МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

29 август 2022 г.

ОБЩООБРАЗОВАТЕЛНА ПОДГОТОВКА

ВАРИАНТ 1

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Ако $\log_3 x = \frac{1}{4}$**, то** x **е:**

А) $3^{\frac{1}{4}}$ Б) $\left(\frac{1}{4}\right)^3$ В) 3^4 Г) $\left(\frac{1}{3}\right)^4$

2. Множеството от решенията на неравенството $2^x < -4$ **е:**

А) $\varnothing$ Б) $(-\infty;-4)$ В) $\left(-\infty;-\frac{1}{4}\right)$ Г) $\left(\frac{1}{4};+\infty\right)$

3. Даден е успоредник ***ABCD*****. Ако** $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ **и** $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$**, то** $\frac{1}{2}\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}$ **е равно на:**

А) $\frac{3}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ Б) $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b}$ В) $2\vec{a}$ Г) $2\vec{b}$

4. Точка A **е от графиката на функцията** $y = 5^x + 2\lg x$**. Ако абсцисата на тази точка е равна на 1, то ординатата ѝ е:**

А) 2 Б) 5 В) 7 Г) невъзможно да се определи

5. Дефиниционното множество на функцията $y = 2^{\frac{1}{x}}$ **е:**

А) $(2;+\infty)$ Б) $(0;+\infty)$ В) $(-\infty;+\infty)$ Г) $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

6. Модата и медианата на извадката 5, 4, 4, 8, 3, 7, 3, 4, 9, 11, 6 са съответно:

А) 3 и 7 Б) 4 и 5 В) 4 и 7 Г) 3 и 5

7. Числената стойност на израза $-\sqrt[3]{-125}-(2\sqrt[3]{-2})^3$ **е:**

А) – 3 Б) 17 В) 21 Г) 11

8. Броят на корените на уравнението $\frac{x-1}{x}\sqrt{x^2+2x}=0$ **е:**

А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3

9. Числената стойност на израза $\log_{\sqrt{5}}\frac{1}{25\sqrt{5}}-5.5^{\log_5 16-1}$ **е:**

А) – 21 Б) – 9 В) – 80 Г) – 70

10. Броят на решенията на системата $\left|\begin{array}{l} x^2+y^2=5 \\ x^4+x^2y^2=20 \end{array}\right.$ **е:**

А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4

11. Множеството от стойностите на функцията $y=x^2-4$ **за** $x\in[-1;3]$ **е:**

А) $[-2;2]$ Б) $[-4;0]$ В) $[-4;5]$ Г) $[-3;5]$

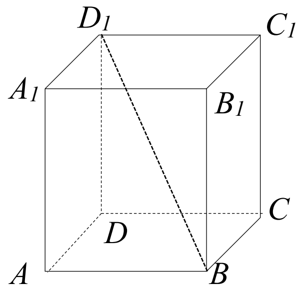
12. Дадени са функциите $f(x)=2x+3$ **и** $g(x)=ax+b$**. Ако** $g(x)$ **минава през точка** $A(0;7)$ **и графиките на двете функции са успоредни прави, то:**

А) $a=2;\ b=7$ Б) $a=2;\ b=0$ В) $a=-2;\ b=7$ Г) $a=-2;\ b=0$

13. Редицата $a_1, a_2, a_3,...$ **е геометрична прогресия, за която** $a_1=\frac{1}{4}$ **и** $a_7=16$**. Стойността на** a_3+a_4 **е:**

А) -1 Б) 2 В) 3 Г) – 1 или 3

14. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ **е правилна четириъгълна призма. Диагоналът** BD_1 **сключва с долната основа ъгъл 45°. Ако** $DD_1 = 6$ **cm, то обемът на призмата е равен на:**



А) $36\sqrt{2}$ cm^3

Б) $72\sqrt{2}$ cm^3

В) 108 cm^3

Г) 216 cm^3

15. **С цифрите 0, 1, 2 и 4 са записани всички възможни трицифрени числа с различни цифри. Каква е вероятността при избор на едно от тези числа, това число да е нечетно или по-малко от 200?**

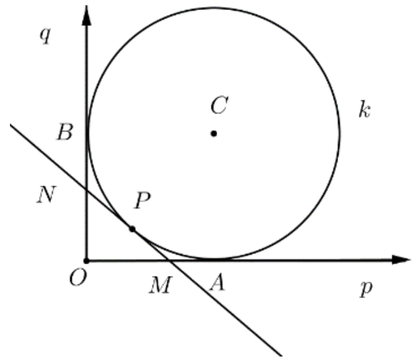
А) $\frac{2}{9}$ Б) $\frac{4}{9}$ В) $\frac{1}{3}$ Г) $\frac{5}{9}$

16. **Числената стойност на израза** $3\cdot\dfrac{\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\operatorname{cotg}\left(-\frac{2\pi}{3}\right)}{\sin\pi+\cos(-4\pi)}$ **е:**

А) $\sqrt{3}-3$ Б) $\sqrt{3}+3$ В) $3\left(\sqrt{3}-3\right)$ Г) $3\left(\sqrt{3}+3\right)$

17. **На чертежа окръжност** k **с център** C **се допира до раменете на** $\sphericalangle pOq = 90^\circ$ **в точки** A **и** B**. През точка** P **от дъгата** $\widehat{AB}$ **е построена допирателна към** k**, която пресича раменете на ъгъла** $\overrightarrow{Op}$ **и** $\overrightarrow{Oq}$ **съответно в точки** M **и** N**.**

Отношението на периметрите $\dfrac{P_{OACB}}{P_{OMN}}$ **е равно на:**



А) $4:1$

Б) $3:1$

В) $3:2$

Г) $2:1$

18. **В правоъгълен** $\triangle ABC$ $(\sphericalangle C = 90^\circ)$ **ъглополовящата на** $\sphericalangle BAC$ **пресича височината** CD **в точка** F **и** $CF = 3\sqrt{2}$ cm, $DF = \sqrt{2}$ cm**. Лицето на** $\triangle ABC$ **е равно на:**

А) 72 cm^2 Б) $36\sqrt{2}$ cm^2 В) $18\sqrt{2}$ cm^2 Г) 18 cm^2

19. Върху единичната окръжност $k(O; r = 1)$ е взета точка $M(0;1)$. Построена е точка $N \in k$, така, че ориентираният $\sphericalangle MON = -\frac{3\pi}{2} rad$. Координатите на N са:

А) $(-1;0)$ Б) $\left(0;-\frac{3\pi}{2}\right)$ В) $(0;-1)$ Г) $\left(-\frac{3\pi}{2};0\right)$

20. Равнините α и β се пресичат в правата l. Точката $M \in \alpha$ и разстоянието от M до l е 10 cm, а разстоянието от M до β е $5\sqrt{3}$ cm. Ъгълът между равнините α и β е:

А) $30°$ Б) $45°$ В) $60°$ Г) $90°$

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

29 август 2022 г.

ОБЩООБРАЗОВАТЕЛНА ПОДГОТОВКА

ВАРИАНТ 1

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 21. до 23. включително запишете в листа за отговори!

21. Дадени са уравненията:

(1) $\left|x^2+7x+10\right|=2$

(2) $25^x+10.5^{x-1}-3=0$

(3) $x^2\sqrt{2-x}=9\sqrt{2-x}$

а) Решете уравненията (1), (2) и (3).

б) Намерете средноаритметичното на корените на трите уравнения.

22. За 20-членна аритметична прогресия е известно, че за сумите $A=a_1+a_3+...+a_{17}+a_{19}$ **(сборът на членовете с нечетни номера) и** $B=a_2+a_4+...+a_{18}+a_{20}$ **(сборът на членовете с четни номера) са в сила равенствата** $B-A=110$ **и** $\sqrt{B}-\sqrt{A}=\sqrt{10}$**.**

Да се намерят:

а) A **и** B**;**

б) първият член a_1 **и разликата** d **на прогресията.**

23. Дадена е отсечка MN **с дължина 2 cm и точка** K**, лежаща на нея. Нека** S_1 **е лицето на равнобедрен правоъгълен триъгълник с хипотенуза** MK**, а** S_2 **е лицето на квадрат с дължина на страната** KN**.**

а) Ако $MK = x$**, да се изрази сбора** S_1+S_2 **като функция на** x**.**

б) Намерете дължината на катета на правоъгълния триъгълник, когато сборът S_1+S_2 **е най-малък.**

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ $\quad D=b^2-4ac \quad x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ при $D\geq 0$

$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ $\quad$ Формули на Виет: $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a} \quad x_1x_2=\dfrac{c}{a}$

Квадратна функция

Графиката на $y = ax^2 + bx + c$ е парабола с връх точката $\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{D}{4a}\right)$

Корен. Степен и логаритъм

$\sqrt[2k]{a^{2k}}=|a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}}=a$ при $k\in N$

$\dfrac{1}{a^m}=a^{-m}$, $a\neq 0$ $\quad \sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$ при $a\geq 0, k\geq 2, n\geq 2$ и $m,n,k\in N$

$a^x=b \Leftrightarrow \log_a b=x \quad a^{\log_a b}=b \quad \log_a a^x=x$ при $a>0, b>0$ и $a\neq 1$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n=n.(n-1)...3.2.1=n!$

Брой на вариациите на n елемента k-ти клас: $V_n^k=n.(n-1)...(n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k-ти клас: $C_n^k=\dfrac{V_n^k}{P_k}=\dfrac{n.(n-1)...(n-k+1)}{k.(k-1)...3.2.1}$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n=a_1+(n-1)d \quad S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}n=\dfrac{2a_1+(n-1)d}{2}n$

Геометрична прогресия: $a_n=a_1.q^{n-1} \quad S_n=a_1\dfrac{q^n-1}{q-1}, q\neq 1$

Формула за сложна лихва: $K_n=Kq^n=K\left(1+\dfrac{p}{100}\right)^n$

Вероятности

Вероятност за настъпване на събитието A:

$$p(A)=\frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}}, \quad 0\leq p(A)\leq 1$$

Вероятност на сбор от събития:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, ако A и B са несъвместими

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Вероятност на противоположно събитие:

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$, където $\overline{A}$ е противоположното на събитието A

Условна вероятност: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, $P(B) > 0$

Теорема за умножение на вероятности:

$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)\,P(A|B)$, $P(A) > 0, P(B) > 0$

Формула на Бернули: $P_n(k) = C_n^k.p^k.q^{n-k}$, $k = 0, 1, 2, \dots, n$

Теорема за умножение на вероятности на независими събития $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Събитията А и В са независими ако $P(A/B) = P(A)$

Статистика

Средна аритметична стойност: ср. ар. $= \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$ $(n \in N)$

Средна геометрична стойност: ср. геом. $= \sqrt[n]{a_1.a_2.a_3 \dots a_n}$ $(n \in N)$ ($a_i > 0$, $\forall$ i)

Средна хармонична стойност: ср. харм. $= \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n}}$ $(n \in N)$ ($a_i \neq 0$, $\forall$ i)

Претеглена средна стойност

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i$$

n_i – *относителна честота*

n – *обем на извадката*

Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1 c$ $b^2 = b_1 c$

$h_c{}^2 = a_1 b_1$ $r = \frac{a + b - c}{2}$ $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

Формула за медиана:

$$m_a^{\,2}=\frac{1}{4}(2b^2+2c^2-a^2)\qquad m_b^{\,2}=\frac{1}{4}(2a^2+2c^2-b^2)\qquad m_c^{\,2}=\frac{1}{4}(2a^2+2b^2-c^2)$$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b}=\frac{n}{m}$ $\qquad l_c^{\,2}=ab-mn$

Формула за диагоналите на успоредник: $d_1^2+d_2^2=2a^2+2b^2$

Формули за лице

Триъгълник: $S=\frac{1}{2}ch_c$ $\quad S=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $\quad S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S=pr$ $\quad S=\frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S=ah_a$ $\quad S=ab\sin\alpha$ $\qquad$ Трапец: $S=\frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник: $S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$

Описан многоъгълник: $S=pr$

Тригонометрични функции

α°	0°	30°	45°	60°	90°
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\mathrm{cotg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ-\alpha$	$90^\circ+\alpha$	$180^\circ-\alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
cos	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
tg	$-\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{cotg}\,\alpha$	$-\mathrm{cotg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$
cotg	$-\mathrm{cotg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{cotg}\,\alpha$

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$ $\qquad \cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha.\cos\beta\mp\sin\alpha.\sin\beta$

$tg(\alpha\pm\beta)=\frac{tg\alpha\pm tg\beta}{1\mp tg\alpha tg\beta}$ $\qquad \mathrm{cotg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\mathrm{cotg}\,\alpha.\mathrm{cotg}\,\beta\mp1}{\mathrm{cotg}\,\beta\pm\mathrm{cotg}\,\alpha}$

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ $\qquad \cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$

$$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$$

$$\operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{cotg}\alpha}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$1-\cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$1+\cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta))$$

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta))$$

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta))$$

Ръбести и валчести тела:

Призма:	$S = Ph$	$S_1 = S + 2B$	$V = Bh$
Пирамида:	$S = \frac{Pa}{2}$	$S_1 = S + B$	$V = \frac{Bh}{3}$
Прав кръгов цилиндър:	$S = 2\pi rh$	$S_1 = 2\pi rh + 2\pi r^2$	$V = \pi r^2 h$
Прав кръгов конус:	$S = \pi rl$	$S_1 = \pi rl + \pi r^2$	$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$
Сфера и кълбо:	$S = 4\pi r^2$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

29 август 2022 г.

ОБЩООБРАЗОВАТЕЛНА ПОДГОТОВКА

ВАРИАНТ 1

Ключ с верните отговори

№	Отговор	Брой точки
1.	А	2
2.	А	2
3.	Б	2
4.	Б	2
5.	Г	2
6.	Б	3
7.	В	3
8.	В	3
9.	А	3
10.	Г	3
11.	В	3
12.	А	3
13.	Г	3
14.	В	3
15.	Г	3
16.	А	3
17.	Г	3
18.	Б	3
19.	А	3
20.	В	3
21.	а) (1) $x=\left\{\frac{-7\pm\sqrt{17}}{2};-4;-3\right\}$ (2) $x=0$ (3) $x=\{-3;2\}$ б) $-\frac{15}{7}$	15
22.	а) $A=250$, $B=360$ б) $a_1=-74$, $d=11$	15
23.	а) $f(x)=\frac{5}{4}x^2-4x+2$ б) $\frac{4\sqrt{2}}{5}$ cm	15

Задача 21.

Решение:

а) (1) $\left|x^2+7x+10\right|=2 \Leftrightarrow x^2+7x+10=2 \cup x^2+7x+10=-2$

$x^2+7x+8=0 \cup x^2+7x+12=0$

$x=\frac{-7\pm\sqrt{17}}{2} \cup x=\{-4;-3\} \Leftrightarrow x=\left\{\frac{-7\pm\sqrt{17}}{2};-4;-3\right\}$

(2) Полагане $y=5^x>0$

$25^x+10.5^{x-1}-3=0 \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} y^2+2y-3=0 \\ \quad y>0 \end{array}\right.$

$\left|\begin{array}{l} y=\{-3;1\} \\ \quad y>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow y=1 \Leftrightarrow 5^x=1 \Leftrightarrow x=0$

(3) $x^2\sqrt{2-x}=9\sqrt{2-x} \Leftrightarrow \left(x^2-9\right)\sqrt{2-x}=0$

$\left|\begin{array}{l} x\in(-\infty;2) \\ x^2-9=0 \end{array}\right. \cup \left|x=2\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} x\in(-\infty;2) \\ \quad x=\pm 3 \end{array}\right. \cup \left|x=2\right. \Leftrightarrow x=\{-3;2\}$

б) $\dfrac{\frac{-7-\sqrt{17}}{2}+\frac{-7+\sqrt{17}}{2}-4-3+0-3+2}{7}=-\frac{15}{7}$

Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

а) (1) $x=\left\{\frac{-7\pm\sqrt{17}}{2};-4;-3\right\}$	4точки
(2) Полагане $y=5^x>0$ и получаване $x=0$	4 точки
(3) $x=\{-3;2\}$	4 точки
б) $-\frac{15}{7}$	3 точки

Задача 22.

Решение:

а) Намиране на стойностите на A и B от равенствата $B-A=110$ и $\sqrt{B}-\sqrt{A}=\sqrt{10}$

I начин. От $B-A=\underbrace{\left(\sqrt{B}-\sqrt{A}\right)}_{\sqrt{10}}\left(\sqrt{B}+\sqrt{A}\right)=110$ се намира $\sqrt{B}+\sqrt{A}=\dfrac{110}{\sqrt{10}}=11\sqrt{10}$.

Чрез събиране и изваждане на равенствата $\left|\begin{array}{l}\sqrt{B}-\sqrt{A}=\sqrt{10}\\ \sqrt{B}+\sqrt{A}=11\sqrt{10}\end{array}\right.$ се получава $\sqrt{B}=6\sqrt{10}$, $\sqrt{A}=5\sqrt{10}$, от които се намира $B=360$ и $A=250$.

II начин. Заместване на $B=A+110$ в равенството $\sqrt{B}-\sqrt{A}=\sqrt{10}$ и решаване на ирационалното уравнение $\sqrt{A+110}=\underbrace{\sqrt{A}+\sqrt{10}}_{+} \Leftrightarrow A+110=A+2\sqrt{10A}+10 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \sqrt{10A}=50 \Leftrightarrow 10A=2500 \Leftrightarrow A=250$. Тогава $B=A+110=360$.

б) Сумите A и B са с по 10 члена и $A=\dfrac{a_1+a_{19}}{2}.10=\dfrac{a_1+a_1+18d}{2}.10=10\left(a_1+9d\right)$,
$B=\dfrac{a_2+a_{20}}{2}.10=\dfrac{a_1+d+a_1+19d}{2}.10=10\left(a_1+10d\right)$.

За a_1 и d се получава системата

$$\left|\begin{array}{l}10(a_1+10d)=360\\ 10(a_1+9d)=250\end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l}a_1+10d=36\\ a_1+9d=25\end{array}\right. \Leftrightarrow d=11,\ a_1=-74$$

Следователно $a_1=-74$, $d=11$.

Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

а) Намиране на $A=250$	5 точки
Намиране на $B=360$	5 точки
б) Получаване на системата $\left\|\begin{array}{l}10\left(a_1+10d\right)=360\\ 10\left(a_1+9d\right)=250\end{array}\right.$	3 точки
Намиране на решенията $a_1=-74$, $d=11$	2 точки

Задача 23.

Решение:

а) Ако $MK = x \Rightarrow NK = 2 - x$ и $x \in (0,2)$.

Нека катетът на триъгълника е $a \Rightarrow 2a^2 = x^2 \Rightarrow a = \frac{x}{\sqrt{2}}$ и $S_1 = \frac{x^2}{4}$

$S_2 = (2-x)^2 \Rightarrow S_1 + S_2 = \frac{5}{4}x^2 - 4x + 4$

б) Търси се най-малката стойност на функцията $f(x) = \frac{5}{4}x^2 - 4x + 4$ при $x \in (0,2)$

Квадратната функция достига своя минимум при $x = \frac{8}{5}$ и $\frac{8}{5} \in (0,2)$ $\Rightarrow a = \frac{8}{5\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{5}$

Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

а) $S_1 = \frac{x^2}{4}$	6 точки
$S_2 = (2-x)^2 \Rightarrow S_1 + S_2 = \frac{5}{4}x^2 - 4x + 4$	3 точки
б) Търсене на най-малката стойност на $f(x) = \frac{5}{4}x^2 - 4x + 4$ при $x \in (0,2)$	3 точки
$x = \frac{8}{5}$ и $\frac{8}{5} \in (0,2)$ $\Rightarrow a = \frac{8}{5\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{5}$	3 точки