

# МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

## ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА

25 юни 2009 г.

### **ВАРИАНТ 3**

#### ***УВАЖАЕМИ УЧЕНИЦИ,***

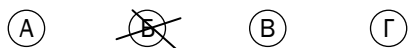
Тестът съдържа 50 задачи по математика.

Задачите са два вида: със структуриран отговор с четири възможности за отговор, от които само един е верният, и с кратък свободен отговор.

**Отговорите отбелязвайте със син цвят на химикалката в листа за отговори, а не върху тестовата книжка.**

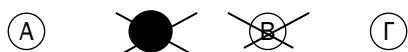
За да отбележите своя отговор, срещу номера на съответната задача зачертайте със знака **X** буквата на избрания от Вас отговор.

Например:



Ако след това прецените, че първоначалният Ви отговор не е верен, запълнете кръгчето с грешния отговор и зачертайте със знака **X** буквата на друг отговор, който приемате за верен.

Например:



За задачите със свободен отговор в листа за отговори е оставено празно място. Използвайте това място, за да запишете своя отговор.

Ако след това прецените, че записаният свободен отговор не е верен, задраскайте го с хоризонтална черта и запишете над него отговора, който според Вас е правилен.

**Запомнете! Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е зачертана със знака X. За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор.**

***ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!***

1. Числото 5,35 е равно на:

А)  $\frac{535}{10}$

Б)  $53\frac{1}{2}$

В)  $53\frac{7}{20}$

Г)  $5\frac{7}{20}$

2. Данчо имал 3 лв. и похарчил  $\frac{3}{5}$  от тях. Колко лева са му останали?

А) 0,80 лв.

Б) 1 лв.

В) 1,20 лв.

Г) 1,80 лв.

3. Стойността на израза  $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} + \frac{3}{9} + \frac{4}{12}$  е равна на:

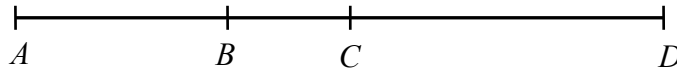
А)  $\frac{4}{3}$

Б)  $\frac{10}{36}$

В)  $\frac{10}{3}$

Г) 3

4. Точките  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  лежат на една права в този ред отляво надясно. Да се намери дължината на отсечката  $BC$  в сантиметри, ако  $AC = 6,5$  cm,  $BD = 8,5$  cm и  $AD = 13,5$  cm.



(Отговора запишете в листа за отговори.)

5. Обиколката на равнобедрен триъгълник е 40 cm, а дължината на една от страните му е 10 cm. Колко процента от обиколката на триъгълника е дължината на основата?

А) 50%

Б) 35%

В) 30%

Г) 25%

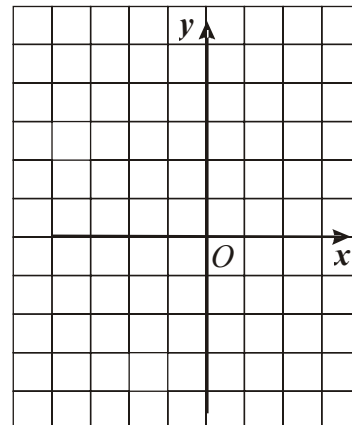
6. Точките  $A(-2; -1)$ ,  $B(1; 0)$  и  $C(-2; 4)$  са върхове на триъгълник в правоъгълна координатна система. Лицето на триъгълника в квадратни мерни единици е:

А) 15

Б) 10,5

В) 7,5

Г) 3



7. За 5 часа петима работници изкопават 5 шахти. Колко шахти ще изкопаят десет работници за 10 часа?

А) 20

Б) 10

В) 15

Г) 25

8. Кое от посочените неравенства **НЕ** е вярно?

А)  $(-5)^4 - 5 \cdot 5^2 > 0$

Б)  $|-3| \cdot |-9| > 0$

В)  $-5^4 + 5 \cdot 5^2 > 0$

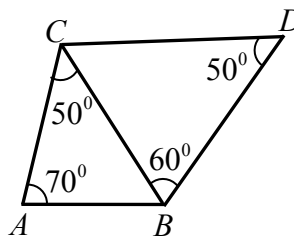
Г)  $-5 \cdot |-7| < 0$

9. За всяка стойност на  $a$  изразът  $a^5 - a^3(a^2 + a)$  приема:

- А) само положителни стойности                      Б) само отрицателни стойности  
В) само неположителни стойности                      Г) само неотрицателни стойности

10. Коя от отсечките  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ ,  $CD$  и  $BD$  е с най-голяма дължина?

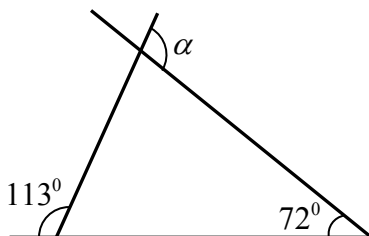
- А)  $BC$       Б)  $AC$       В)  $CD$       Г)  $BD$



11. Пресметнете стойността на израза  $9y - 100y^3$  при  $y = 0,3$ .

- А)  $-91$                       Б)  $2,7$                       В)  $0$                       Г)  $2,43$

12. По данните от чертежа намерете мярката в градуси на  $\alpha$ .

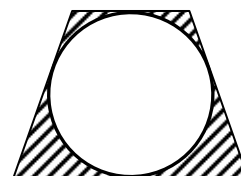


(Отговора запишете в листа за отговори.)

13. Годишите на Димо и годините на баба му се записват с двуцифрени числа. Едното число е точен квадрат, а второто е просто и се записва с цифрите на първото в обратен ред. На колко години е бабата на Димо?

(Отговора запишете в листа за отговори.)

14. Основите на трапеца от фигурата са с дължини  $15\text{ cm}$  и  $5\text{ cm}$ , а височината на трапеца е с дължина  $8\text{ cm}$  и е равна на диаметъра на кръга. Намерете лицето в квадратни сантиметри на заштрихованата част от фигурата.



(Отговора запишете в листа за отговори.)

15. Разложете израза  $6(2y - 5) - 12(2y - 5)(y + 5)$  на произведение от прости множители.

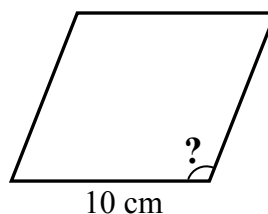
- А)  $-6(2y - 5)(2y + 9)$                       Б)  $6(2y - 5)(11 - 2y)$   
В)  $-12(2y - 5)(y + 5)$                       Г)  $-12(2y - 5)(y + 2)$

16. Кой от посочените многостени има  $14$  ръба и  $8$  стени?

- А) шестоъгълна призма  
Б) петоъгълна призма  
В) осмоъгълна пирамида  
Г) седмоъгълна пирамида

17. Ако ромб със страна 10 cm има лице  $50 \text{ cm}^2$ , тъпият ъгъл на ромба има мярка:

- А)  $105^\circ$                       Б)  $120^\circ$   
 В)  $135^\circ$                       Г)  $150^\circ$



18. Уравнението  $|4-x|=6$  **НЯМА** корен в интервала:

- А)  $(-5; 9]$                       Б)  $[-2; 10)$                       В)  $[11; +\infty)$                       Г)  $[-2; 7]$

19. Цената на една стока била увеличена с 25%, а по-късно новата цена била намалена с 20%. С колко процента последната цена на стоката се различава от първоначалната?

(Отговора запишете в листа за отговори.)

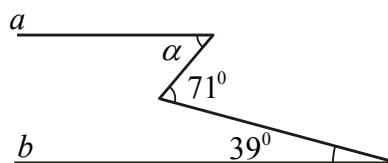
20. Две различни десетични дроби са означени с  $a$  и  $b$ . Ако десетичната запетая в  $a$  се премести 2 десетични знака наляво, полученото число ще бъде 4 пъти по-малко от числото  $b$ .

Да се намери отношението  $\frac{b}{a}$ .

- А) 0,4                      Б) 0,04                      В) 0,25                      Г) 1

21. Правите  $a$  и  $b$  от чертежа са успоредни, ако мярката на  $\alpha$  е:

- А)  $110^\circ$                       Б)  $30^\circ$   
 В)  $32^\circ$                       Г)  $64^\circ$

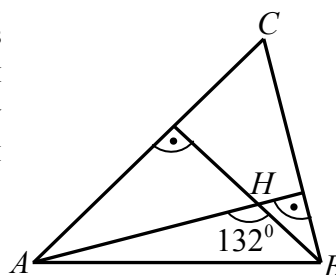


22. Сборът на числата, които са реципрочни на корените на уравнението  $9x^2 - (2x-1)^2 = 0$ , е равен на:

- А) 4                      Б)  $-\frac{4}{5}$                       В) 5                      Г)  $\frac{4}{5}$

23. В остроъгълния  $\triangle ABC$  височините през върховете  $A$  и  $B$  се пресичат в точката  $H$  и  $\angle AHB = 132^\circ$ . Да се намери острият ъгъл между ъглополовящите на ъглите на триъгълника при върховете  $A$  и  $B$ .

- А)  $45^\circ$                       Б)  $66^\circ$                       В)  $75^\circ$                       Г)  $78^\circ$

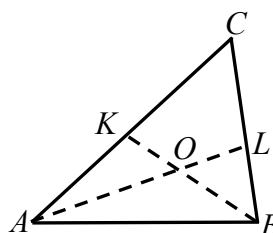


24. Намерете най-малкото цяло число, което е решение на неравенството  $\frac{3}{4}x + 3 \geq 0,4x + 2$ .

(Отговора запишете в листа за отговори.)

25. Ъглополовящите  $AL$  ( $L \in BC$ ) и  $BK$  ( $K \in AC$ ) в  $\triangle ABC$  се пресичат в точката  $O$ . Да се намери мярката на  $\angle ACB$ , ако  $\angle BOL$  и  $\angle AOB$  се отнасят както 13 : 23.

- А)  $30^\circ$                       Б)  $36^\circ$                       В)  $45^\circ$                       Г)  $50^\circ$



26. Ако на дадено трицифрено число изтрием цифрата на стотиците, се получава число, което е 25 пъти по-малко от даденото. Изтритата цифра е:

- А) 9                                      Б) 6                                      В) 4                                      Г) 5

27. Асен отишъл на гости при своя приятел Васил от 11-ия етаж на жилищния блок, в който живеят и двамата. Когато решил да се прибира, той тръгнал нагоре по стълбите вместо надолу към своя етаж. Стигнал до последния етаж на блока и забелязвайки, че се е обърнал, тръгнал обратно за дома си. По този начин Асен изминал 1,4 пъти по-голямо разстояние от необходимото, за да се прибере направо у дома. Колко етажен е жилищният блок на Асен и Васил, ако 5-ият, 6-ият и 7-ият етаж в него са отделени за административни помещения и на тези етажи няма живущи?

- А) 12                                      Б) 13                                      В) 14                                      Г) повече от 14

28. Даден е правоъгълен  $\triangle ABC$  ( $\angle ACB = 90^\circ$ ), в който  $AC > BC$ . Ако дължината на височината към хипотенузата  $AB$  е 6 cm и  $M$  е средата на  $AB$ , да се намери дължината в сантиметри на височината в  $\triangle AMC$  от върха  $A$ .

(Отговора запишете в листа за отговори.)

29. Два литра сок с концентрация 60% на плодовия екстракт се смесват с 4 литра сок, в който плодовият екстракт се отнася към водата както 3 : 5. Концентрацията на получения сок е:

- А) 30%                                      Б) 35%                                      В) 40%                                      Г) 45%

30. Иванчо живее в 10-етажна сграда. Асансьорът в сградата се движи с една и съща постоянна скорост от първия до десетия етаж и обратно. Иванчо слиза с него за 20 секунди от етаж, на който живее, а се качва за 24 секунди, защото не успява да стигне бутона на своя етаж и слизайки на по-долен етаж, изминава оставащото разстояние по стълбите до вкъщи с 2 пъти по-малка скорост от тази на асансьора. На кой етаж живее Иванчо?

- А) осми                                      Б) седми                                      В) шести                                      Г) пети

31. В компютърна игра вложителят в банката има право да променя наличната сума по влога си, като я увеличава с 10% или я намалява с 10%. След колко промени най-малко първоначална сума от 100 лв. може да стане 98 лв. и 1 ст.?

(Отговора запишете в листа за отговори.)

32. Средноаритметичното на годините на майката, бащата и трите деца в едно семейство е 21 години, а средноаритметичното на годините на трите деца е 11 години. На колко години е бащата, ако той е с 4 години по-възрастен от майката?

- А) 40                                      Б) 34                                      В) 36                                      Г) 38

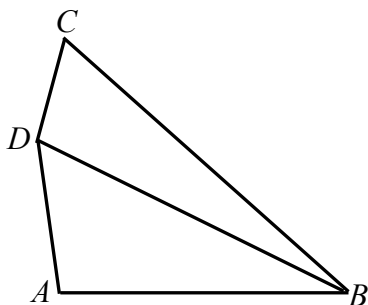
33. Всяка от отсечките  $a = 5$  dm,  $b = 7$  dm и  $c = 9$  dm е страна или височина на даден успоредник. Възможно най-голямото лице на успоредника в квадратни дециметри е:

- А) 21                                      Б) 35                                      В) 45                                      Г) 63

34. На един остров живеят рицари, които винаги казват истината, и лъжци, които винаги лъжат. Част от жителите твърдят, че броят на рицарите на острова е четно число, а останалите твърдят, че броят на лъжците на острова е нечетно число. Кое от посочените числа НЕ може да е броят на жителите на този остров?

- А) 30                                      Б) 35                                      В) 40                                      Г) 506

35. Даден е четириъгълник  $ABCD$  със страни  $AB = 8$  cm,  $BC = 16$  cm,  $CD = 4$  cm и  $AD = 6$  cm. Намерете дължината на диагонала  $BD$  в сантиметри, ако тя е цяло число.



(Отговора запишете в листа за отговори.)

36. В една оранжерия има пет лехи, които са номерирани с числата от 1 до 5. На всяка леха са засадени точно по един от следните видове цветя: карамфили, гербери, лалета, рози и хризантеми. Ако номерата на лехите с карамфили и с лалета са четни, лехата с карамфилите е единственият съсед на лехата с герберите и лехата с розите не е до лехата с карамфилите, какви са цветята на лехата с номер 3?

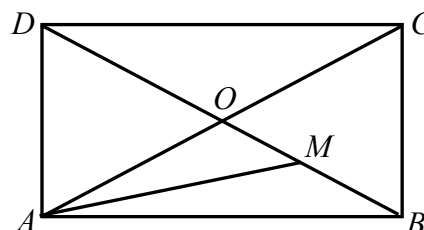
- А) карамфили      Б) гербери      В) лалета      Г) хризантеми

37. Да се реши неравенството  $(x-4)(x-3) \geq 4+(3-x)^2$ .

- А)  $x \in (-\infty; -1)$       Б)  $x \in (-\infty; -1]$       В)  $x \in (-1; \infty)$       Г)  $x \in [-1; \infty)$

38. Диагоналите на правоъгълника  $ABCD$  се пресичат в точката  $O$ . Ако точката  $M$  е средата на отсечката  $BO$ , колко процента от лицето на правоъгълника е лицето на  $\triangle AMO$ ?

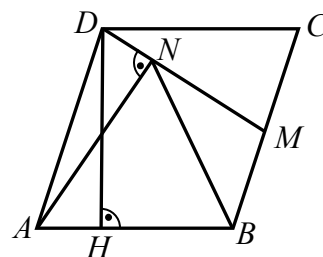
- А) 12,5      Б) 15      В) 20,5      Г) 25



39. За кои стойности на параметъра  $k$  корените на уравнението  $(k+1)x+1=k^2$  са решения на неравенството  $\frac{1}{2}(1-x) \geq x+0,5$ ?

- А)  $k \in (-\infty; 1]$       Б)  $k \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1]$       В)  $k \in (-\infty; -1) \cup [-1; 1)$       Г)  $k \neq 0$

40. Даден е успоредник  $ABCD$  с височина  $DH = 6$  cm ( $H \in AB$ ). Нека  $M$  е средата на страната  $BC$  и  $AN \perp DM$  ( $N \in DM$ ). Да се намери лицето на успоредника в квадратни сантиметри, ако  $BN = 4,4$  cm.



- А) 26,4      Б) 22,4      В) 18,8      Г) 16,4

41. В една област има 3 града:  $A$ ,  $B$  и  $B$ . Жителите на  $A$  винаги казват истината, жителите на  $B$  винаги лъжат, а жителите на  $B$  – ако веднъж са излъгали, следващия път задължително казват истината, а ако са казали истината, следващия път задължително лъжат. В един от градовете избухнал пожар и жител от областта провел следния разговор с дежурния на единствената пожарна:

- В нашия град има пожар!
- Къде е пожарът?
- В град  $B$ .

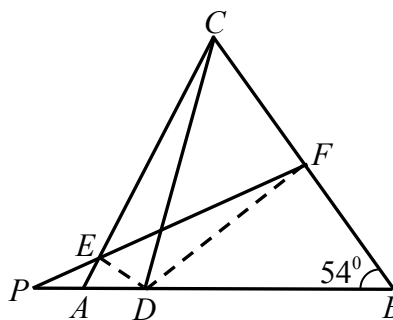
За кой от градовете трябвало да се отправи пожарната?

- А)  $A$                       Б)  $B$                       В)  $B$                       Г) не може да се определи

42. В парламентарните избори на една държава участвали всички пълнолетни граждани, които гласували за регистрираните партии. Гласувалите за партията на математиците обичат математиката, а 80% от гласувалите за останалите партии не обичат математиката. Най-малко колко процента са гласували за партията на математиците, ако точно 52% от пълнолетните жители на тази държава обичат математиката?

- А) 35%                      Б) 52%                      В) 42%                      Г) 40%

43. Даден е  $\triangle ABC$ , в който  $AB > AC$  и  $\angle ABC = 54^\circ$ . Точката  $D$  от страната  $AB$  е такава, че  $CD = BD$ , а ъглополовящите на  $\angle ADC$  и  $\angle BDC$  пресичат страните  $AC$  и  $BC$  съответно в точките  $E$  и  $F$ . Ако правата  $EF$  пресича правата  $AB$  в точка  $P$  и  $2PD = EF$ , да се намери градусната мярка на  $\angle PED$ .

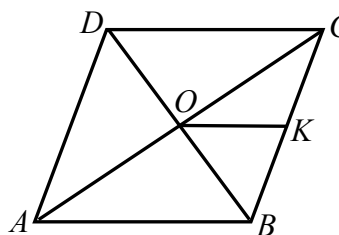


- А)  $100^\circ$                       Б)  $102^\circ$                       В)  $108^\circ$                       Г)  $120^\circ$

44. Ася и Ваня купили по една кутия с един и същ брой пликчета с боя за яйца. С едно пликче могат да се боядисат 5 или 6 яйца. За празника в училище Ася боядисала 154 яйца с всичките си пликчета, а Ваня – 175 яйца, като също употребила своите пликчета. По колко пликчета има в една кутия?

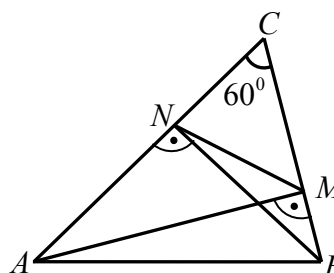
- А) по-малко от 26      Б) 26                      В) 30                      Г) повече от 30

45. В ромб  $ABCD$  със страна  $AB = 8$  cm диагоналите  $AC$  и  $BD$  се пресичат в точката  $O$ . Да се намери лицето в квадратни сантиметри на четириъгълника  $ABKO$ , ако  $K$  е средата на страната  $BC$  и  $\angle COK : \angle BOK = 1:5$ .



- А) 16                      Б) 12                      В) 24                      Г) 18

46. Даден е остроъгълен  $\triangle ABC$  с  $\angle ACB = 60^\circ$ . Да се намери периметърът на  $\triangle ABC$  в сантиметри, ако периметърът на  $\triangle NMC$  е 11 cm, където  $AM$  ( $M \in BC$ ) и  $BN$  ( $N \in AC$ ) са височините съответно към страните  $BC$  и  $AC$  в  $\triangle ABC$ .



- А) 22                      Б) 28                      В) 30                      Г) 33

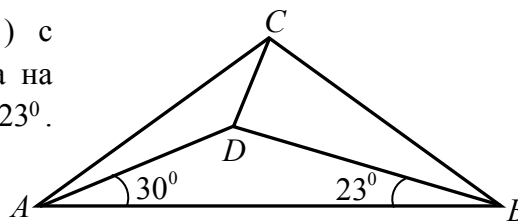
47. На дъската са записани естествените числа от 1 до 12 включително. Учениците в класа играят на следната игра: един ученик излиза на дъската, изтрива две от числата и на тяхно място записва сумата им, намалена с 1. След това излиза втори ученик и прави същото с числата на дъската. После излиза трети ученик и т.н. Играта продължава, докато на дъската остане едно число. Числото, което остава, е:

- А) по-малко от 12      Б) 12      В) 67      Г) по-голямо от 67

48. Дължините на страните на един триъгълник са целите числа 13,  $x$  и  $y$ , измерени в една и съща мерна единица. Ако  $xy = 105$ , то периметърът на триъгълника в същата мерна единица е:

- А) 35      Б) 39      В) 51      Г) 119

49. Даден е равнобедрен  $\triangle ABC$  ( $AC = BC$ ) с  $\angle ACB = 106^\circ$ . Точката  $D$  е във вътрешността на триъгълника така, че  $\angle DAB = 30^\circ$  и  $\angle ABD = 23^\circ$ . Да се намери мярката на  $\angle BDC$ .



- А)  $90^\circ$       Б)  $87^\circ$       В)  $85^\circ$       Г)  $83^\circ$

50. Върху стените на кубче са записани точно по веднъж числата от 1 до 6. Ако една от стените е избрана за основа и кубчето е поставено на нея, то сумата на числата върху околните стени е 13. При друг избор на основа сумата на числата върху околните стени става 12. Кое е числото върху стената, която е противоположна на стената с числото 1?

- А) 2      Б) 3      В) 4 или 5      Г) 6



**ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 25 юни 2009 г.**

**Ключ с верните отговори**

<b>Въпрос №</b>	<b>Верен отговор</b>	<b>Точки</b>
1.	Г	1
2.	В	1
3.	А	1
4. <b>СО</b>	1,5	1
5.	Г	1
6.	В	1
7.	А	1
8.	В	1
9.	В	1
10.	Г	1
11.	В	1
12. <b>СО</b>	139°	1
13. <b>СО</b>	61	1
14. <b>СО</b>	80-16π ИЛИ 16(5-π) ИЛИ 29,76 ИЛИ $\frac{208}{7}$	1
15.	А	1
16.	Г	2
17.	Г	2
18.	В	2
19. <b>СО</b>	0%	2
20.	Б	2
21.	В	2
22.	А	2
23.	Б	2
24. <b>СО</b>	-2	2
25.	Г	2
26.	Б	2
27.	Б	2
28. <b>СО</b>	6	2
29.	Г	2
30.	В	2
31. <b>СО</b>	4	2
32.	Г	2
33.	Г	2
34.	Б	2
35. <b>СО</b>	13	2
36.	Г	3
37.	Б	3
38.	А	3
39.	Б	3
40.	А	3
41.	А	3
42.	Г	3
43.	Б	3
44.	В	3
45.	Б	3
46.	А	3
47.	В	3
48.	А	3
49.	Г	3
50.	Б	3

## ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ НА ЧАСТ ОТ ЗАДАЧИТЕ

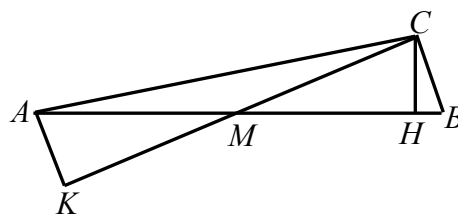
27. Асен отишъл на гости при своя приятел Васил от 11-ия етаж на жилищния блок, в който живеят и двамата. Когато решил да се прибира, той тръгнал нагоре по стълбите вместо надолу към своя етаж. Стигнал до последния етаж на блока и забелязвайки, че се е объркал, тръгнал обратно за дома си. По този начин Асен изминал 1,4 пъти по-голямо разстояние от необходимото да се прибере направо у дома. Колко етажен е жилищният блок на Асен и Васил, ако 5-ият, 6-ият и 7-ият етаж в него са отделени за административни помещения и на тези етажи няма живущи?

А) 12                      Б) 13                      В) 14                      Г) повече от 14

**Отг. Б).** Ако Асен живее  $x$  етажа по-надолу от Васил, той е изминал разстоянието между  $1,4x$  етажа, за да се прибере у дома. Тогава разстоянието между 11-ия и последния етаж на блока е  $\frac{1,4x-x}{2} = 0,2x = \frac{x}{5}$  етажа. Тъй като  $\frac{x}{5}$  е цяло число, то една от възможностите е  $\frac{x}{5} = 1$ , откъдето  $x = 5$ . Това означава, че Асен живее на 6-ия етаж, което е невъзможно, защото по условие на този етаж се намират административни помещения. Ако  $\frac{x}{5} = 2$ , то  $x = 10$ . Следователно блокът е 13-етажен и Асен живее на първия етаж. Ако  $\frac{x}{5} \geq 3$ , то  $x \geq 15$ , което е невъзможно, защото преди 11-ия етаж няма толкова много етажи (повече от 15). Единствената възможност е блокът да е 13-етажен.

28. Даден е правоъгълен  $\triangle ABC$  ( $\angle ACB = 90^\circ$ ), в който  $AC > BC$ . Ако дължината на височината към хипотенузата  $AB$  е 6 см и  $M$  е средата на  $AB$ , то дължината в сантиметри на височината в  $\triangle AMC$  от върха  $A$  е равна на:

*Решение:* **Отг. 6 см).** Нека  $H \in AB$  и  $K \in CM$  са петите на височините от върховете  $C$  и  $A$  съответно в триъгълниците  $ABC$  и  $AMC$ . Тъй като медианата към хипотенузата в правоъгълния триъгълник е половината от хипотенузата, то  $AM = CM$ . Тогава  $\triangle AMK \cong \triangle CMH$  по II признак и  $AK = CH = 6$  см.



**30.** Иванчо живее в 10-етажна сграда. Асансьорът в сградата се движи с една и съща постоянна скорост нагоре и надолу. Иванчо слиза с него за 20 сек. от етаж, на който живее, а се качва за 24 сек., защото не успява да стигне бутона на своя етаж и слизайки на по-долен етаж, изминава оставащото разстояние по стълбите до вкъщи с 2 пъти по-малка скорост от тази на асансьора. На кой етаж живее Иванчо?

А) осми

Б) седми

В) шести

Г) пети

*Решение:* **Отг. В).** Нека  $x$  е разстоянието между няколко етажа, което асансьорът минава за време, два пъти по-малко, отколкото времето, за което Иванчо преодолява по стълбите пеша след като слезе от асансьора. От друга страна времето пеша е с  $24 - 20 = 4$  сек. повече, отколкото времето  $t$  на асансьора за разстоянието  $x$ . Следователно за времето пеша на Иванчо е вярно равенството  $t + 4 = 2t$ . От където намираме че времето на асансьора  $t = 4$  сек. за разстоянието  $x$ . Тъй като за слизане с асансьора са необходими 20 сек., а 4 сек. са  $\frac{1}{5}$  от 20 сек., то  $x$  е  $\frac{1}{5}$  от разстоянието от дома на Иванчо до първия етаж. Ако тази  $\frac{1}{5}$  част е 2 или повече етажа в сградата, то между I етаж и етаж, на който живее Иванчо, би имало 10 или повече етажи. Но това е невъзможно, защото сградата е 10-етажна. Заключаваме, че тази  $\frac{1}{5}$  част е точно разстоянието между два съседни етажа. Това означава, че с асансьора Иванчо слиза на петия етаж ( $4 \cdot 4 = 16$  сек.) и продължава пеш един етаж нагоре (8 сек.). Така установяваме, че Иванчо живее на шестия етаж.

Задачата може да се реши и само като се съобрази кои са делителите на 20 и се отчете, че разстоянията между етажите са с 1 по малко от броя на етажите.

**32.** Средноаритметичното на годините на майката, бащата и трите деца в едно семейство е 21 години, а средноаритметичното на годините на трите деца е 11 години. На колко години е бащата, ако той е с 4 години по-възрастен от майката?

*Решение:* **Отг. Г).** Сборът от годините на децата е  $3 \cdot 11 = 33$ . Ако означим с  $x$  годините на бащата, то майката е на  $x - 4$  години и от условието получаваме  $\frac{x + (x - 4) + 33}{5} = 21$ .

Оттук  $x = 38$  години.

33. Всяка от отсечките  $a = 5 \text{ dm}$ ,  $b = 7 \text{ dm}$  и  $c = 9 \text{ dm}$  е страна или височина на даден успоредник. Възможно най-голямото лице на успоредника в квадратни дециметри е:

А) 21

Б) 35

В) 45

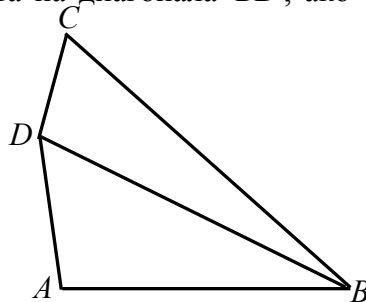
В) 63

*Решение:* **Отг. Г)** Ако допуснем, че две от отсечките са страни, то най-голямо лице може да се получи при страна 9 дм. и височина към нея 5 дм. Ако допуснем, че две от отсечките са височини 7 дм. и 5 дм., то най-голямо лице може да се получи при страна 9 дм. и височина към нея 7 дм. Ако височините са 9 дм. и 5 дм., то отново възможно най-голямото лице е 63 кв.дм. при страна 7 дм., към която е спусната височина от 9 дм. Т. е. възможно най-голямото лице на успоредника се получава от  $9 \cdot 7 = 63$ . Верният отговор е Г).

34. На един остров живеят рицари, които винаги казват истината, и лъжци, които винаги лъжат. Част от жителите твърдят, че броят на рицарите на острова е четно число, а останалите твърдят, че броят на лъжците на острова е нечетно число. Кое от посочените числа **НЕ** може да е броят на жителите на този остров?

*Решение:* **Отг. Б).** Ако двама от жителите изказват едно и също твърдение, то двамата са едновременно рицари или лъжци. Оттук следва, че са възможни два случая: първото твърдение да е изказано от рицарите на острова, а второто – от лъжците или първото твърдение да е изказано от лъжците на острова, а второто – от рицарите. В първия случай броят на рицарите е четно число и броят на лъжците е също четно число. Във втория случай броят на рицарите е нечетно число и броят на лъжците е също нечетно число. Общият брой на жителите и в двата случая е четно число (четно + четно = четно и нечетно + нечетно = четно). От посочените числа само числото **35 в Б)** е нечетно.

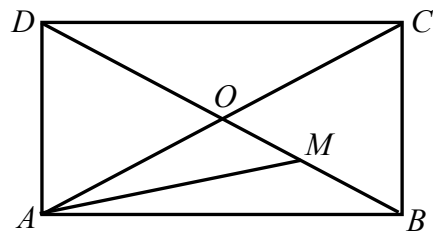
35. Даден е четириъгълник  $ABCD$  със страни  $AB = 8 \text{ см}$ ,  $BC = 16 \text{ см}$ ,  $CD = 4 \text{ см}$  и  $AD = 6 \text{ см}$ . Намерете дължината на диагонала  $BD$ , ако тя е цяло число сантиметри.



*Решение:* **Отг. 13 см.** От неравенството на триъгълника за  $\triangle ABD$  следва, че  $BD < 14$  см, а от същото неравенство за  $\triangle DBC$  – съответно, че  $BD > 12$  см. Единственото цяло число между 12 и 14 е 13, откъдето заключаваме, че  $BD = 13$  см.

**36. Г)** От условието следва, че карамфилите и лалетата са съответно на лехи с номера 2 и 4. Нека карамфилите са на леха 2, а лалетата са на леха 4. Тъй като карамфилите са единствения съсед на герберите, то герберите са в леха с номер 1. Розите не бива да са до карамфилите и следователно са в леха с номер 5. За хризантемите остава леха с номер 3. Ако лалетата са в леха с номер 2, а карамфилите са в леха с номер 4, то те могат да са единствен съсед на герберите, ако герберите са в леха с номер 5. До карамфилите не са розите и тогава розите са в леха 1. За хризантемите отново остава леха номер 3.

**38.** Диагоналите на правоъгълника  $ABCD$  се пресичат в точка  $O$ . Ако точката  $M$  е средата на отсечката  $BO$ , то колко процента е лицето на  $\triangle AMO$  от лицето на правоъгълника?

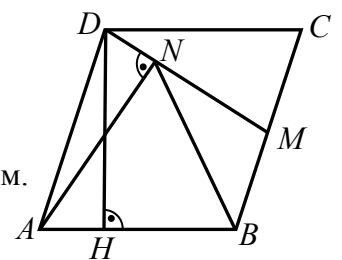


*Решение:* **Отг. А).** Ще използваме, че медианата в един триъгълник разделя триъгълника на два равнолицеви триъгълника. Тъй като  $AM$  е медиана в  $\triangle ABO$  и  $BO$

е медиана в  $\triangle ABC$ , то  $S_{AMO} = \frac{1}{2}S_{ABO} = \frac{1}{4}S_{ABC} = \frac{1}{8}S_{ABCD}$ . Тогава  $\frac{S_{AMO}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{8} = 12,5\%$ .

**40.** Даден е успоредник  $ABCD$  с височина  $DH = 6$  см ( $H \in AB$ ).

Нека  $M$  е средата на страната  $BC$  и  $AN \perp DM$  ( $N \in DM$ ). Да се намери лицето на успоредника в квадратни сантиметри, ако  $BN = 4,4$  см.



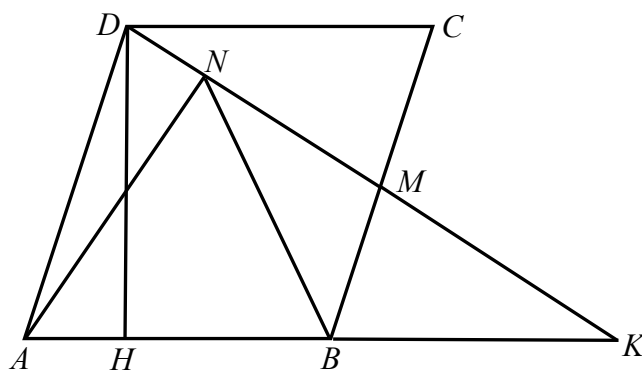
**А)** 26,4

**Б)** 22,4

**В)** 18,8

**Г)** 16,4

*Решение:*



Нека  $K$  е пресечната точка на правите  $AB$  и  $DM$ . Тъй като триъгълниците  $DMC$  и  $KMB$  са еднакви по II признак, то  $BK = CD = AB$ . Следователно  $NB$  е медиана в правоъгълния  $\triangle AKN$  и  $AB = BN = 4,4$  см, откъдето  $S_{ABCD} = AB \cdot DH = 4,4 \cdot 6 = 26,4$  кв. см.

**41.** В една област има 3 града: А, Б и В. Жителите на А винаги казват истината, жителите на Б винаги лъжат, а жителите на В – ако веднъж са излъгали, следващия път задължително казват истината, а ако са казали истината, следващия път задължително лъжат. В един от градовете избухнал пожар и жител от областта провел следния разговор с дежурния на единствената пожарна:

- В нашия град има пожар!
- Къде е пожарът?
- В град В.

За кой от градовете трябвало да се отпрати пожарната?

- А) А            Б) Б            В) В            Г) не може да се определи

**Решение: Отг.А)** Жителят, който се обадил за пожара изказал 2 твърдения « В нашия град има пожар» и « Пожарът е в град В». Обадилият се не е жител на А, защото двете твърдения са противоречиви. Той не може да е и жител на В, защото двете твърдения са верни, а това противоречи на условието. Ако сигнализиралият за пожара е жител на Б, то от първото твърдение следва, че пожарът не е във град Б, а от второто твърдение следва, че и в град В няма пожар. Следователно единствено възможно е обаждането да е от жител на град Б и пожарът да е в град А.

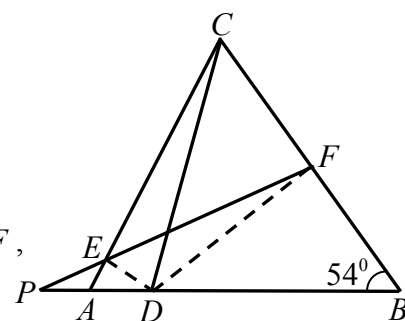
**42.** В парламентарни избори на една държава участвали всички пълнолетни граждани, които са гласували за регистрираните партии. Гласувалите за партията на математиците обичат математиката, а 80% от гласувалите за останалите партии не обичат математиката. Най-малко колко процента са гласували за партията на математиците, ако точно 52% от пълнолетните жители на тази държава обичат математиката?

- А) 35%            Б) 52%            В) 42%            Г) 40%

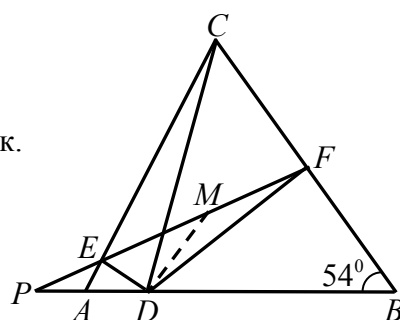
**Решение: Отг.Г)** Ако означим с  $P$  броя на пълнолетните жители, а с  $M$  – броя на гласувалите за партията на математиците, то гласувалите за останалите партии са  $P - M$ . Тези, които обичат математиката са  $0,52P$ , а тези, които не обичат математиката са  $0,48P$ . От неравенството  $0,8(P - M) \geq 0,48P$  намираме, че  $\frac{M}{P} \geq \frac{2}{5}$ .

Това означава, че партията на математиците е събрала най-малко  $\frac{2}{5} \cdot 100 = 40\%$  от всички гласове.

**43.** Даден е  $\triangle ABC$ , в който  $AB > AC$  и  $\angle ABC = 54^\circ$ . Точката  $D$  е от страната  $AB$  така, че  $CD = BD$ , а ъглополовящите на ъглите  $ADC$  и  $BDC$  пресичат страните  $AC$  и  $BC$  съответно в точките  $E$  и  $F$ . Ако правата  $EF$  пресича правата  $AB$  в точка  $P$  и  $2PD = EF$ , да се намери градусната мярка на  $\angle PED$ .



*Решение: Отг. Б)* Тъй като  $DF$  е ъглополовяща в равнобедрения  $\triangle CBD$  ( $CD = BD$  по условие), то  $DF$  е и височина в този триъгълник. Заклучаваме, че  $\angle DFB = 90^\circ$ . Освен това  $\angle EDF = 90^\circ$ , защото



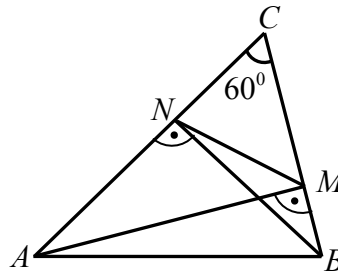
раменете му са ъглополовящи на съседни ъгли. Ако  $M$  е средата на хипотенузата  $EF$  в правоъгълния  $\triangle EFD$ , то  $DM = \frac{1}{2}EF$  (медиана към хипотенузата в правоъгълен триъгълник) и от условието следва, че  $PD = DM$ . Следователно  $\triangle MPD$  е равнобедрен и заключаваме, че ако  $\angle MFD = x$ , то  $\angle DPE = \angle PMD = 2\angle MFD = 2x$ . Тогава от  $\triangle PBF$  получаваме  $2x + x + 90^\circ + 54^\circ = 180^\circ$ , откъдето  $x = 12^\circ$ . Тъй като  $\angle PED$  е външен за  $\triangle EFD$ , то  $\angle PED = 90^\circ + 12^\circ = 102^\circ$ .

**44.** Ася и Ваня купили по една кутия с един и същ брой пликчета с боя за яйца. С едно пликче могат да се боядисат 5 или 6 яйца. За празника в училище Ася боядисала 154 яйца с всички свои пликчета, а Ваня – 175 яйца, като също употребила всичките си пликчета. По колко пликчета има в една кутия?

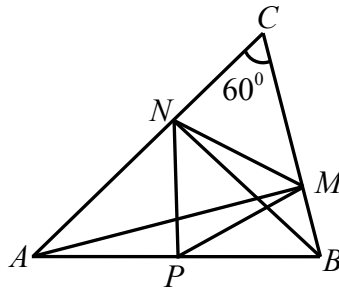
- А) по-малко от 26                      Б) 26                      В) 30                      Г) повече от 30

*Решение: Отг. В).* Ако пликчетата в една кутия са по-малко от 30, т.е. най-много 29, то Ваня би боядисала най-много  $29 \cdot 6 = 174$  яйца. Но тя е боядисала 175 яйца и следователно пликчетата са поне 30. Ако броят на пликчетата в една кутия е по-голям от 30, т.е. ако той е поне 31, то Ася би боядисала поне  $31 \cdot 5 = 155$  яйца. Но тя е боядисала 154 и следователно пликчетата са най-много 30. Така заключаваме, че всяка кутия съдържа точно 30 пликчета.

46. Даден е остроъгълен  $\triangle ABC$  с  $\angle ACB = 60^\circ$ . Да се намери периметърът на  $\triangle ABC$  в сантиметри, ако периметърът на  $\triangle NMC$  е 11 см, където  $AM$  ( $M \in BC$ ) и  $BN$  ( $N \in AC$ ) са височините съответно към страните  $BC$  и  $AC$  в  $\triangle ABC$ .



Решение: А)

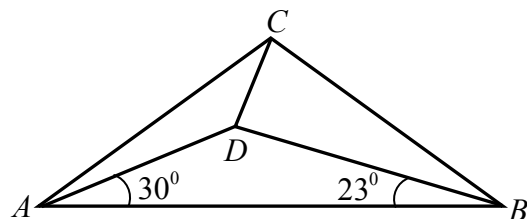


Ако  $P$  е средата на страната  $AB$ , то  $MP$  и  $NP$  са медиани съответно в правоъгълните триъгълници  $ABM$  и  $ABN$ , откъдето имаме, че  $MP = NP = \frac{1}{2}AB$ . От друга страна  $\angle NPM = 180^\circ - (\angle APN + \angle BPM)$ . Но триъгълниците  $APN$  и  $BPM$  са равнобедрени ( $AP = NP$  и  $BP = MP$ ) и отгук  $\angle APN = 180^\circ - 2\angle BAC$  и  $\angle BPM = 180^\circ - 2\angle ABC$ . Тогава

$$\begin{aligned} \angle NPM &= 180^\circ - (180^\circ - 2\angle BAC + 180^\circ - 2\angle ABC) = \\ &= 180^\circ - (360^\circ - 2(180^\circ - \angle ACB)) = 180^\circ - 2\angle ACB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ. \end{aligned}$$

Получаваме, че един от ъглите в равнобедрения  $\triangle PMN$  е равен на  $60^\circ$ , откъдето следва, че този триъгълник е равностранен и в частност  $NM = \frac{1}{2}AB$ . В  $\triangle AMC$  катетът  $CM$  е срещу ъгъл от  $30^\circ$ , така че  $CM = \frac{1}{2}AC$ . Аналогично  $CN = \frac{1}{2}BC$  и следователно  $11 = NM + CM + CN = \frac{1}{2}(AB + AC + BC)$ . Тогава периметърът на  $\triangle ABC$  е  $2 \cdot 11 = 22$  см.

49. Даден е равнобедрен  $\triangle ABC$  ( $AC = BC$ ) с  $\angle ACB = 106^\circ$ . Точката  $D$  е във вътрешността на триъгълника така, че  $\angle DAB = 30^\circ$  и  $\angle ABD = 23^\circ$ . Да се намери мярката на  $\angle BDC$ .





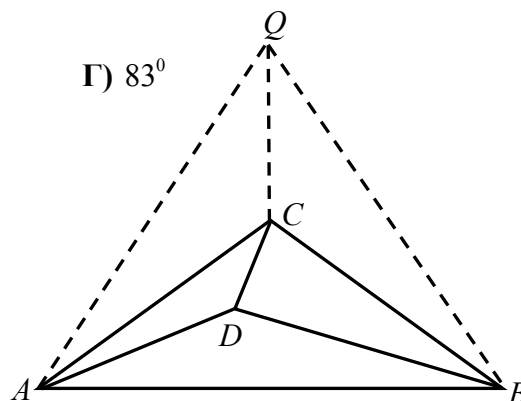
А)  $90^\circ$

Б)  $87^\circ$

В)  $85^\circ$

Г)  $83^\circ$

Решение: **Отговор Г).**



Тъй като  $\angle ACB = 106^\circ$ , то  $\angle BAC = \angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - 106^\circ) = 37^\circ$ . Нека  $Q$  е точка в същата полуравнина спрямо  $AB$ , както и  $C$  така, че  $\triangle ABQ$  е равностранен. Тогава  $\angle QBC = \angle ABQ - \angle ABC = 60^\circ - 37^\circ = 23^\circ = \angle ABD$ . От друга страна,  $\triangle CBQ \cong \triangle CAQ$  по III признак, откъдето  $\angle CQB = \angle CQA = 30^\circ$  и получаваме, че  $\angle DAB = \angle CQB$ . Следователно  $\triangle ABD \cong \triangle QBC$  по II признак и заключаваме, че  $BD = BC$ , т.е.  $\triangle CDB$  е равнобедрен и  $\angle BDC = \angle BCD = \frac{1}{2}(180^\circ - 14^\circ) = 83^\circ$ .

**50.** Върху стените на кубче са записани точно по веднъж числата от 1 до 6. Ако една от стените е избрана за основа и кубчето е поставено на нея, то сумата на числата върху околните стени е 13. При друг избор на основа сумата на числата върху околните стени става 12. Кое е числото върху стената, която е противоположна на стената с числото 1?

А) 2

Б) 3

В) 4 или 5

Г) 6

Решение: **Отг. Б).** Сумата на числата от 1 до 6 е 21. След като при първия избор на основа сумата на числата върху околните стени е 13, то сумата на числата върху двете основи (долна и горна) е  $21 - 13 = 8$ . Съществуват две възможности за сумата на числата върху тези противоположни стени: 2 и 6 или 3 и 5. Да предположим, че 3 и 5 са върху двете основи. От втория избор следва, че сумата на числата върху две противоположни стени (двете нови основи) е  $21 - 12 = 9$ . Това се реализира в два случая: 3 и 6 или 4 и 5. Във всеки от тези два случая участва или 3, или 5, откъдето заключаваме, че 3 и 5 не могат да са върху противоположни стени. Остава втората възможност от първия избор, а именно, че 2 и 6 са върху противоположни стени. Тогава единствената възможност от втория избор на основа е 5 и 4 да са върху противоположни стени. Следователно оставащите две числа 1 и 3 са също върху противоположни стени.