

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩООБРАЗОВАТЕЛНА ПОДГОТОВКА

СПРАВОЧНИ МАТЕРИАЛИ

Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0 \quad D = b^2 - 4ac \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \quad \text{при } D \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{Формули на Виет: } \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Квадратна функция

Графиката на $y = ax^2 + bx + c$ е парабола с връх точката $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a}\right)$

Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$

$$\frac{1}{a^m} = a^{-m}, \quad a \neq 0 \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad \sqrt[k]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{при } a \geq 0, \quad k \geq 2, \quad n \geq 2 \quad \text{и } m, n, k \in \mathbb{N}$$

Ако $a > 1$, то $a^x < a^y$, ако $0 < a < 1$, то $a^x > a^y$ при $x < y$, $x, y \in \mathbb{Q}$

$$a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x \quad a^{\log_a b} = b \quad \log_a a^x = x, \quad \text{при } a > 0, b > 0 \quad \text{и } a \neq 1$$

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y \quad \log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y \quad \log_a x^n = n \log_a x$$

$$\log_{a^m} x = \frac{1}{m} \log_a x, \quad \forall m \neq 0 \quad \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \quad \text{при } a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0, b > 0, b \neq 1$$

Съединения на n елемента от k -ти клас без повторения

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

$$V_n^k = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

$$C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k \cdot (k-1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

Прогресии

$$\text{Аритметична прогресия: } \quad a_n = a_1 + (n-1)d \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} n$$

$$\text{Геометрична прогресия: } \quad a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

$$\text{Формула за сложна лихва: } \quad K_n = K \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Вероятности

Вероятност за настъпване на събитието A :

$$P(A) = \frac{\text{брой на благоприятните изходи}}{\text{общ брой на изходите}}, 0 \leq P(A) \leq 1$$

Вероятност на сбор от събития:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B), A \text{ и } B \text{ са несъвместими}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB), A \text{ и } B \text{ са съвместими}$$

Вероятност на противоположно събитие:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A), \text{ където } \bar{A} \text{ е противоположно на събитието } A$$

$$\text{Условна вероятност: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, P(B) > 0$$

Теорема за умножение на вероятности:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B), P(A) > 0, P(B) > 0$$

$$\text{Формула на Бернули: } P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}, k = 0, 1, 2, \dots, n$$

Теорема за умножение на вероятности на независими събития: $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Събитията A и B са независими, ако $P(A|B) = P(A)$

Статистика

$$\text{Средна аритметична стойност: ср. ар.} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}, (n \in N)$$

$$\text{Претеглена средна стойност: } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i,$$

където n_i – относителна честота ; n – обем на извадката

$$\text{Дисперсия: } DX = E(X - EX)^2$$

Средни стойности на елементи на дадено множество

$$\text{Средна геометрична стойност: ср. геом.} = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_n} \quad (n \in N), (a_i > 0, \forall i)$$

$$\text{Средна хармонична стойност: ср. харм.} = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \quad (n \in N), (a_i \neq 0, \forall i)$$

$$\text{Средна квадратична стойност: ср. квадр.} = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}} \quad (n \in N)$$

$$\sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}} \geq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_n} \geq \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}, (n \in N), (a_i > 0; \forall i)$$

Зависимости в триъгълник и успоредник при стандартни означения

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1c$ $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

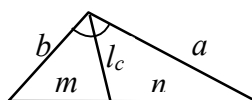
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$

Формула за медиана: $m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$ $m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2)$

$m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$

Формула за ъглополовяща:

$\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$



$l_c^2 = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник:

$d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник:

$S = ah_a$ $S = ab \sin \alpha$

Трапец:

$S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник:

$S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$, φ – ъгъл между диагоналите

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α°	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
$\alpha \text{ rad}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	–	0
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

	$-\alpha$	$90^\circ \pm \alpha$	$180^\circ \pm \alpha$	$270^\circ \pm \alpha$	$360^\circ \pm \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$	$\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\mp \operatorname{cotg} \alpha$	$\pm \operatorname{tg} \alpha$	$\mp \operatorname{cotg} \alpha$	$\pm \operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\mp \operatorname{tg} \alpha$	$\pm \operatorname{cotg} \alpha$	$\mp \operatorname{tg} \alpha$	$\pm \operatorname{cotg} \alpha$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{cotg} \alpha = 1$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \mp 1}{\operatorname{cotg} \beta \pm \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \cos 2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$$

$$1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$

Ръбести и валчести тела:

Призма: $S = Ph$ $S_1 = S + 2B$ $V = Bh$

Пирамида: $S = \frac{Pa}{2}$ $S_1 = S + B$ $V = \frac{Bh}{3}$

Прав кръгов цилиндър: $S = 2\pi rh$ $S_1 = 2\pi rh + 2\pi r^2$ $V = \pi r^2 h$

Прав кръгов конус: $S = \pi rl$ $S_1 = \pi rl + \pi r^2$ $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

Сфера и кълбо: $S = 4\pi r^2$ $V = \frac{4}{3} \pi r^3$