

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ ПО МАТЕМАТИКА – VII КЛАС

17 юни 2020 г.

Вариант 2

ПЪРВА ЧАСТ

Време за работа – 60 минути!

Отговорите на задачите от 1. до 18. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Стойността на израза $200 - 20 \cdot \left(-2\frac{1}{2}\right)$ е:

А) – 450

Б) – 72

В) 208

Г) 250

2. Числото 5,08 е равно на числото:

А) $5\frac{4}{5}$

Б) $5\frac{2}{25}$

В) $5\frac{1}{125}$

Г) $\frac{508}{1000}$

3. Изразът $(3-x)^2 - x(x-3) + 9$ е тъждествено равен на израза:

А) $-2x^2 - 9x + 18$

Б) $-2x^2 - 3x + 18$

В) $-3x$

Г) $-3x + 18$

4. Изразът $(-a-2b)^2 - a - 2b$ е тъждествено равен на израза:

А) $(a+2b)(a+2b-1)$

Б) $(a+2b)(a+2b+1)$

В) $(-a-2b)(a+2b+1)$

Г) $(-a-2b)(a+2b-1)$

5. Сега бащата на Тодор е 3 пъти по-възрастен от сина си. Ако синът сега е на x години, то кой от изразите показва на колко години е бил бащата преди 5 години?

А) $3x+5$

Б) $5x-3$

В) $3x-5$

Г) $\frac{x}{3}-5$

6. На всяко едно от седем еднакви картончета е записана по една от седемте букви на думата **УЧЕБНИК**. Картончетата са поставени в урна. По случаен начин е изтеглено едно от тях. Каква е вероятността върху него да е записана буква, означаваща **гласен** звук?

А) $\frac{3}{7}$

Б) $\frac{4}{7}$

В) $\frac{6}{7}$

Г) 1

7. През ноември цената на лаптоп била 1049 лв. За Коледа цената му била намалена с 10% от нея, а през януари била увеличена с 20% от новата цена. Цената на лаптопа (в лв.) след двете промени се изчислява с помощта на израза:

А) $1049-0,10$

Б) $1049+0,20 \cdot 1049$

В) $1049+(0,20-0,10) \cdot 1049$

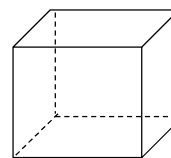
Г) $1,20 \cdot (0,90 \cdot 1049)$

8. Иван имал в касичката си 35 лв., преди да даде на сестра си Мария сума от x лева. След като получила сумата от брат си и изхарчила 5 лв. от тях, Мария имала сума, равна на останалата сума в касичката на Иван. Сумата, която Иван дал на Мария, е:

- А) 5 лв.
- Б) 10 лв.
- В) 15 лв.
- Г) 20 лв.

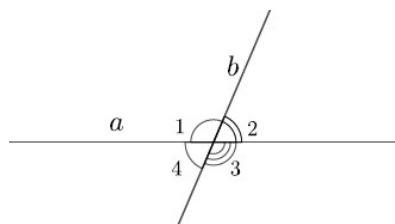
9. Кутия за сладки има форма на куб с обем 1000 cm^3 . Ръбът на кутията е с дължина:

- А) 20 cm
- Б) 15 cm
- В) 10 cm
- Г) 5 cm



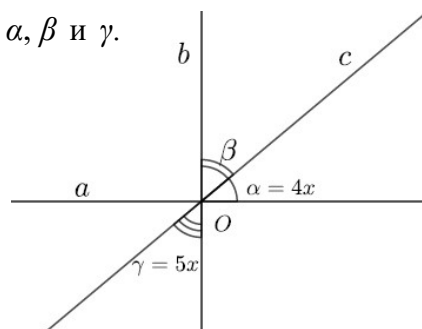
10. Пресичащите се прави a и b на чертежа не са перпендикулярни. Кое от следните твърдения за мерките на получените ъгли е вярно?

- А) $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 3 = 180^\circ$
- Б) $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 4 = 180^\circ$
- В) $\sphericalangle 3 + \sphericalangle 4 = 90^\circ$
- Г) $\sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 = 90^\circ$



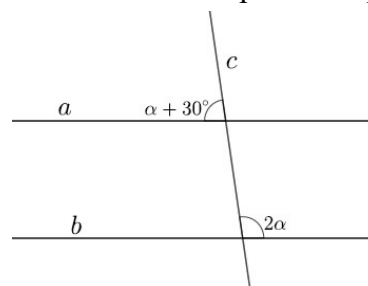
11. Правите a , b и c се пресичат в точката O , като a и b са перпендикулярни. По данните от чертежа намерете мярката на най-малкия от трите ъгла α , β и γ .

- А) 40°
- Б) 45°
- В) 50°
- Г) 90°



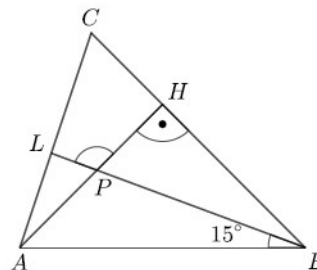
12. Успоредните прави a и b са пресечени от правата c . По данните от чертежа мярката на α е:

- А) 15°
- Б) 30°
- В) 50°
- Г) 60°



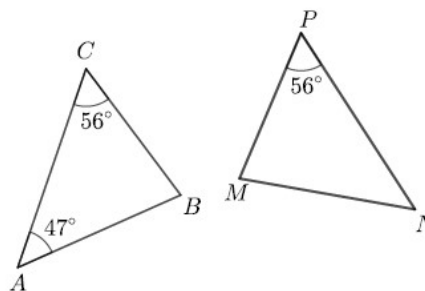
13. На чертежа AH и BL са съответно височина и ъглополовяща в $\triangle ABC$, като $AH \cap BL = P$ и $\sphericalangle ABL = 15^\circ$. Мярката на $\sphericalangle LPH$ е:

- А) 135°
- Б) 115°
- В) 105°
- Г) 75°



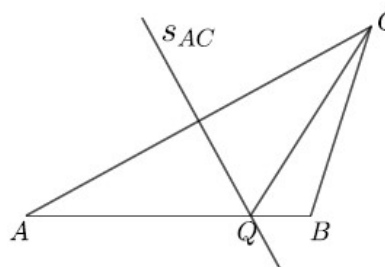
14. Дадени са $\triangle ABC$ и $\triangle NMP$, за които $AC = NP$, $BC = MP$ и $\sphericalangle ACB = \sphericalangle NPM = 56^\circ$. Ако $\sphericalangle CAB = 47^\circ$, то градусната мярка на $\sphericalangle NMP$ е:

- А) 47°
- Б) 56°
- В) 77°
- Г) 97°



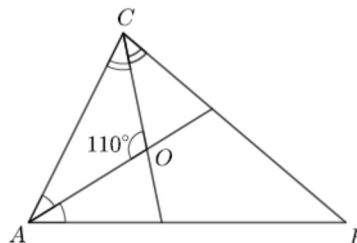
15. На чертежа симетралата s на страната AC на $\triangle ABC$ пресича отсечката AB в точка Q . Ако $AB = 14$ cm и $BC = 4$ cm, то периметърът на $\triangle QBC$ е равен на:

- А) 18 cm
- Б) 14 cm
- В) 10 cm
- Г) 9 cm



16. В $\triangle ABC$ на чертежа ъглополовящите на ъглите $\sphericalangle BAC$ и $\sphericalangle ACB$ се пресичат в точка O и $\sphericalangle AOC = 110^\circ$. Мярката на $\sphericalangle ABC$ е:

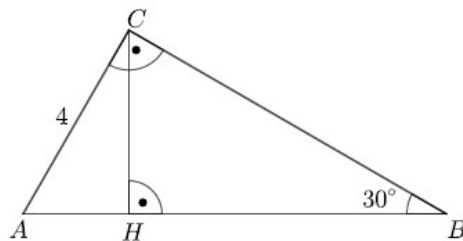
- А) 30°
- Б) 40°
- В) 55°
- Г) 90°



17. За $\triangle ABC$ на чертежа е дадено, че $\sphericalangle ACB = 90^\circ$, $\sphericalangle ABC = 30^\circ$ и страната $AC = 4$ cm.

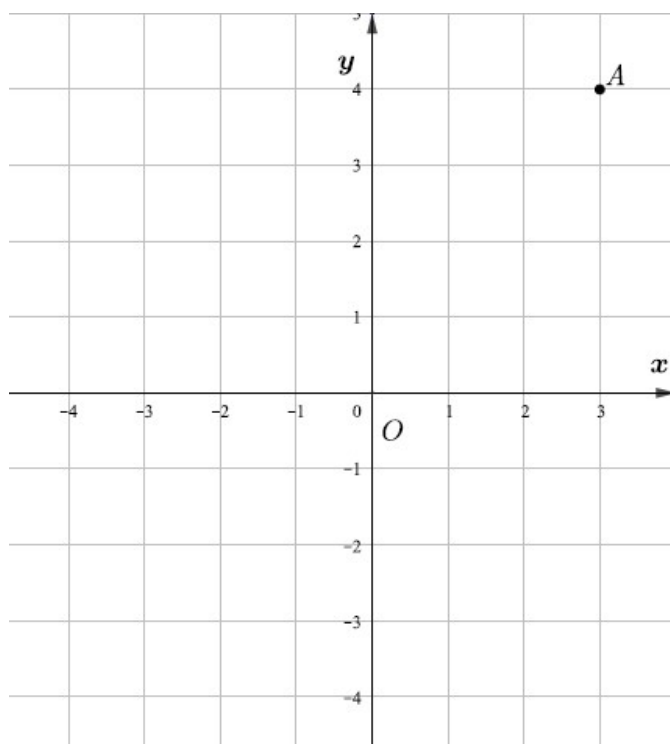
Дължината на AH е:

- А) 1 cm
- Б) 2 cm
- В) 4 cm
- Г) 8 cm



18. В правоъгълна координатна система е дадена точката A . По данните от чертежа намерете координатите на точката B , която е симетричната на точката A относно абсцисната ос.

- А) $B(-3; -4)$
- Б) $B(3; -4)$
- В) $B(-3; 4)$
- Г) $B(3; 0)$



За задачи 19. и 20. в листа за отговори запишете буквата на въпроса и Вашия отговор срещу нея.

19. ПРОФЕСИИ

Диаграмата представя данни за брой работещи по пол и по професия в една фирма. Професиите са именувани с *A*, *B*, *C* и *D*.



Използвайте диаграмата, за да отговорите на следните въпроси:

- Колко общо са работещите в четирите професии?
- Колко пъти повече са жените, упражняващи професия *B*, от жените, упражняващи професия *A*?
- Колко процента от броя на всички работещи, представени с диаграмата, са работещите с професия *D*?
- Колко е вероятността случайно избран работещ от всички, представени на диаграмата, да упражнява професия *A*? (Запишете отговора с несъкратима дроб.)

20. На чертежа $\triangle MPQ$ и $\triangle MPN$ са правоъгълни с обща хипотенуза MP , като $\sphericalangle MPQ = 30^\circ$, $\sphericalangle MPN = 15^\circ$ и $PO = 2$ cm, където O е средата на отсечката MP .

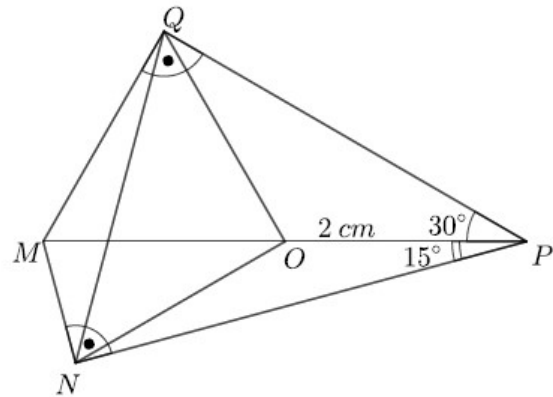
А) Каква е градусната мярка на $\sphericalangle MOQ$?

Б) Каква е градусната мярка на $\sphericalangle MON$?

В) Какъв е видът на $\triangle NOQ$ според ъглите и според страните?

Г) Каква е градусната мярка на $\sphericalangle ONQ$?

Д) Колко квадратни сантиметра е лицето на $\triangle NOQ$?



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ ПО МАТЕМАТИКА – VII КЛАС

17 юни 2020 г.

Вариант 2

ВТОРА ЧАСТ

Време за работа – 90 минути!

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 21. до 23. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

21. Дадени са уравненията:

$$(1) \quad \frac{2}{3} \left(x - \frac{x-1}{5} \right) - \frac{(x-2)^2}{5} = \frac{x(10-3x)}{15},$$

$$(2) \quad |x+1| = 2 \text{ и}$$

$$(3) \quad x^2 + 2x - 3 = 0.$$

А) Решете уравнението (1).

Б) Решете уравнението (2).

В) Решете уравнението (3).

Г) Намерете кои от дадените уравнения са еквивалентни.

22. В четвъртък в резервоара на автомобила на Иван имало два пъти повече гориво, отколкото в резервоара на автомобила на брат му Стоян. В петък Стоян долял 15 L гориво в автомобила си, а Иван изразходвал 10 L от горивото в автомобила си. В събота всеки от тях тръгнал на път със своя автомобил и всеки от тях е изразходвал цялото налично гориво. Оказало се, че Стоян изминал с автомобила си 150 km по-дълго разстояние, отколкото брат му Иван. Автомобилът на Иван изразходва 12 L на 100 km, а този на Стоян – 8 L на 100 km. Нека x е количеството гориво в четвъртък в резервоара на автомобила на Стоян.

А) Изразете чрез x какво разстояние е изминал в събота Стоян с автомобила си.

Б) Изразете чрез x какво разстояние е изминал в събота Иван с автомобила си.

В) Намерете количеството гориво в четвъртък в резервоара на автомобила на Иван.

Г) Намерете колко километра е изминал в събота Стоян с автомобила си.

23. За $\triangle ABC$ е дадено, че градусните мерки на ъглите му са в следното отношение: $\sphericalangle CAB : \sphericalangle CBA : \sphericalangle ACB = 2 : 7 : 3$. Симетралата на страната AC пресича последователно ъглополовящата на $\sphericalangle BAC$ и страната AB в точките M и K .

А) Намерете ъглите на $\triangle ABC$.

Б) Докажете, че $\triangle KMC \cong \triangle KBC$.

В) Докажете, че $\triangle BCM$ е равнобедрен.

Г) Пресметнете обиколката на четириъгълника $BCMK$, ако $AM + MK = 6$ cm.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ ПО МАТЕМАТИКА – VII КЛАС

17 юни 2020 г.

Вариант 2

КЛЮЧ С ВЕРНИТЕ ОТГОВОРИ

| № на задача | Отговор | Брой точки |
|-------------|------------------------|---------------------------|
| 1 | Г | 2 |
| 2 | Б | 2 |
| 3 | Г | 3 |
| 4 | А | 3 |
| 5 | В | 2 |
| 6 | А | 2 |
| 7 | Г | 3 |
| 8 | Г | 3 |
| 9 | В | 3 |
| 10 | Б | 3 |
| 11 | А | 3 |
| 12 | В | 3 |
| 13 | В | 3 |
| 14 | В | 3 |
| 15 | А | 3 |
| 16 | Б | 3 |
| 17 | Б | 3 |
| 18 | Б | 3 |
| 19 | Общ брой точки: | 8 точки, от които: |
| 19А) | 500 | 2 точки |
| 19Б) | 8 (или 8 пъти) | 2 точки |
| 19В) | 30% или 30 | 2 точки |

| | | |
|-----------|---|----------------------------|
| 19Г) | $\frac{7}{50}$ | 2 точки |
| 20 | Общ брой точки: | 7 точки, от които: |
| 20А) | $\sphericalangle MOQ = 60^\circ$ | 1 точка |
| 20Б) | $\sphericalangle MON = 30^\circ$ | 1 точка |
| 20В) | $\triangle NOQ$ е правоъгълен и равнобедрен | 2 точки |
| 20Г) | $\sphericalangle ONQ = 45^\circ$ | 1 точка |
| 20Д) | $S_{\triangle NOQ} = 2 \text{ cm}^2$ | 2 точки |
| 21 | Общ брой точки: | 12 точки, от които: |
| 21А) | $x = 1$ | 5 точки |
| 21Б) | $x_1 = 1$ и $x_2 = -3$ | 2 точки |
| 21В) | $x_1 = 1$ и $x_2 = -3$ | 4 точки |
| 21Г) | $(2) \Leftrightarrow (3)$ | 1 точка |
| 22 | Общ брой точки: | 12 точки, от които: |
| 22А) | $S_1 = 100 \cdot \frac{x+15}{8} = \frac{25(x+15)}{2}$, където S_1 е пътят, който е изминал автомобилът на Стоян. | 3 точки |
| 22Б) | $S_2 = 100 \cdot \frac{2x-10}{12} = \frac{25(2x-10)}{3}$, където S_2 е пътят, който е изминал автомобилът на Иван. | 3 точки |
| 22В) | 58 L | 4 точки |
| 22Г) | $S_1 = 550 \text{ km}$ – пътят, който е изминал автомобилът на Стоян | 2 точки |
| 23 | Общ брой точки: | 11 точки, от които: |
| 23А) | $\sphericalangle BAC = 30^\circ$, $\sphericalangle ABC = 105^\circ$ и $\sphericalangle ACB = 45^\circ$ | 3 точки |
| 23Б) | Виж примерно решение на зад. 23 | 5,5 точки |
| 23В) | Виж примерно решение на зад. 23 | 0,5 точки |
| 23Г) | $P_{\text{всмк}} = 12 \text{ cm}$ | 2 точки |

Задача 21. Примерно решение:

$$\text{А) (1) } \frac{2}{3} \left(x - \frac{x-1}{5} \right) - \frac{(x-2)^2}{5} = \frac{x(10-3x)}{15} \Leftrightarrow$$

$$\frac{2}{3}\left(x - \frac{x-1}{5}\right) - \frac{x^2 - 4x + 4}{5} = \frac{10x - 3x^2}{15} \Leftrightarrow$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{2x-2}{15} - \frac{x^2 - 4x + 4}{5} = \frac{10x - 3x^2}{15} \Leftrightarrow$$

$$5.2x - (2x - 2) - 3(x^2 - 4x + 4) = 10x - 3x^2 \Leftrightarrow$$

$$10x - 2x + 2 - 3x^2 + 12x - 12 = 10x - 3x^2 \Leftrightarrow$$

$$\cancel{10x} - 2x + 2 - \cancel{3x^2} + 12x - 12 = \cancel{10x} - \cancel{3x^2} \Leftrightarrow 10x = 10$$

Корен на уравнението е числото 1.

Б) (2) $|x+1|=2 \Leftrightarrow x+1=2$ или $x+1=-2$

Корените на уравнението (2) са $x_1=1$ и $x_2=-3$.

В) Допълваме двучлена x^2+2x до точен квадрат и представяме лявата страна на уравнението

(3) във вида $x^2+2x+1-1-3=0$ (или във вида $x^2+2x+1-4=0$). Тогава $(x^2+2x+1)-2^2=0 \Leftrightarrow (x+1)^2-2^2=0 \Leftrightarrow (x+1-2)(x+1+2)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3)=0$.

Или представяме лявата страна на уравнението във вида $x^2+3x-x-3=0$.

$$x^2+3x-x-3=0 \Leftrightarrow x(x+3)-(x+3)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3)=0.$$

Корените на последното уравнение, а оттам и на уравнението (3), са $x_1=1$ и $x_2=-3$.

Г) От намерените корени на трите уравнения следва, че второто и третото уравнение имат еднакъв брой еднакви корени $x_1=1$ и $x_2=-3$. Следователно уравнението (2) е еквивалентно на уравнението (3).

Задача 22. Примерно решение:

А) След като в петък долял 15 L гориво, в събота Стоян имал в резервоара на автомобила си $(x+15)$ L. Нека приемем, че пътят, който е изминал Стоян с автомобила си с наличното гориво $(x+15)$ L, е S_1 . Тъй като той изминава 100 km с 8 L, то изразяваме по два начина

литрите гориво, които се изразходват за 1 km, приравняваме ги $\frac{x+15}{S_1} = \frac{8}{100}$ и получаваме

$$S_1 = 100 \cdot \frac{x+15}{8} = \frac{25(x+15)}{2}.$$

Б) В четвъртък Иван имал в резервоара на автомобила си $2x$ L гориво. След като изразходвал в петък 10 L, то в събота в резервоара на автомобила му имало $(2x-10)$ L. Нека приемем, че пътят, който е изминал Иван с автомобила си с наличното гориво $(2x-10)$ L, е S_2 . Тъй

като той изминава 100 km с 12 L, то изразяваме по два начина литрите гориво, които се изразходват за 1 km, приравняваме ги $\frac{2x-10}{S_2} = \frac{12}{100}$ и получаваме

$$S_2 = 100 \cdot \frac{2x-10}{12} = \frac{25(2x-10)}{3}.$$

В) За да намерим количеството гориво в четвъртък в резервоара на автомобила на Иван сравняваме пътищата, които могат да изминат автомобилите на двамата братя, т.е. $S_2 + 150 = S_1$ или $S_2 = S_1 - 150$.

$$\text{Решаваме уравнението } \frac{25(2x-10)}{3} + 150 = \frac{25(x+15)}{2} \Leftrightarrow 25 \cdot 2(2x-10) + 150 \cdot 6 = 25 \cdot 3(x+15)$$

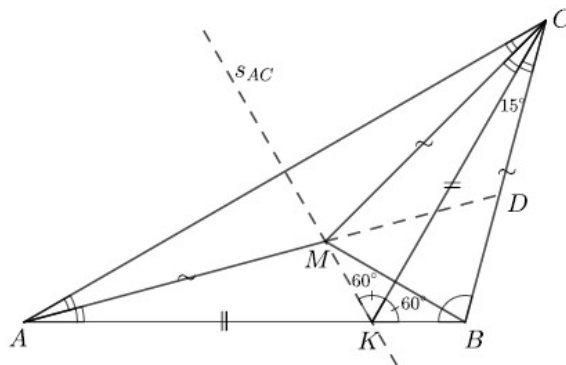
$$\Leftrightarrow 100x - 500 + 900 = 75x + 1125 \Leftrightarrow 25x = 725 \Leftrightarrow x = 29.$$

Количеството гориво в резервоара на автомобила на Стоян в четвъртък е 29 L, а в резервоара на автомобила на Иван е 58 L.

Г) Заместваме x с 29 във формулата за изминатия път $S_1 = \frac{25(29+15)}{2} = 550$ и получаваме, че пътят, който е изминал Стоян с автомобила си, е 550 km.

Задача 23. Примерно решение:

А) Нека градусните мерки на ъглите на триъгълника са съответно $\sphericalangle CAB = 2x$, $\sphericalangle CBA = 7x$ и $\sphericalangle ACB = 3x$. Прилагаме теоремата за сбор на ъглите в триъгълник и получаваме, че $2x + 3x + 7x = 180^\circ$, $x = 15^\circ$, $\sphericalangle BAC = 30^\circ$, $\sphericalangle ABC = 105^\circ$ и $\sphericalangle ACB = 45^\circ$.



Б) Тъй като $M \in s_{AC}$ и $K \in s_{AC}$, то $CM = AM$ и $AK = KC$.

От свойствата на ъглополовящата на ъгъл и на равнобедрените $\triangle AMC$ и $\triangle AKC$ следва, че $\sphericalangle MAC = \sphericalangle MAB = \sphericalangle ACM = \sphericalangle MCK = 15^\circ$. Следователно $\sphericalangle BCK = \sphericalangle BCA - \sphericalangle KCA = 15^\circ$. Тъй като MK лежи и на симетралата на AC и на ъглополовящата в $\triangle AKC$, то

$$\sphericalangle AKM = \sphericalangle CKM = \frac{1}{2} \sphericalangle AKC = \frac{180^\circ - 4 \cdot 15^\circ}{2} = 60^\circ.$$

Следователно $\sphericalangle BKC = 180^\circ - \sphericalangle AKC = 60^\circ$ (или $\sphericalangle BKC$ е външен за $\triangle AKC$ и $\sphericalangle BKC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$).

Тъй като $\sphericalangle BKM = 180^\circ - \sphericalangle AKM = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ и $\sphericalangle MKC = 60^\circ$, то $\triangle KMC \cong \triangle KBC$ по втори признак за еднаквост:

(1) $\sphericalangle MCK = \sphericalangle BCK = 15^\circ$ (по доказателство);

2) $\sphericalangle MKC = \sphericalangle BKC = 60^\circ$ (по доказателство);

3) CK – обща страна.

В) От еднаквостта на триъгълниците $\triangle KMC$ и $\triangle KBC$ следва, че $BK = MK$ и $CB = CM$, откъдето следва, че $\triangle BMC$ е равнобедрен.

Г) По условие $AM + MK = 6$ cm, а по доказателство $CM = AM$, $CB = CM$ и $BK = MK$.

Следователно $P_{BCMK} = (CM + MK) + (CB + BK) = (CM + MK) + (CM + MK) = 2(CM + MK)$

т.е. $P_{BCMK} = 2(CM + MK) = 2(AM + MK) = 2 \cdot 6 = 12$

Получаваме, че $P_{BCMK} = 12$ cm.