

Пролетни математически състезания

26 март 2022 г.

Тема за 4. клас

Задача 1. (5 точки) Броят на учениците, които посетиха библиотеката в един ден е бил между 121 и 129. Измежду тях броят на момичетата е четири пъти по-голям от броя на момчетата. Колко момичета и колко момчета посетиха библиотеката в този ден?

Задача 2. (5 точки) Сборът на три числа е 2022. Като съберем първото и второто ще получим удвоената стойност на третото. Първото е по-голямо от второто със стойността на третото. Намерете трите числа.

Задача 3. (8 точки) Намерете най-близката дата след днешната 26.03.2022, която се записва с осем различни цифри.

Задача 4. (8 точки) Кои числа от 1 до 10 могат да се използват за дължини на страни на правоъгълник, на който обиколката му е равна на лицето му?

Задача 5. (12 точки) По колко различни начина от числата от 1 до 10 може да се избере част от тях, така че сборът на избраните числа да е 46? Всяко число може да се използва точно един път.

Задача 6. (12 точки) Нека $A = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9$, т.е. във всяко следващо събираемо след първото броят на деветките се увеличава с 1, а в последното събираемо броят на деветките е 99.

а) Колко пъти в сбора A се среща цифрата 1?

б) Кои са последните четири цифри на числото $A - 2022$?

Време за работа: 4,5 часа

Министерство на образованието и науката

Съюз на математиците в България

Пролетни математически състезания

26 март 2022 г.

4 клас

ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И ОЦЕНЯВАНЕ

Задача 1. (5 точки) Броят на учениците, които посетиха библиотеката един ден е бил между 121 и 129. Измежду тях броят на момичетата е четири пъти по-голям от броя на момчетата. Колко момичета и колко момчета посетиха библиотеката този ден?

Решение: Тъй като момичетата са четири пъти повече от момчетата, то всички ученици, посетили библиотеката, може да разделим на групи по 5, като във всяка група има по 4 момичета и по едно момче (2 т.). Броят на тези групи е броят на всички деца, разделен на 5. От числата между 121 и 129 такова е само числото 125 (1 т.). Броят на момчетата е $125:5=25$, тъй във всяка група има по 1 момче (1 т.). Сега момичетата са 100 (1 т.).

Задача 2. (5 точки) Сборът на три числа е 2022. Като съберем първото и второто ще получим удвоената стойност на третото. Първото е по-голямо от второто със стойността на третото. Намерете трите числа.

Решение: Сборът на трите числа 2022 е равен на утроената стойност на третото, т.е. $2022:3=674$ е третото число (2 т.). Понеже сборът на второто и третото число е равен на първото, то първото число е равно на половината на 2022, т.е. е равно на 1011 (2 т.). За второто остава $1011 - 674 = 337$ (1 т.).

Задача 3. (8 точки) Намерете най-близката дата след днешната 26.03.2022, която се записва с осем различни цифри.

Решение: Датата е 17.06.2345. За посочена дата с различни цифри – 3 т. За най-близката дата – 8 т.

Задача 4. (8 точки) Кои числа от 1 до 10 могат да се използват за дължини на страни на правоъгълник, на който обиколката му е равна на лицето му?

Решение: За всеки един от двата възможни правоъгълника, които са 4×4 и 3×6 , по **4** т.

Задача 5. (12 точки) По колко различни начина от числата от 1 до 10 може да се избере част от тях, така че сборът на избраните числа да е 46? Всяко число може да се използва точно един път.

Решение: Сборът на числата от 1 до 10 е 55. Ако една извадка от числа има сбор 46, то числата, които остават извън нея имат сбор $55 - 46 = 9$ (**6** т.). По тази причина е по-лесно да изброим по колко начина можем да изберем числа със сбор 9. Имаме $9, 8 + 1, 7 + 2, 6 + 3, 5 + 4, 6 + 2 + 1, 5 + 3 + 1, 4 + 3 + 2$, т.е. по **8** начина (**6** т.).

Задача 6. (12 точки) Нека $A = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9$, т.е. във всяко следващо събираемо след първото броят на деветките се увеличава с 1, а в последното събираемо броят на деветките е 99.

а) Колко пъти в сбора A се среща цифрата 1?

б) Кои са последните четири цифри на числото $A - 2022$?

Решение: а) Имаме $A = (10 - 1) + (100 - 1) + \dots + (10\dots0 - 1) = 111\dots1110 - 99 = 111\dots11011$.

Следователно броят на единиците е 99.

б) Последните четири цифри са 8989.

За намиране на числото $A - 4$ т.

За намиране на броя на 9-те $- 4$ т.

За намиране на последните четири цифри $- 4$ т.