,48$
 - г) $665,254 : 47,86 + 7$
- 6) Пресметнете с калкулатор.
 - а) $112 \cdot 43 + 632,8$
 - б) $724,3 \cdot 31 - 362,5$
 - в) $57,82 : 98 - 0,06$

Пресмятане с използване на памет на калкулатор

Когато пресмятаме изрази, можем да запазваме в паметта на калкулатора междинни резултати:

M^+ – въвеждане на число и събирането му с числото в паметта, ако има такова;

M^- – въвеждане на число и изваждането му от числото в паметта;

MR – извличане на числа от паметта; 2 набирания – изчистване на паметта.

- 7) Пресметнете стойността на покупката с калкулатор: 1,5 кг сирене по 5,20 лв. за килограм, 200 г колбас по 5,75 лв. за килограм и 1,7 кг ябълки по 1,80 лв. за килограм.

Решение: Натискаме последователно клавишите $1.5 \times 4.20 = M^+$ (запомняме $1,5 \cdot 4,20 = 6,3$), $0.2 \times 5.35 = M^+$ (прибавяме $0,2 \cdot 5,35 = 1,07$ към 6,3 в паметта и запомняме $6,3 + 1,07 = 7,37$) и $1.7 \times 1.5 = MR$. Отг. 9,92 лв.

- 8) Купени са следните продукти: кашкавал – 2,150 кг на цена 7,30 лв. за килограм, сирене – 3,200 кг на цена 4,20 лв. за килограм, месо – 3,100 кг на цена 8,80 лв. за килограм, ориз – 3 кг на цена 1,70 лв. за килограм, и колбас – 6,120 кг на цена 5,30 лв. за килограм. Каква е цената на покупката?

- 9) Пресметнете с калкулатор.

а) $896,45 - 199,999$	б) $615,42 : 78,9 + 43,08$
в) $85,557 : 45,03 + 15 \cdot 7,12$	г) $195 : 0,125 - 0,04 \cdot 45$

ЧАСТ ОТ ЧИСЛО

Намираме част от число, като умножим дробта, която задава частта, с числото.

Например: Колко са $\frac{3}{7}$ от 210 м?

$$\text{Умножаваме } \frac{3}{7} \cdot 210 = \frac{3 \cdot 210}{7} = 90 \text{ м.}$$

Намираме $\frac{2}{3}$ от 12 ч, като умножим $\frac{2}{3} \cdot 12 = \frac{2 \cdot 12}{3} = 8$ ч.

① Йордан прочел $\frac{5}{6}$ от книга, която има 360 страници.

- а) Колко страници е прочел?
б) Колко страници са му останали?

② Намерете колко:

а) метра са $\frac{3}{4}$ от 100 км; б) часа са $\frac{1}{6}$ от 1 денонощие;

в) минути са $\frac{3}{5}$ от 1 ч; г) стотинки са $\frac{3}{20}$ от 1 лв.;

д) сантиметра са $\frac{2}{5}$ от 2 м.

③ От 24 работници в една бригада $\frac{5}{6}$ са мъже.

- а) Каква част от бригадата са жените?
б) Колко са мъжете и жените?
в) С колко едните са повече от другите?

Намиране на число по дадена негова част: делим дадената част от числото на дробта, с която е зададена частта.

Например: За да намерим число, $\frac{3}{4}$ от което е 27, пресмятаме

$$27 : \frac{3}{4} = 27 \cdot \frac{4}{3} = 36.$$

За да намерим число, 0,3 от което е 15, пресмятаме

$$15 : 0,3 = 150 : 3 = 50.$$

④ Ширината на двор, който има формата на правоъгълник, е 8,5 м и представлява $\frac{5}{6}$ от дължината му. Колко метра е оградата на двора?

⑤ Намерете площта на училищен двор, ако спортната площадка е 36 кв. м и представлява 0,2 от площта на целия двор.

⑥ Намерете броя на получените за един ден пратки в една поща, ако писмата са 678 и са 0,6 от всички пратки.

Намиране на неизвестна част от число: делим дадена част от числото на числото.

Например: За да намерим колко части от 36 са 12, делим 12 на 36, т.е.

$$\frac{12}{36} = \frac{1}{3}.$$

Колко части са 15 мин от един астрономически час? Отг.: $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$.

⑦ Каква част от един астрономически час са: 20 мин, 30 мин; 12 мин?

⑧ Каква част от денонощието са: 3 ч, 6 ч, 8 ч, 12 ч?

⑨ Пламен получил 650 лв. заплата и платил 195 лв. сметки за телефон, ток и вода. Каква част от заплата му са сметките, които е платил?

⑩ От 780 лв. дарение за детски дом похарчили за храна 420 лв. Каква част от парите са похарчени за храна?

⑪ Стоян изминал 240 м от пътя до спортната зала, който е 720 м. Каква част от пътя до залата е изминал Стоян?

⑫ Иван има 30 лв. и с $\frac{3}{5}$ от тях трябва да купи 3 еднакви кутии бонбони. Колко лева струва една кутия бонбони?

⑬ Пирдоп е на 80 км от София. Това разстояние е $\frac{1}{5}$ от разстоянието от София до Бургас. На колко километра от София е Бургас?

ПРЕВРЪЩАНЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ В ОБИКНОВЕНИ. ПРЕВРЪЩАНЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ В ДЕСЕТИЧНИ С ПОМОЩТА НА КАЛКУЛАТОР

Превръщане на десетична дроб в обикновена

В числителя записваме числото без десетичната запетая и без нулите в началото.

В знаменателя записваме единица с толкова нули след нея, колкото са цифрите в дробната част на числото.

Например: $12,7 = \frac{127}{10}$; $0,03 = \frac{3}{100}$; $0,521 = \frac{521}{1000}$; $0,9 = \frac{9}{10}$.

- ① Запишете с обикновена несъкратима дроб числото.
- | | | | |
|---------|----------|-----------|-----------|
| а) 9,1 | б) 18,2 | в) 0,46 | г) 0,35 |
| д) 8,04 | е) 0,002 | ж) 3,0001 | з) 0,0006 |

- ② Сравнете числата.
- | | | |
|---------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| а) $0,4$ и $\frac{2}{5}$ | б) $12,9$ и $\frac{128}{10}$ | в) $15,07$ и $\frac{157}{10}$ |
| г) $32,17$ и $\frac{3217}{100}$ | д) $2,5$ и $\frac{5}{2}$ | е) $72,04$ и $\frac{724}{10}$ |
| ж) $20,3$ и $\frac{203}{10}$ | | |

Превръщане на десетична дроб в смесено число

Преписваме цялата част на десетичната дроб.

До нея записваме дробната част на десетичната дроб с обикновена дроб.

Например: $23,3 = 23\frac{3}{10}$; $7,05 = 7\frac{5}{100}$; $4,51 = 4\frac{51}{100}$.

- ③ Запишете десетичните дроби със смесени числа.
- | | | | |
|-----------|---------|-------|-------|
| а) 4,3 | 9,5 | 16,8 | 119,4 |
| б) 2,05 | 1,32 | 6,72 | 0,32 |
| в) 35,002 | 100,501 | 7,999 | 0,005 |

- ④ Равни ли са числата?

а) $3,14$ и $3\frac{7}{50}$ б) $29,005$ и $29\frac{1}{100}$ в) $2,003$ и $2\frac{3}{100}$

Превръщане на обикновена дроб в десетична

Разширяваме обикновената дроб до дроб със знаменател 10, 100, 1000 и т.н. или делим числителя на знаменателя.

Например: $\frac{15}{4} = \frac{15 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{375}{100}$ или $15 : 4 = 3,75$.

При делението може да получим и безкрайна периодична дроб.

Например: $\frac{4}{3} = 4 : 3 = 1,3333\dots = 1,(3)$.

- ⑤ Запишете с десетична дроб, като ползвате калкулятор при делението.

а) $\frac{14}{75}$ б) $\frac{3}{4}$ в) $\frac{17}{25}$ г) $18\frac{7}{50}$ д) $256\frac{1}{200}$

- ⑥ Коя от обикновените дроби се записва с крайна и коя – с безкрайна периодична десетична дроб? Извършете делението с калкулятор.

а) $\frac{5}{6}$ б) $\frac{13}{176}$ в) $\frac{125}{4}$ г) $\frac{23}{40}$ д) $\frac{35}{3}$

- ⑦ Запишете с десетична дроб и определете периода, ако има такъв.

а) $\frac{4}{3}$ б) $3\frac{41}{39}$ в) $\frac{2}{9}$ г) $\frac{1}{27}$ д) $\frac{119}{27}$

- ⑧ Кои от дробите $\frac{4}{5}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{11}{24}$; $\frac{47}{50}$; $\frac{3}{25}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{56}{175}$; $\frac{1}{125}$ може да запишем с крайна десетична дроб?

- ⑨ Превърнете обикновените дроби $\frac{5}{6}$; $\frac{2}{3}$ и $\frac{75}{16}$ в десетични. Използвайте калкулятор. Кои от тях са крайни десетични дроби? Кои са безкрайни периодични десетични дроби?

ПРОЦЕНТ. НАМИРАНЕ НА ПРОЦЕНТ ОТ ЧИСЛО

Една стотна част от някакво количество (или число) наричаме процент от него.

Записваме 1% и четем: един процент, т.е. $1\% = \frac{1}{100} = 0,01$.

Тогава $5\% = \frac{5}{100} = 0,05$; $23,7\% = \frac{23,7}{100} = 0,237$;

$230\% = \frac{230}{100} = 2,3$; $148\% = \frac{148}{100} = 1,48$.

1) Запишете с проценти.

а) $\frac{151}{100}$ б) $\frac{160}{100}$ в) $\frac{39}{100}$ г) $\frac{6}{100}$ д) $\frac{96}{100}$

2) Запишете с проценти.

а) 0,23 б) 0,08 в) 2,3 г) 0,45 д) 0,15

Записваме проценти с дроб, като делим процентите на 100.

Например: $32\% = \frac{32}{100}$; $121\% = \frac{121}{100}$; $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; $100\% = 1$.

3) Запишете с обикновена или с десетична дроб.

а) 7%, 50%, 75%, 93% б) 100%, 120%, 150%, 200%
в) 6,5%, 3,2%, 1,52%, 7,03% г) 0,03%, 1,506%, 0%

Понякога използваме и по-малки части от цялото – хилядни:

$\frac{1}{1000}$ наричаме **промил** и означаваме със символа ‰.

4) Каква част от промила е процентът? А обратното?

5) Запишете с промили.

а) $\frac{5}{1000}$, $\frac{21}{1000}$, $\frac{427}{1000}$, $\frac{5321}{1000}$ б) $\frac{28}{100}$, 35%, 17%

6) Запишете с проценти.

а) 150‰, 148‰, 5‰ б) $\frac{1}{10}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{8}{25}$, $\frac{9}{50}$

Намиране на процент от число

Ако А е произволно число, 8% от А (8 процента от А) са $\frac{8}{100}$ от А. С десетични дроби записваме така: $0,08 \cdot А$.

7) Картофите съдържат 20% нишесте. Колко килограма нишесте може да се получат от 750 кг картофи?

Решение: $20\% \text{ от } 750 = \frac{20}{100} \cdot 750 = \frac{750}{5} = 150 \text{ кг}$.

Може да решим задачата и така: $20\% \text{ от } 750 = 0,2 \cdot 750 = 150$. Следователно от 750 кг картофи ще се получат 150 кг нишесте.

Какво значи да увеличим или намалим дадено число с определени проценти?

1. Нека увеличим числото 50 с 40%.

Тъй като $40\% \text{ от } 50 = 0,40 \cdot 50 = 20$, увеличението е с 20. Следователно $50 + 40\% \text{ от } 50 = 50 + 0,40 \cdot 50 = 50 + 20 = 70$.

Като увеличим 50 с 40%, ще получим 70.

2. Нека намалим 50 с 40%.

$50 - 40\% \text{ от } 50 = 50 - 0,40 \cdot 50 = 50 - 20 = 30$.

Като намалим 50 с 40%, ще получим 30.

8) Гражданин вложил в банка 10 000 лв. на едногодишен влог с 5,5% лихва.

а) Каква лихва ще получи гражданинът в края на годината?
б) Колко лева ще има той в сметката си след този срок?

9) Семейство внесло в банка 6000 лв. на едномесечен влог с 2,3% лихва. На колко лева ще нарасне внесената сума за 1 месец?

10) Стока за 100 лв. първоначално е увеличена с 4%, а по-късно е намалена с 4%. Намерете цената на стоката след намалението.

Решение: Увеличението на стоката е $0,04 \cdot 100 = 4$ лв. Тогава цената след увеличението е $100 + 4 = 104$ лв. Намалението е $0,04 \cdot 104 = 4,16$ лв. Тогава цената след намалението е $104 - 4,16 = 99,84$ лв.

11) Преди обед температурата в град Кнежа била -20°C . До обед се повишила с 30%, а следобед се понижила с 20%. Колко градуса е била температурата следобед?

12) Хладилник струвал 640 лв. Първото тримесечие увеличили цената му с 15%, а второто тримесечие намалили цената му с 15%. Каква е цената на хладилника след намалението?

13) Автомобил струва в началото 25 000 лв. След първата година цената му пада с 15%, след втората – с 10%, а след третата година – с още 5%. Каква е цената на автомобила след третата година?

14) Държавен служител имал заплата 540 лв. Първо получил 5% увеличение на заплата си, а след време – още 6,5%. Каква е заплата му след двете увеличения?

Намиране на число по негов процент

Намирането на число по негов процент е задача за намиране на число по дадена негова част.

15) При раждането си малкото жирафче е високо 1,60 м. Това е 26% от височината на жирафа. Колко е висок жирафът?

Решение: Ако означим височината на жирафа с x , то 26% от $x = 1,60$, т.е. $0,26 \cdot x = 1,60$ и $x = 1,60 : 0,26 = 6,153... \approx 6,2$.

Височината на жирафа е около 6,2 м.

16) За февруари семейство платило 120 лв. за електроенергия. Това е 15% от месечния му доход. Определете месечния доход на семейството.

17) В едно жилище детската стая е 12 кв. м. Това е 18% от площта на цялото жилище. Колко квадратни метра е холът, ако той е 25% от цялата жилищна площ?

18) Таня прочела 96 страници от книга. Колко страници е книгата, ако:
а) прочетената част е 30% от нея;
б) непрочетената част е 76% от нея?

19) При изпичане кафето губи 35% от масата си. Колко килограма кафе трябва да изпечем, за да получим 780 г готово кафе?

ДРОБИ – ОБОБЩЕНИЕ

Записване на дроби:

а) неправилна дроб като смесено число: $\frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$, $21 : 8 = 2$ (ост. 5);

б) смесено число като неправилна дроб: $5\frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{23}{4}$;

в) десетична дроб като обикновена дроб: $0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, $5,7 = \frac{57}{10} = 5\frac{7}{10}$;

г) обикновена дроб като десетична дроб: $\frac{23}{5} = \frac{46}{10} = 4,6$.

Сравняване на дроби: с равни знаменатели: $\frac{2}{13} < \frac{5}{13}$, защото $2 < 5$;
с равни числители: $\frac{2}{5} < \frac{2}{3}$, защото $5 > 3$; с различни числители или знаме-

натели: $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{6} < \frac{5}{6}$, защото $4 < 5$.

Процент: $1\% = \frac{1}{100} = 0,01$, $21\% = \frac{21}{100} = 0,21$.

Десетични гроби

Четем: 785 цяло и 643 хилядни.



Сравняване

$68,75 < 100,01$ $68,75 < 68,8$ $68,75 < 68,76$ $68,75 < 68,754$

Свойства

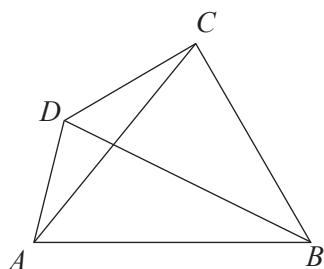
$4,08 = 4,080 = 4,0800$ и т.н. (прибавяне на нули)

$96,4000 = 93,400 = 93,40 = 93,4$ и т.н. (премахване на нули)

$579,438 \begin{cases} \cdot 10 = 5794,38 \\ \cdot 100 = 57\,943,8 \\ \cdot 1000 = 579\,438 \end{cases}$ Преместваме десетичната запетая надясно.

$675,03 \begin{cases} : 10 = 67,503 \\ : 100 = 6,7503 \\ : 1000 = 0,67503 \end{cases}$ Преместваме десетичната запетая наляво.

ЛИЦЕ НА ПРАВОЪГЪЛНИК И КВАДРАТ. МЕРНИ ЕДИНИЦИ (ПРЕГОВОР)



Четириъгълникът има 4 върха – A, B, C, D , 4 страни – AB, BC, CD, DA , и два диагонала – AC и BD .

Съседни страни наричаме тези с общ връх. **Срещуположни страни** са тези, които нямат общ връх.

Обиколка е сумата от дължините на всички страни. Означаваме я с P .

За четириъгълника $ABCD$ обиколката е $P = AB + BC + CD + DA$.

Ако всичките ъгли на един четириъгълник са прави, го наричаме **правоъгълник**.

Фигурата $ABCD$ от чертежа вляво е правоъгълник.

Срещуположните страни във всеки правоъгълник са равни:

$$AB = CD \text{ и } BC = AD.$$

Всички ъгли в правоъгълника са прави:

$$\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90^\circ.$$

Измеренията на правоъгълника са: a – дължина, и b – ширина.

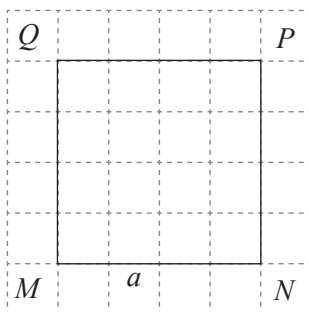
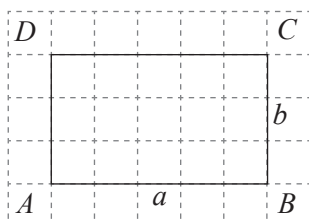
$$P = 2a + 2b; S \text{ – лице на } ABCD; S = a \cdot b$$

① Намерете обиколката и лицето на правоъгълника $ABCD$, ако страната на едно квадратче е 1 см.

Квадратът е правоъгълник с равни страни. $MNPQ$ е квадрат.

$$P = 4a, S = a \cdot a$$

② Намерете обиколката и лицето на $MNPQ$, ако страната на едно квадратче е 2 см.



Мерни единици за лице

	КВ. М	КВ. ДМ	КВ. СМ	КВ. ММ
КВ. М	1	100	10 000	1 000 000
КВ. ДМ	$\frac{1}{100}$	1	100	10 000
КВ. СМ	$\frac{1}{10\,000}$	$\frac{1}{100}$	1	100

За измерване на земни участъци (парцели, ниви и др.) използваме мерките за площ **ар** (a), **декар** ($дка$) и **хектар** ($ха$).

$$1 \text{ а} = 100 \text{ кв. м}$$

$$1 \text{ дка} = 10 \text{ а} = 1000 \text{ кв. м}$$

$$1 \text{ ха} = 10 \text{ дка} = 100 \text{ а} = 10\,000 \text{ кв. м}$$

③ Намерете обиколката и лицето на правоъгълник със страни:

а) $a = 0,6$ м и $b = 42$ см;

б) $a = 72$ см и $b = 5$ дм;

в) $a = 12$ см и $b = 50$ мм.

④ Правоъгълник има страни 12 см и 3 см. Намерете лицето на квадрат, обиколката на който е равна на обиколката на правоъгълника.

⑤ От руло тапети с ширина 50 см и дължина 10 м отрязали 2 м. Колко квадратни метра тапети са останали?

⑥ Лицето на правоъгълна пластинка е 6,72 кв. см, а едната ѝ страна е 3,2 см. Колко сантиметра е:

а) другата ѝ страна;

б) обиколката на пластинката?

⑦ Правоъгълна нива има дължина 740 м и ширина 110 м.

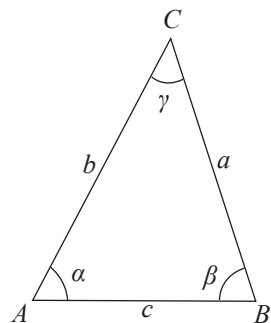
а) Колко метра ограда са необходими за ограждането на нивата?

б) Каква е площта ѝ?

в) Ако нивата е засята с царевица и добивът от един декар е 520 кг, колко килограма царевица е добивът от нивата?

ОСНОВНИ ГЕОМЕТРИЧНИ ФИГУРИ. ТРИЪГЪЛНИК. ВИДОВЕ ТРИЪГЪЛНИЦИ (ПРЕГОВОР)

Фигурата ABC наричаме триъгълник.



Триъгълникът има: **3 върха** – A, B, C ;
3 страни – AB, BC, CA ;
3 ъгъла – $\sphericalangle BAC, \sphericalangle ABC, \sphericalangle ACB$, или
 $\sphericalangle A, \sphericalangle B, \sphericalangle C$, или α, β, γ .

Означенията на страните са:

a – срещу върха A ;

b – срещу върха B ;

c – срещу върха C .

За означаване на триъгълник използваме знака Δ .

① Намерете обиколката на ΔABC , ако $a = 12,6$ см, $b = 10,3$ см и $c = 8,1$ см.

Според ъглите триъгълниците са:

остроъгълен – има три остри ъгъла;

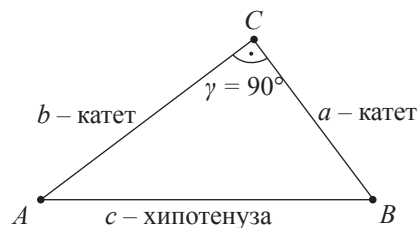
правоъгълен – има един прав и два остри ъгъла;

тъпоъгълен – има един тъп и два остри ъгъла.

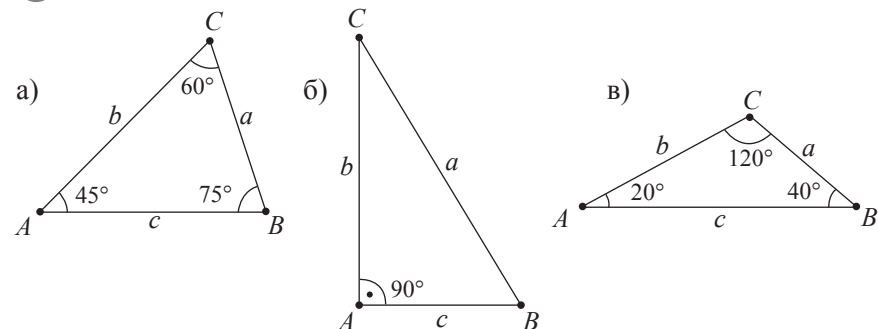
Елементите на правоъгълния триъгълник са:

хипотенуза – страната срещу правия ъгъл;

катети – другите две страни.



② Определете вида на триъгълника според ъглите му.



Според страните триъгълниците са:

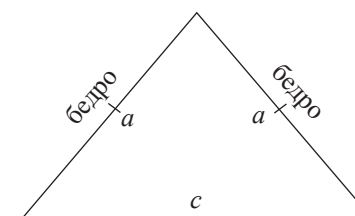
разностранен – трите страни са различни;

равнобедрен – две от страните са равни;

равностранен – трите страни са равни.

Елементите на равнобедрен триъгълник са:

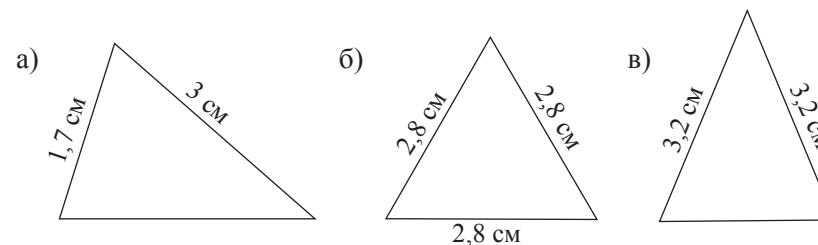
основа – c , **бедрa** – a (равните страни).



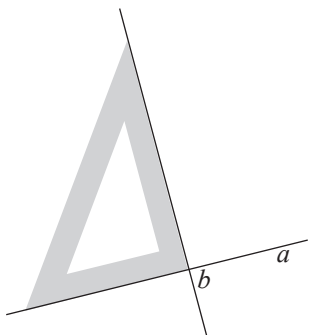
③ Равнобедрен триъгълник има основа с дължина $c = 5,4$ см и бедро, два пъти по-голямо от основата. Намерете обиколката на триъгълника.

④ Равнобедрен триъгълник има основа 4,2 см и обиколка 12,8 см. Намерете бедрата му.

⑤ Определете вида на всеки триъгълник според страните му.

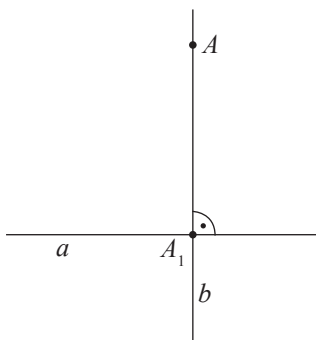


РАЗСТОЯНИЕ ОТ ТОЧКА ДО ПРАВА. ВИСОЧИНИ В ТРИЪГЪЛНИК



Ако правите a и b се пресичат и всеки от образуваните ъгли е прав, казваме, че правите a и b са **перпендикулярни**.

Записваме: $a \perp b$.



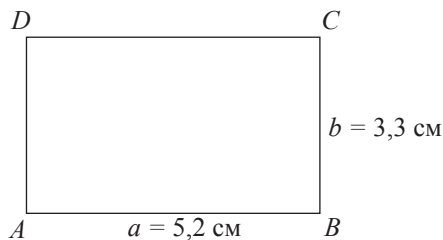
През точката A е начертана правата b , перпендикулярна на правата a . Правите a и b се пресичат в точката A_1 .

Дължината на отсечката AA_1 наричаме **разстояние от точката A до правата a** .

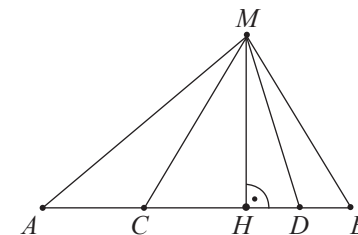
За да намерим **разстоянието от точка до права**, начертаваме права през точката, перпендикулярна към правата, и намираме разстоянието от точката до пресечната точка на двете прави.

① Страните на правоъгълника $ABCD$ са 5,2 см и 3,3 см. Намерете разстоянието от:

- върха D до правите AB и BC ;
- върха C до правите AD и BC .



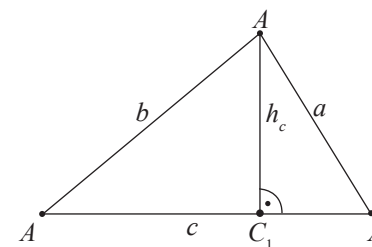
② Измерете и сравнете отсечките MA , MB , MC и MD с разстоянието от точка M до правата a .



Разстоянието от точка до права е най-късото разстояние от точката до точките върху правата.

В $\triangle ABC$ е построена отсечка от върха C , перпендикулярна към срещуположната страна.

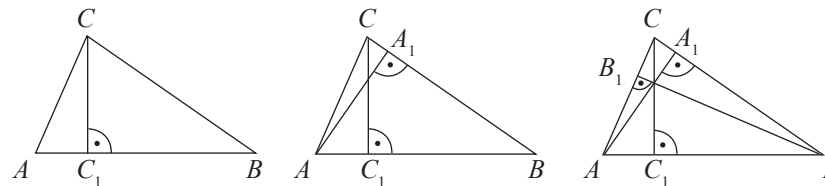
Отсечката CC_1 наричаме **височина** на $\triangle ABC$ през върха C .
Означаваме я с h_c .



Всеки триъгълник има три височини – към трите му страни.

③ Начертайте остроъгълен триъгълник и трите му височини.

Решение:

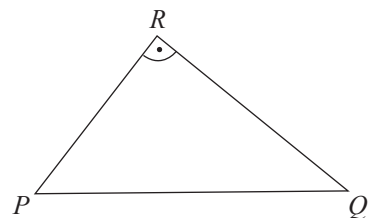


Трите височини на триъгълника се пресичат в една точка.

④ Начертайте правоъгълен и тупоъгълен триъгълник и постройте височините им.

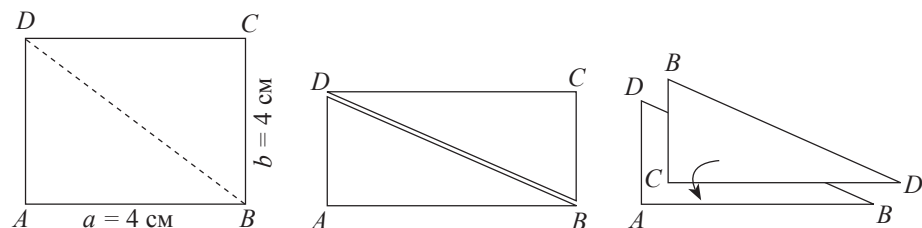
ЛИЦЕ НА ПРАВОЪГЪЛЕН ТРИЪГЪЛНИК. ЛИЦЕ НА ТРИЪГЪЛНИК

- ① Посочете катетите и хипотенузата на триъгълника PQR .



- ② Правоъгълникът $ABCD$ има страни $a = 4$ см и $b = 3$ см. Намерете лицето на правоъгълния $\triangle ABD$.

Решение: Начертайте на лист хартия правоъгълника $ABCD$. Разрежете го по диагонала BD . Нанесете $\triangle BCD$ върху $\triangle DAB$ по посочения начин.



Виждаме, че двата триъгълника съвпадат, т.е. имат равни лица. Затова лицето на всеки от двата правоъгълни триъгълника е половината от лицето на правоъгълника $ABCD$,

$$\text{т.е. } S_{\triangle ABD} = \frac{S_{ABCD}}{2} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ кв. см.}$$

Лицето S на правоъгълен триъгълник с катети a и b е $S = \frac{a \cdot b}{2}$.

- ③ Пресметнете лицето на правоъгълен триъгълник с катети:
а) $a = 6$ см и $b = 8$ см;
б) $a = 5$ дм и $b = 1,2$ дм.
- ④ Намерете лицето на правоъгълен равнобедрен триъгълник с катет 6 см.

- ⑤ Намерете катета на правоъгълен триъгълник с лице 32 кв. м и втори катет 80 дм. Какъв е триъгълникът?

- ⑥ Правоъгълен триъгълник има катети $a = 3$ м, $b = 4$ м и хипотенуза $c = 5$ м. Намерете S и h_c .

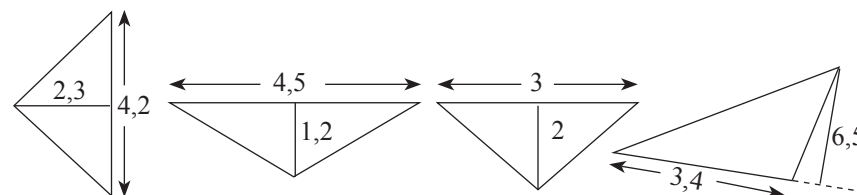
Лице на произволен триъгълник ABC се пресмята по формулата:

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}.$$

- ⑦ За $\triangle ABC$ намерете:
а) S , ако $a = 10$ см, $h_a = 4,2$ см;
б) b , ако $S = 8,25$ кв. см, $h_b = 2,75$ см;
в) h_c , ако $S = 492$ кв. см, $c = 12,3$ дм.
- ⑧ За $\triangle ABC$ намерете S , ако $b = 16$ см, $h_b = 5,5$ см.
- ⑨ За $\triangle ABC$ знаем, че $a = 17$ см, $h_a = 24$ см и $b = 25$ см. Намерете h_b .
- ⑩ Намерете лицето на равнобедрен триъгълник с обиколка 16 м, бедро 5 м и височина към основата 4 м.
- ⑪ Намерете пропуснатите числа.

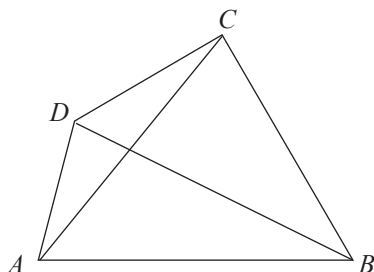
a	h_a	S
0,5 дм	5,4 дм	?
7,1 см	?	36,92 кв. см
?	4,9 м	24,01 кв. м

- ⑫ Пресметнете лицата на триъгълниците, ако измеренията са дадени в една и съща мерна единица.



ЧЕТИРИЪГЪЛНИК. ОБИКОЛКА НА ЧЕТИРИЪГЪЛНИК. ЛИЦЕ НА ЧЕТИРИЪГЪЛНИК

Четириъгълникът е фигура с 4 ъгъла и 4 върха.



Елементи на четириъгълника $ABCD$:
 върхове – A, B, C, D ;
 срещуположни върхове – A и C, B и D ;
 страни – AB, BC, CD, DA ;
 срещуположни страни –
 AB и CD, AD и BC ;
 съседни страни – AB и BC, AB и AD ;
 диагонали – AC и BD .

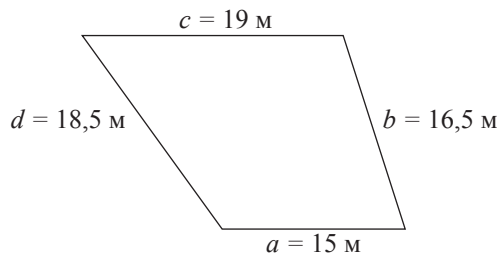
Диагонал на четириъгълник е отсечка, която съединява два срещуположни върха на четириъгълника.

1 Начертайте четириъгълник и посочете елементите му.

Обиколка на четириъгълник е сумата от дължините на всички страни. За четириъгълника $ABCD$ обиколката е $P = AB + BC + CD + DA$.

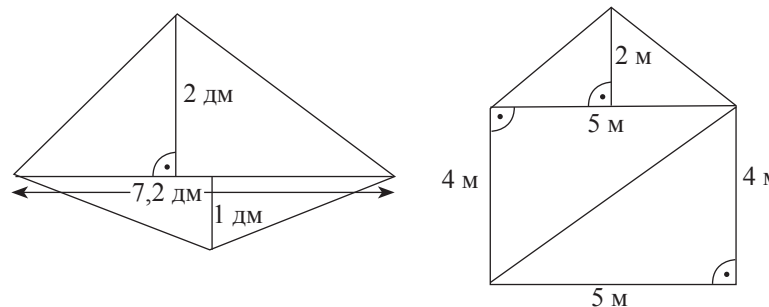
2 Намерете обиколката на четириъгълника $ABCD$, ако $AB = 4$ см, $BC = 3,3$ см, $CD = 2,2$ см и $DA = 1,8$ см.

3 Колко метра мрежа е необходима за ограда на градина във формата на четириъгълник, с дължини на страните, показани на чертежа.

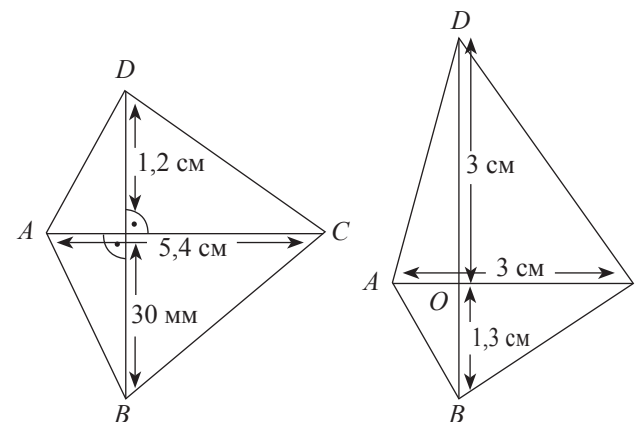
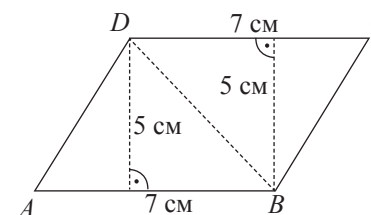


Лицето на четириъгълник е сумата от лицата на триъгълниците, на които е разрязан.

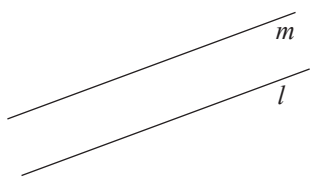
4 Намерете лицата на начертаните фигури.



5 Намерете лицата на четириъгълниците.

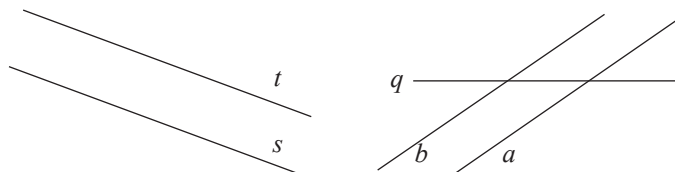


УСПОРЕДНИ ПРАВИ. УСПОРЕДНИК. РОМБ



Правите l и m нямат обща точка.
Казваме, че l и m са **успоредни**.
Означаваме с $l \parallel m$.

1) Кои от начертаните прави са успоредни?

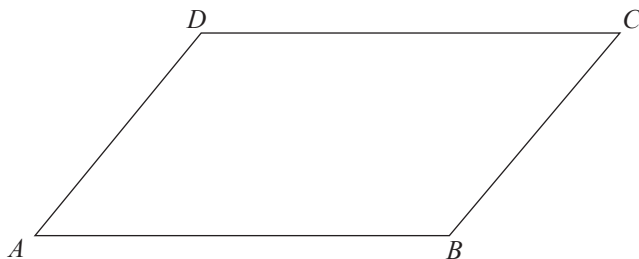


Четириъгълник с успоредни срещуположни страни наричаме **успоредник**.

$ABCD$ е успоредник, ако $AB \parallel DC$ и $AD \parallel BC$.

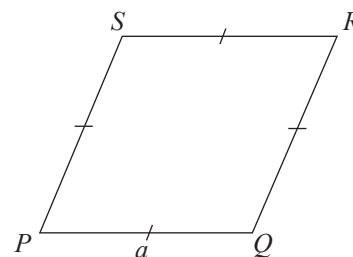
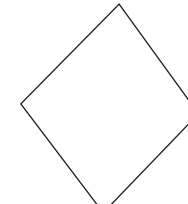
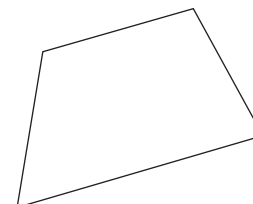
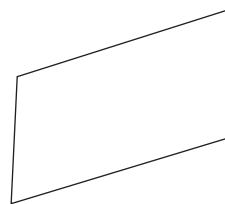
В правоъгълника и квадрата срещуположните страни са успоредни, затова те също са успоредници.

2) Измерете срещуположните страни на успоредника $ABCD$ и ги сравнете.



Срещуположните страни на успоредника са равни: $AB = DC$, $AD = BC$.

3) Кои от начертаните четириъгълници са успоредници?



Успоредник с четири равни страни наричаме **ромб**.

$$PQ = QR = RS = SP = a$$

Обиколката на ромб е $P = a + a + a + a$,
т.е. $P = 4 \cdot a$.

4) Вярно ли е?

- а) Всеки успоредник е ромб.
- б) Всеки ромб е успоредник.
- в) Всеки квадрат е ромб.
- г) Всеки правоъгълник е успоредник.

5) За ромб намерете:

- а) P , ако $a = 10,8$ см;
- б) a , ако $P = 49,6$ дм;
- в) a , ако $P = 17,4$ м.

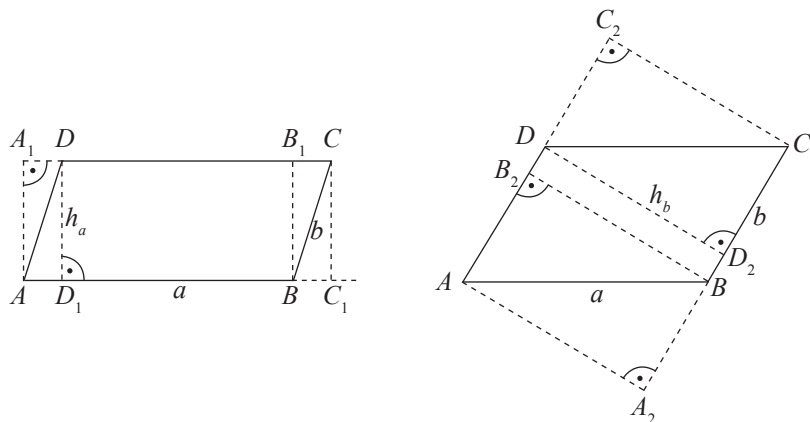
6) Върху квадратна мрежа начертайте:

- а) успоредник;
- б) ромб

ОБИКОЛКА НА УСПОРЕДНИК. ЛИЦЕ НА УСПОРЕДНИК

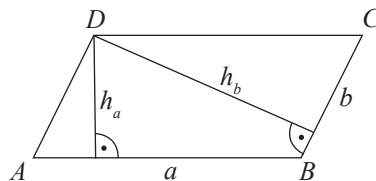
Обиколката на успоредник е $P = a + b + a + b = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 2 \cdot (a + b)$.

- 1) Намерете обиколката на успоредник със страни 25 см и 16 см.
- 2) Намерете обиколката на успоредник, ако $a = 2,8$ см, $b = 3,2$ см.
- 3) За успоредник пресметнете:
 - а) P , ако $a = 4,2$ дм и $b = 5$ дм 7 см;
 - б) b , ако $P = 52$ дм и $a = 16,5$ дм;
 - в) a , ако $P = 62$ м и $b = 20,8$ м.



На чертежите виждаме, че $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = h_a$, като разстояния между успоредните прави AB и CD , а $AA_2 = BB_2 = CC_2 = DD_2 = h_b$, като разстояния между успоредните прави AD и BC .

Перпендикулярите h_a и h_b от връх на успоредника към страните му a и b наричаме **височини на успоредника** през този връх.



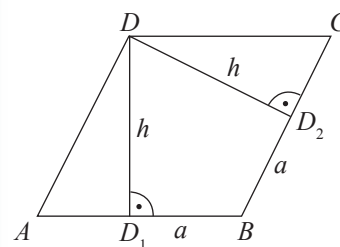
Лицето на успоредник намираме по формулата:

$$S = a \cdot h_a \text{ или } S = b \cdot h_b$$

- 4) Намерете S на успоредник, ако:
 - а) $a = 7,2$ см, $h_a = 5$ см;
 - б) $b = 0,5$ дм, $h_b = 6,4$ см;
 - в) $a = 5,9$ м и $h_a = 3$ м и 4 см.
- 5) Намерете пропуснатите числа в таблицата.

a (м)	h_a (м)	S кв. м
4,5	2,3	?
?	3,7	8,14
2,8	?	4,2

- 6) За успоредника $ABCD$ намерете h_a , ако $a = 51$ см и $S = 11,73$ кв. дм.

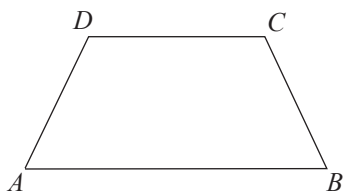


Височините на ромба са равни – $DD_1 = DD_2 = h$.

Тогава лицето на ромб със страна a и височина h е $S = a \cdot h$.

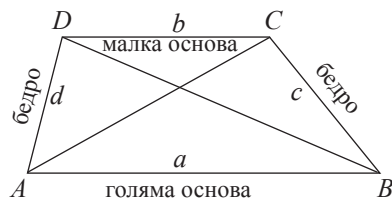
- 7) Може ли да има ромб със страна 4,2 см и височина 5,3 см?
- 8) Пресметнете лицето на ромб със страна 18,8 м и височина 5,3 м.
- 9) За ромба $ABCD$ намерете h , ако $a = 16$ дм и $S = 96,32$ кв. дм.

ТРАПЕЦ. ВИДОВЕ ТРАПЕЦИ



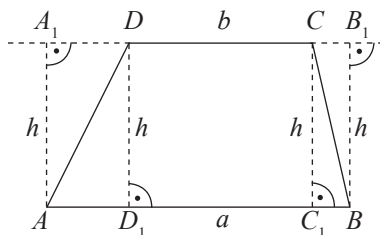
Четириъгълник, на който две срещуположни страни са успоредни, а другите две не са успоредни, наричаме **трапец**.

Елементи на трапеца:
 A, B, C и D – върхове;
 $\sphericalangle BAD, \sphericalangle ABC, \sphericalangle BCD$ и $\sphericalangle ADC$ – ъгли.

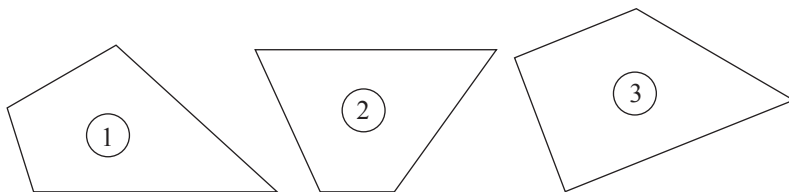


Успоредните страни на трапеца наричаме **основи** – $AB \parallel CD$,
 $a = AB$ – **голяма основа**, и $b = CD$ – **малка основа**.
 Неуспоредните страни наричаме **бедра**.
 $AD = d$ и $BC = c$ са **бедра**.
 AC и BD – **диагонали** на трапеца.

h – **височина**, $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = h$, където h е разстоянието между успоредните прави AB и CD .



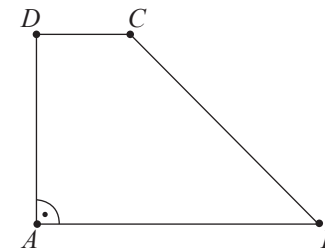
1) Кои от начертаните фигури са трапеци?



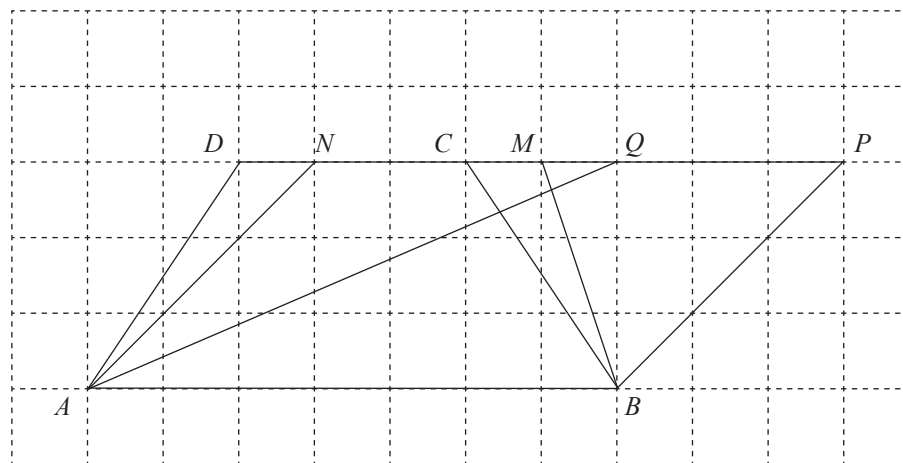
Трапец, чиито бедра са равни, наричаме **равнобедрен**.
 $AD = BC$

Трапец, който има **прав ъгъл**, наричаме **правоъгълен**.

Височината в правоъгълен трапец е равна на бедрото му при правите ъгли.
 За $ABCD \sphericalangle BAD = 90^\circ$.
 AD – височина

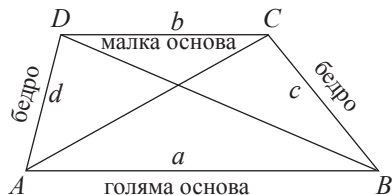


- 2) Начертайте на квадратна мрежа:
 - а) правоъгълен трапец с основи $a = 6$ см и $b = 4,5$ см и височина $h = 1,5$ см;
 - б) равнобедрен трапец с височина $h = 4$ см и основи 13,5 см и 7,5 см.
- 3) Върху лист с успоредни редове начертайте правоъгълен трапец с основи $a = 6$ см и $b = 3$ см и височина 4 см.
- 4) Намерете лицата на трите трапеца $ABCD, ABMN$ и $ABPQ$. Сравнете получените резултати.



ОБИКОЛКА И ЛИЦЕ НА ТРАПЕЦ

За трапеца $ABCD$ обиколката намираме по формулата:
 $P = AB + BC + CD + DA = a + b + c + d$.



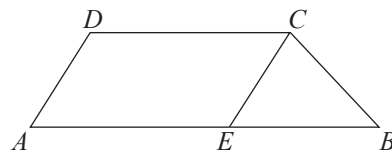
1 Основите на трапец са $a = 12$ см и $b = 4$ см, а бедрата му са $c = 4,25$ см и $d = 3,75$ см. Намерете обиколката му.

2 Основите на равнобедрен трапец са $a = 15$ см и $b = 6$ см, а бедроту му $c = 5,3$ см. Намерете обиколката му.

3 Намерете бедрата на равнобедрен трапец, ако обиколката му е $P = 5,6$ дм, а сборът от основите му е 36 см.

4 За равнобедрения трапец $ABCD$ $a + b = 10,4$ дм, а $P = 200$ см. Намерете бедрата на трапеца.

5 В трапеца $ABCD$ през върха C е построена отсечката CE , успоредна на AD . Обиколката на $\triangle BCE$ е 3 см, а $CD = 1,2$ см. Намерете обиколката на трапеца.



6 Намерете основите на равнобедрен трапец, ако обиколката му е $P = 7,8$ дм, бедроту му е 18 см, а голямата му основа е 2 пъти по-голяма от малката му основа.

Лице на трапец намираме по формулата $S = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$.

7 Намерете лицето на трапец, ако:
 а) $a = 15$ см и $b = 7,4$ см и $h = 5$ см;
 б) $a = 2$ дм, $b = 0,6$ дм, $h = 1$ дм;
 в) $a = 230$ мм, $b = 12$ см, $h = 0,8$ дм.

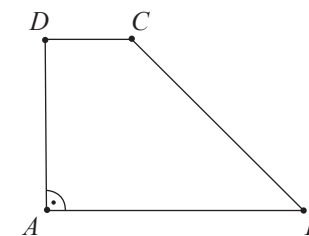
8 За трапец намерете:
 а) h , ако $S = 240$ кв. см, $a = 27,3$ см, $b = 12,7$ см;
 б) h , ако $S = 128$ кв. м, $a + b = 32$ м;
 в) b , ако $S = 56$ кв. м, $a = 20$ м, $h = 4$ м;
 г) a , ако $S = 600$ кв. мм, $b = 20$ мм, $h = 20$ мм.

9 За трапец намерете:
 а) S , ако $a + b = 8,12$ см и $h = 6$ см;
 б) a , ако $P = 7$ м, $b = 1,4$ м, $c = 1,3$ м, а бедроту d е с $0,2$ м по-голямо от c .

10 Намерете бедроту c на равнобедрен трапец, ако $S = 42$ кв. см, $h = 6$ см и $P = 29$ см.

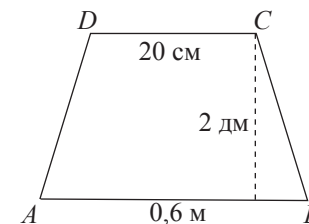
11 Парцел има форма на трапец с основите $a = 60$ м и $b = 15$ м и височина $h = 20$ м. Пресметнете стойността на парцела, ако 1 кв. м струва 80 лв.

12 Намерете лицето на правоъгълния трапец $ABCD$, ако $AB = 5,6$ см, $DC = 2,6$ см и $AD = 5$ см.



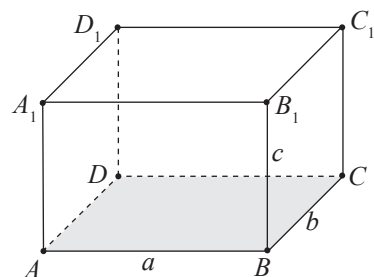
13 Кое от дадените лица е лице на трапеца $ABCD$?

а) 80 кв. см
 б) 8 кв. дм
 в) 20,6 кв. дм
 г) 1 кв. м



14 Намерете разстоянието от къщата до парка, ако дворното място е с форма на правоъгълен трапец и има площ 695,25 кв. м.

ПРАВОЪГЪЛЕН ПАРАЛЕЛЕПИПЕД. КУБ. ЛИЦЕ НА ПОВЪРХНИНА НА ПРАВОЪГЪЛЕН ПАРАЛЕЛЕПИПЕД



Тялото $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ наричаме **правоъгълен паралелепипед**.

За краткост може да казваме и само паралелепипед.

Елементи на правоъгълен паралелепипед:

Правоъгълниците наричаме **стени** на правоъгълния паралелепипед.

Върховете $A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1$ на правоъгълниците наричаме **върхове** на правоъгълния паралелепипед.

Страните на правоъгълниците наричаме **ръбове** на правоъгълния паралелепипед. Те са **основни** – $AB, BC, CD, DA, A_1 B_1, B_1 C_1, C_1 D_1, D_1 A_1$, и **околни** – AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 .

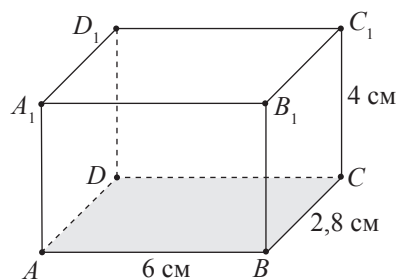
Един паралелепипед има **6 стени, 8 върха и 12 ръба**.

Дължините на ръбовете наричаме **размери** (или **измерения**) на паралелепипеда: a – **дължина**; b – **ширина**; c – **височина**.

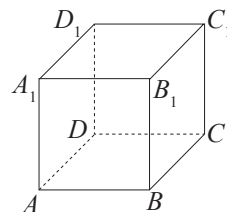
Срещуположните стени на паралелепипеда са еднакви правоъгълници.

① Измеренията на правоъгълен паралелепипед са дадени на чертежа. Определете всички ръбове, които имат дължина:

- а) 6 см; б) 2,8 см; в) 4 см.



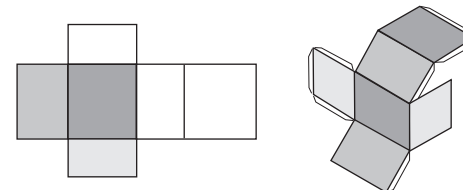
② Кутия за обувки с форма на паралелепипед с дължина 7,5 см, ширина 5 см и височина 5,5 см е облепена по ръбовете с тиксо. Колко сантиметра тиксо са употребени?



Правоъгълен паралелепипед с три равни измерения наричаме **куб**, т.е. всички ръбове на куба са равни, а страните му са еднакви квадрати.

③ Ако ръбът AB на куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ е 6,5 см, намерете сбора от дължините на всички ръбове.

Ако разрежем един паралелепипед и го разгнем, ще получим фигура, образувана от 6 правоъгълника, подобна на „кръст“. Тази фигура наричаме **развивка** на паралелепипеда.



Стените на паралелепипеда образуват **повърхнината** на паралелепипеда.

Сборът S_1 от лицата на стените на правоъгълен паралелепипед наричаме **лице на повърхнината на паралелепипеда**, т.е.

$S_1 = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$, където a, b и c са размерите на паралелепипеда. Размерите трябва да бъдат в една и съща мерна единица.

Сборът S от лицата на околните му стени е **лице на околната му повърхнина**, т.е. $S = P \cdot c$, където P е обиколката на основата.

За куб с ръб a : $S_1 = 6 \cdot a \cdot a$, $S = 4 \cdot a \cdot a$.

④ Пресметнете лицето на повърхнината и на околната повърхнина на правоъгълен паралелепипед с измерения:

- а) $a = 7$ см, $b = 50$ мм, $c = 0,5$ дм;
б) $a = 3$ дм, $b = 12$ см, $c = 100$ см.

⑤ Пресметнете лицето на повърхнината и на околната повърхнина на куб с ръб 2,5 дм. Изразете лицето в квадратни сантиметри.

⑥ Стъклен аквариум има формата на правоъгълен паралелепипед с дължина 50 см, ширина 40 см и височина 60 см. Колко квадратни метра стъкло са употребени за направата на стените и дъното на аквариума?

⑦ Иванови имат басейн с форма на правоъгълен паралелепипед. Размерите на басейна са: дължина 6 м, ширина 4 м и дълбочина 150 см. Колко квадратни метра плочки трябва за облицовката? Колко лева струва облицовката, ако цената на 1 кв. м е 25 лв., а работата струва по 12 лв. на кв. м?

ОБЕМ НА ПРАВОЪГЪЛЕН ПАРАЛЕЛЕПИПЕД. МЕРНИ ЕДИНИЦИ ЗА ОБЕМ

Обемът е мярка за сравняване на големините на телата.

За сравняване и пресмятане на обемите на телата използваме единични кубове със страни, равни на 1 см, 1 дм, 1 м и т.н.

1 кубичен сантиметър е обемът на куб със страна 1 см.

Записваме: **1 куб. см.**

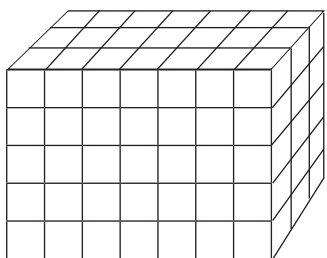
1 кубичен дециметър е обемът на куб със страна 1 дм.

Записваме: **1 куб. дм.**

1 кубичен метър е обемът на куб със страна 1 м.

Записваме: **1 куб. м.**

Числото, което показва колко пъти единичен куб се нанася в разглежданото тяло, наричаме **обем** на тялото и обикновено го означаваме с V .

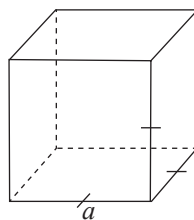


Паралелепипедът на чертежа съдържа 105 кубчета.

Ако кубчетата са с размер на ръба 1 см, обемът на паралелепипеда е 105 куб. см.

Обемът на куб с дължина на ръба a намираме по формулата:

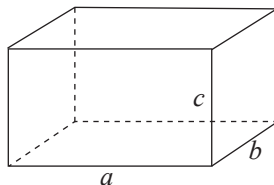
$$V = a \cdot a \cdot a.$$



Обемът на правоъгълен паралелепипед с размери a , b и c намираме по формулата $V = a \cdot b \cdot c$ (a , b и c трябва да бъдат в едни и същи мерни единици).

За измерване на обема на течности най-често използваме мярката за обем литър:

1 л = 1 куб. дм. = 1000 куб. см.



Мерни единици за обем

	куб. м	куб. дм	куб. см	куб. мм
куб. м	1	1000	1 000 000	1 000 000 000
куб. дм	$\frac{1}{1000}$	1	1000	1 000 000
куб. см	$\frac{1}{1\,000\,000}$	$\frac{1}{1000}$	1	1000
куб. мм	$\frac{1}{1\,000\,000\,000}$	$\frac{1}{1\,000\,000}$	$\frac{1}{1000}$	1

① Пресметнете обема на правоъгълен паралелепипед с измерения:

а) 4 м, 5 м, 8,5 м; б) 10 см, 2 дм, 300 мм;

в) 1 дм, 200 мм, 15 см.

② Обемът на правоъгълен паралелепипед е 182 куб. дм. Две от измеренията му са 10 дм и 52 см. Намерете:

а) третото измерение на паралелепипеда;

б) лицето на повърхнината му.

③ Намерете обема в литри на:

а) правоъгълен паралелепипед с измерения 6 дм, 80 см и 1,2 м;

б) куб с ръб 5 м.

④ Намерете обема на стая, ако площта на пода е 25 кв. м, а височината е 3,2 м.

⑤ Колко литра е вместимостта на басейн с форма на правоъгълен паралелепипед, ако размерите му са 8,5 м, 12 м и 160 см?

⑥ Физкултурен салон във формата на правоъгълен паралелепипед има размери 30 м, 20 м и 6 м. По колко кубически метра въздух се пада на всеки ученик, ако в салона има 30 ученици, а уредите и учениците заемат 42 куб. м?

⑦ Колко струва бетонът, нужен за отливане на 84 кв. м плоча на къща, ако дебелината на плочата е 15 см и 1 куб. м бетон струва 85 лв.?

ЗАДАЧИ С ПРАКТИЧЕСКО ПРИЛОЖЕНИЕ

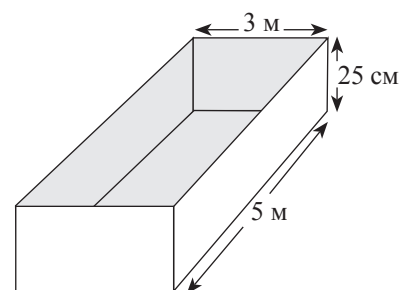
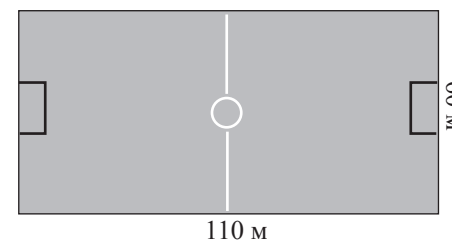
- ① Върху врата с размери 2 м и 90 см има прозорче с формата на квадрат с размер 50 см. Колко боя е необходима за боядисването на вратата, ако за 1 кв. м се изразходват 150 г боя?
- ② Лозе с площ 3 дка има форма на правоъгълник с дължина 50 м. Колко метра мрежа са необходими за ограждането му?
- ③ Стая е дълга 5 м, широка 4 м и висока 3 м. Колко квадратни метра са стените и таванът? Колко килограма латекс са необходими за тяхното боядисване, ако прозорците и вратата общо са 14 кв. м и ако за 1 кв. м се изразходват 180 г латекс?
- ④ Баня има дължина 2,5 м, ширина 2 м и височина 3 м. Ако една фаянсва плочка е с размери 20 см и 30 см, колко плочки са употребени за облицовката на банята?
- ⑤ Колко струва бетонът, необходим за отливане на плоча на къща с размери 16 м, 10 м и дебелина 20 см, ако 1 куб. м бетон струва 85 лв.?
- ⑥ Плувен басейн има дължина 20 м, ширина 12 м и дълбочина 2 м. Намерете колко правоъгълни плочки с размери 30 см и 20 см са необходими за облицоване на дъното на басейна и колко квадратни плочки с размер 20 см са необходими за облицоване на стените на басейна.
- ⑦ Стените на коридор с форма на правоъгълен паралелепипед трябва да се облицоват с гипсокартон. Коридорът е дълъг 13 м, широк 2 м, а височината му е 2,8 м. Площта на прозорците и вратата е 14 кв. м. Намерете колко квадратни метра гипсокартон са необходими за облицовката на коридора.
- ⑧ Един палет тухли има 10 реда по 15 тухли. Размерите на една тухла са 300 мм, 600 мм и 25 см. Намерете обема на палета в кубични метри.
- ⑨ Колко литра е вместимостта на аквариум с форма на правоъгълен паралелепипед, ако размерите му са: дължина 1,2 м, ширина 50 см и височина 60 см?

⑩ В резервоар с форма на правоъгълен паралелепипед има вода до височина 3 м. Дъното на резервоара е правоъгълник с дължина 8 м и ширина 5 м. Колко литра е водата в резервоара?

⑪ Обемът на тенекиена кутия за саламурено сирене е 5 л, а основата е квадрат с ръб 25 см. Намерете височината на кутията.

⑫ Благородни метали се изливат в блокчета с формата на правоъгълен паралелепипед с размери 8 см, 3 см и 2 см. Колко тежи едно такова блокче, ако е направено от злато и 1 куб. см злато тежи 19,3 г?

⑬ Футболно игрище е дълго 110 м и широко 60 м. През центъра му е начертана бяла линия, която разделя игрището на две полуигрища. Намерете обиколките и лицата на получените полуигрища.



⑭ Колко кубически метра пясък събира коритото на чертежа? При приготвянето на бетон Б20 с портландцимент 250 за 1 куб. м бетон трябва 0,56 куб. м пясък. Ако за строеж трябва 35 куб. м бетон, ще стигне ли пясъкът в коритото?

⑮ Басейн има формата на правоъгълен паралелепипед с дължина 3 м и ширина 2 м. За облицовка на две съседни стени са употребени 400 фаянсови плочки с размери 30 см и 10 см. Намерете височината на басейна. Колко литра е обемът на басейна?

⑯ Един човек изтеглил 30% от спестяванията си. По-късно той изтеглил още 35% от останалите спестявания, след което му останали 585 лв. Колко лева е имал първоначално?