

# Национален кръг на “Европейско Кенгуру”

2 юни 2012 г.

## ТЕМА за 2 – 3 – 4 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

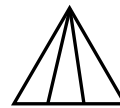
**ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. В една кутия има 13 червени топки, а в друга кутия има сини топки, които са по-малко от червените. Краси взема няколко сини топки, а Роси взема толкова червени, колкото са останалите сини във втората кутия. Колко топки остават общо в двете кутии?

- А) нищо не остава      В) 2      С) 13      Д) 26      Е) не може да се определи

2. Пребройте триъгълниците на чертежа.

- А) 3      В) 4      С) 5      Д) 6      Е) повече от 6



3. Дадени са равенствата  $\spadesuit + \clubsuit + \diamond + \heartsuit = 20$ ,  $\clubsuit + \spadesuit + \clubsuit = 12$  и  $\heartsuit + \diamond + \heartsuit = 19$ . На колко е равен сборът  $\clubsuit + \heartsuit$ , ако на всяка една от четирите фигурки съответства различно число?

- А) 11      В) 12      С) 19      Д) 20      Е) 31

4. Сборът на годините на баща, дъщеря и син е 41. След една година дъщерята ще е на половината на годините на брат си, а бащата ще бъде четири пъти по-възрастен от сина си. На колко години ще е бащата след две години?

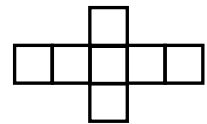
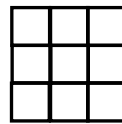
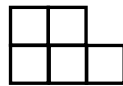
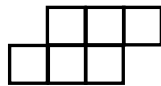
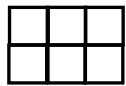
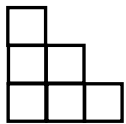
- А) 33      В) 32      С) 31      Д) 30      Е) не може да се определи

5. Намерете броя на четирицифрените числа, за които двуцифрените числа, образувани от кои да е две негови съседни цифри, се делят на 23.

- А) 1      В) 2      С) 3      Д) повече от 3      Е) няма такива

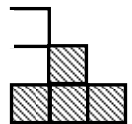
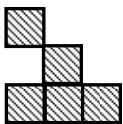
6. Домакинът на клуб “Средец” получил задача да закупи тренировъчни фланелки за баскетболния отбор на клуба. В магазина се продават два вида фланелки – по 8 лв. и по 9 лв. Колко фланелки най-много може да закупи домакинът, ако разполага със 144 лв. и трябва да похарчи всичките пари?

7. Всяка от дадените 6 фигури е съставена от квадратчета, чиито 4 страни са 4 кибритени



клички. От първата фигура махнете 2 кибритени клечки така, че да останат 4 квадратчета; от втората фигура махнете 5 клечки така, че да останат 3 квадратчета; от третата фигура махнете 2 клечки така, че да останат 4 квадратчета; от четвъртата фигура махнете 3 клечки така, че да останат 3 квадратчета; от петата фигура махнете 8 клечки така, че да останат 4 квадратчета; от шестата фигура махнете 6 клечки така, че да останат 4 квадратчета. За всяка фигура застриховайте оставащите квадратчета. Ако от първата фигура махнем 1 клечка,

можем да получим показаната фигура вляво, в която оставащите 5 квадратчета (от общо 6 в началото) за застриховани. Обърнете внимание, че не трябва да остават свободни клечки. Ако например от първата фигура махнем 2 клечки по показания вдясно начин, това не е решение на задачата, защото оставащите квадратчета са наистина 4, но остават също и 3 свободни клечки.



# Национален кръг на “Европейско Кенгуру”

2 юни 2012 г.

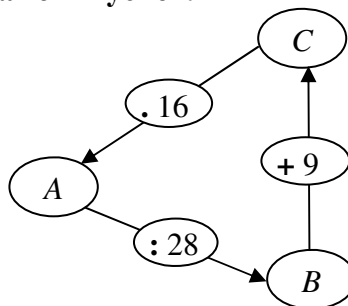
## ТЕМА за 5-6 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

**ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Сборът  $A + B + C$  е равен на:

- A) 132                      B) 156                      C) 369  
D) 448                      E) 1008



2. Числата от 1 до 20 са написани на картончета – всяко число на отделно картонче. Колко най-много картончета могат да се изберат така, че измежду числата върху тях да няма две, едното от които да е два пъти по-голямо от другото?

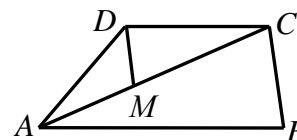
- A) 9                      B) 10                      C) 12                      D) 13                      E) 14

3. Антон, Боян и Васил набрали ябълки. Антон разделил набраните от него ябълки на купчини по 5, а Боян разделил своите ябълки на купчини по 3. Васил може да разпредели своите ябълки или като към всяка от купчините на Антон добави по 6 ябълки, или като към всяка от купчините на Боян добави по 7 ябълки. Тримата събрали всички набрани ябълки и ги разделили на няколко купчини по 15 ябълки. Кое от числата показва възможния брой на получените купчини?

- A) 42                      B) 38                      C) 26                      D) 21                      E) 13

4. Дадени са трапец  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) и точка  $M \in AC$  така, че  $DM \parallel BC$ . Ако лицата на триъгълниците  $AMD$  и  $MCD$  са съответно 12 кв. см и 16 кв. см, да се намери лицето на трапеца в кв. см.

- A) 88                      B) 84                      C) 77                      D) 72                      E) 68



5. Трима алпинисти покорили общо 20 планински върха, като всеки покорил по 12 от тях. Ще наречем леснодостъпни върховете, които са покорени и от тримата, а тези, които са покорени точно от един алпинист – труднодостъпни. Колко от тези 20 върха са труднодостъпни, ако леснодостъпните са 7?

- A) 5                      B) 8                      C) 10                      D) 11                      E) 13

6. Мечо Пух получил подарък буркан с компот, който съдържа плодове и сок. След като изял една трета от плодовете, количеството на компота намаляло с 20 %. Колко процента от компота ще остане, след като Мечо Пух изпие една четвърт от сока?

7. а) Докажете, че  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100}$ .

б) Ако  $m$  и  $n$  са взаимно прости числа и  $\frac{m}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{1339} - \frac{1}{1340}$ ,

докажете, че  $m$  се дели на 2011.

## Национален кръг на “Европейско Кенгуру”

2 юни 2012 г.

### ТЕМА за 7 – 8 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

**ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Дробта  $\frac{a}{b}$  е неправилна и несъкратима. Тя е записана като положително смесено число, цялата част на което е 66% от самото него. Намерете сбора  $a + b$ .  
 А) 83                      В) 67                      С) 50                      D) 33                      Е) 16
2. Колко на брой четирицифрени числа с различни цифри могат да се образуват с помощта на цифрите 0, 1, 3, 4, 6 и 7, ако участието на цифрата 1 е задължително?  
 А) 78                      В) 132                      С) 192                      D) 204                      Е) 216
3. В редица са записани числа, всяко от които без първото е сбор от цифрите на предходното число. Ако първото число е  $2^{2012}$ , а последното е едноцифрено, то редицата завършва с числото:  
 А) 1                      В) 2                      С) 4                      D) 6                      Е) 8
4. Един баща има няколко деца. Ако възрастта на бащата е с 25 години по-голяма от средната възраст на децата и с 20 години по-голяма от общата им средна възраст заедно с него, то броят на децата е:  
 А) 2                      В) 3                      С) 4                      D) 5                      Е) 6
5. Иван и Антон участвали в маратон по плуване, но не в открити води, а в училищния басейн. Те стартирали едновременно в два съседни коридора на басейна и маратонът приключил, когато двамата за първи път едновременно достигнали края на басейна, откъдето стартирали. Ако Иван изминавал една дължина на басейна за 11 минути, а Антон – за 30 минути, колко задминавания е имало по време на маратона?  
 А) 19                      В) 18                      С) 17                      D) 16                      Е) друг отговор
6. Мерките на ъглите при върховете  $A$ ,  $B$  и  $C$  на триъгълника  $ABC$  се отнасят съответно както 5:3:4. Точката  $M$  е от страната  $AC$  на триъгълника и е такава, че разстоянието от нея до страната  $AB$  е 4 пъти по-малко от  $AB$ . Върху отсечката  $BM$  е избрана точка  $P$  така, че  $AM = BP$ . Ако  $AH$  е височина в  $\triangle ABC$  ( $H \in BC$ ), да се намери мярката на  $\angle MHP$ .
7. В редица са записани няколко числа (не непременно различни) по такъв начин, че сборът на всеки 7 последователно записани числа е отрицателен, а сборът на всеки 11 последователно записани числа е положителен. Намерете най-големия брой числа, които могат да бъдат записани по този начин.

## Национален кръг на “Европейско Кенгуру”

2 юни 2012 г.

### ТЕМА за 9 – 10 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

**ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Намерете сбора от реалните корени на уравнението:

$$(4 + x + 2\sqrt{3+x})^2 - 10(1 + \sqrt{3+x})^2 + 9 = 0.$$

- A) -4                      B) -2                      C) 2                      D) 4                      E)  $3 - \sqrt{2}$

2. Даден е правоъгълник  $ABCD$  с лице 10. Точките  $M$  и  $N$  лежат съответно на страните  $BC$  и  $CD$  така, че  $S_{AMN} = 4$ . Ако  $DN = a$  и  $BM = b$ , то  $ab$  е равно на:

- A) 2                      B)  $2\sqrt{2}$                       C)  $3\sqrt{2}$                       D) 5                      E)  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

3. Том и Джери тичат надолу по спускащ се ескалатор между два етаж, стъпвайки на всяко стъпало без да прескачат стъпала. Том успял да стъпи на 50 стъпала, а тичащият 3 пъти по-бързо от него Джери – на 75 стъпала. Колко стъпала има ескалаторът между двата етажа?

- A) 75                      B) 100                      C) 120                      D) 150                      E) 225

4. Редицата 2, 3, 5, 6, 7, 10, ... съдържа последователните естествени числа, които не са точни квадрати и не са точни кубове. Кое е числото на 2012-о място?

- A) 2061                      B) 2063                      C) 2065                      D) 2066                      E) 2173

5. Даден е правоъгълен триъгълник, дължините на страните на който са естествени числа. Ако дължината на единия катет е не по-голяма от 20, а отношението на радиусите на описаната и вписаната окръжност е 5:2, намерете възможно най-голямата стойност на периметъра на триъгълника.

- A) 48                      B) 60                      C) 72                      D) 84                      E) 98

6. Мими подредила любимите си гривни в няколко купчинки. Всеки ден тя взимала по една гривна от всяка купчинка и образувала нова купчинка с взетите гривни. След това подреждала купчинките в низходящ ред по броя на гривните в тях и записвала резултата във вид на наредена  $n$  – орка, където  $n$  е броят на купчинките. Например, ако гривните са 9, едно възможно подреждане е (4,3,2) и в този случай  $n = 3$ . Като вземем по една гривна от трите купчинки и образуваме с тях нова купчинка, получаваме 4 купчинки, като съответната наредена четворка е (3,3,2,1). Ако Мими е имала 6 гривни, какъв е записът на 15-ия ден?

7. Даден е правоъгълник  $ABCD$ . Във вътрешността му е избрана произволна точка и през нея са построени две прави, успоредни на страните му, които разделят правоъгълника на четири правоъгълника. Разглеждаме тези два от тях, които съдържат върховете  $A$  и  $C$ . Да се

докаже, че лицето на поне един от тях не надминава  $\frac{1}{4}$  от лицето на дадения правоъгълник.

## Национален кръг на “Европейско Кенгуру”

2 юни 2012 г.

### ТЕМА за 11 – 12 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

**ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Намерете броя на двойките цели положителни числа  $(x, y)$ , за които е вярно равенството

$$\frac{x+y}{x^2-xy+y^2} = \frac{5}{7}.$$

A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 4                      E) безброй много

2. В равнобедрения  $\triangle ABC$  ( $AC = BC$ ) височините  $BB_1$  ( $B_1 \in AC$ ) и  $CC_1$  ( $C_1 \in AB$ ) се пресичат в точката  $H$ . Ако  $HB_1 = 3$  и  $CB_1 = 6$ , то лицето на  $\triangle BHC$  е равно на:

A) 10                      B)  $10\sqrt{3}$                       C) 15                      D)  $18\sqrt{3}$                       E) 30

3. Редицата  $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$  е зададена с помощта на равенствата  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 4$ ,  $x_{k+2} = x_{k+1} + x_k + x_k x_{k+1} + 1$  ( $k \geq 1$ ). Колко от нейните членове могат да се запишат във вида  $2^m$  за някое естествено число  $m$ ?

A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) безброй много

4. Към телесния диагонал  $AC_1$  на куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  са спуснати перпендикулярите от шестте върха на куба, които са различни от краищата на диагонала. На колко части петите на тези перпендикуляри разделят диагонала  $AC_1$ ?

A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5                      E) 6

5. Намерете броя на наредените четворки реални числа  $(x, y, u, v)$ , които са решения на

системата 
$$\begin{cases} x + y = 2u + 3v, \\ xy + 4v = 2u^2 + 5,5v^2 + 4. \end{cases}$$

A) 4                      B) 3                      C) 2                      D) 1                      E) 0

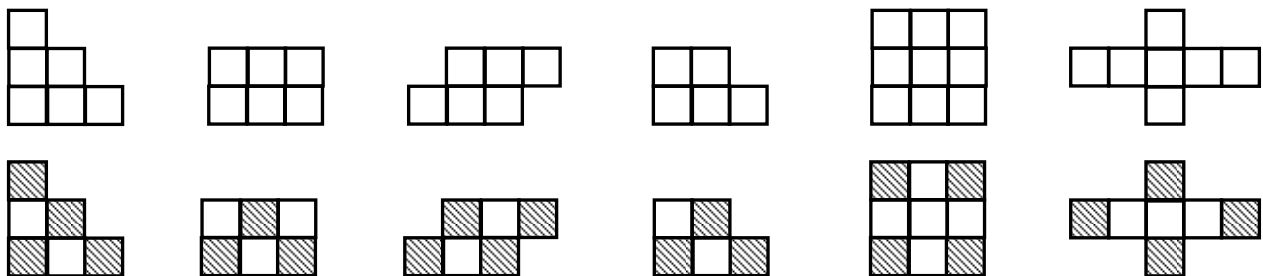
6. Върху ръба  $CD$  на триъгълна пирамида  $ABCD$  с връх  $D$  е взета точка  $M$  така, че  $DM : CM = 3 : 2$ . Да се намери обемът на пирамидата, ако  $\triangle ABM$  е равностранен с дължина на страната 1, равнината през ръба  $AB$  и точката  $M$  е перпендикулярна на ръба  $CD$  и  $AD + BD + CD = 2\sqrt{15}$ .

7. Разглеждаме естествени числа  $m$  и  $n$  със следните свойства: ако отляво на  $m$  запишем една цифра, ще се получи точен куб, а ако отдясно на  $m$  запишем една цифра, ще се получи точен квадрат; обратно, ако отляво на  $n$  запишем една цифра, ще се получи точен квадрат, а ако отдясно на  $n$  запишем една цифра, ще се получи точен куб. Колко естествени числа  $m$  и  $n$  има с посочените свойства? Обосновете отговора си.

Задача №	3 – 4 клас	5 – 6 клас	7 – 8 клас	9 – 10 клас	11 – 12 клас
1	C	C	A	B	C
2	D	E	D	A	C
3	A	B	C	B	A
4	A	C	C	D	B
5	B	D	B	C	D
6	18	70	$90^0$	(3,2,1)	$\frac{5(23\sqrt{3}-15\sqrt{5})}{66}$

### СЕДМА ЗАДАЧА

#### 3-4 клас.



За 1 вярно получена фигура **2 т.**, за 2 вярно получени фигури **4 т.**, за 3 вярно получени фигури **6 т.**, за 4 вярно получени фигури **8 т.**, за 5 вярно получени фигури **9 т.**, за 6 вярно получени фигури **10 т.**

#### 5-6 клас.

а)

$$\begin{aligned}
 & 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} - \left( \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100} \right) = \\
 & = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} - \left( \frac{2}{52} + \frac{2}{54} + \dots + \frac{2}{100} \right) = \\
 & = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} - \left( \frac{1}{26} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{50} \right) = \\
 & = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots - \frac{1}{24} + \frac{1}{25} - \left( \frac{2}{26} + \frac{2}{28} + \dots + \frac{2}{50} \right) = \\
 & = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots - \frac{1}{24} + \frac{1}{25} - \left( \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \dots + \frac{1}{25} \right) = \\
 & = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} - \left( \frac{2}{14} + \frac{2}{16} + \dots + \frac{2}{24} \right) = \\
 & = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} - \left( \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{12} \right) = \\
 & = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \left( \frac{2}{8} + \frac{2}{10} + \frac{2}{12} \right) =
 \end{aligned}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{4} - \frac{2}{6} = 0.$$

б) Използвайки идеята от подточка а), получаваме:

$$\begin{aligned} \frac{m}{n} &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{1339} - \frac{1}{1340} = \\ &= \frac{1}{671} + \frac{1}{672} + \frac{1}{673} + \dots + \frac{1}{1338} + \frac{1}{1339} + \frac{1}{1340} = \\ &= \left( \frac{1}{671} + \frac{1}{1340} \right) + \left( \frac{1}{672} + \frac{1}{1339} \right) + \left( \frac{1}{673} + \frac{1}{1338} \right) + \dots + \left( \frac{1}{1005} + \frac{1}{1006} \right) = \\ &= \frac{2011}{671 \cdot 1340} + \frac{2011}{672 \cdot 1339} + \frac{2011}{673 \cdot 1338} + \dots + \frac{2011}{1005 \cdot 1006} = \frac{2011 \cdot A}{B}. \end{aligned}$$

Тъй като 2011 е просто число и не участва като множител в НОК(671, 672, ..., 1340), то няма да се съкрати и ще остане като множител в числителя, т.е. числителят  $m$  на дробта се дели на 2011.

Всяка подточка се оценява с **5 т.**

### 7-8 клас.

**Отг. 16.** Един от възможните примери за 16 числа е следният:

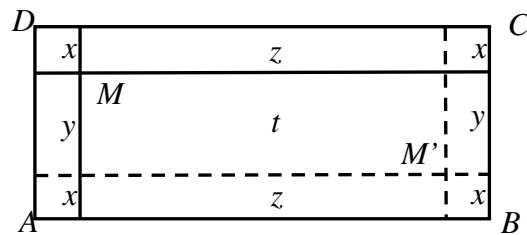
5, 5, -13, 5, 5, 5, -13, 5, 5, -13, 5, 5, 5, -13, 5, 5. Да допуснем, че числата са поне 17 и изпълняват условията на задачата. Да разгледаме 4 последователни числа  $a_1, a_2, a_3, a_4$ . Тъй като остават още поне 13 числа в редицата, то съгласно принципа на Дирихле поне от едната страна на тези 4 числа (вляво или вдясно от тях) ще има най-малко 7 числа. Разглеждаме тези 4 числа  $a_1, a_2, a_3, a_4$  и 7 числа, намиращи се непосредствено до тях (вляво или вдясно). От условието на задачата следва, че сборът на 7-те числа е отрицателен, а сборът на 11-те числа е положителен. Оттук следва, че  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 > 0$ . Така доказахме, че сборът на всеки 4 последователни числа е положителен. Сега да разгледаме 3 последователни числа  $a_1, a_2, a_3$  в редицата. Поне от едната им страна има 4 последователни числа. Доказахме, че сборът на 4-те числа е положителен. В същото време сборът на всичките 7 числа трябва да е отрицателен и заключаваме, че  $a_1 + a_2 + a_3 < 0$ . Така доказахме, че сборът на всеки 3 последователни числа в редицата е отрицателен. Нека сега  $a$  е кое да е число в редицата. То участва в четворка числа с положителен сбор, а сборът на останалите 3 в четворката е отрицателен. Следователно  $a > 0$ . Така доказахме, че всички числа в редицата са положителни, което е невъзможно. Следователно числата в редицата са най-много 16 и примерът по-горе е реализация на условията от задачата.

Посочването на работещ пример на 16 числа се оценява с **5 точки**. С **5 точки** се оценява и пълното доказателство на твърдението, че числата не могат да са повече от 16. Откриване и доказване на свойството, че сборът на всеки 4 последователни числа е положителен, в случай че всички числа са повече от 16, се оценява с **2 точки**. С **2 точки** се оценява също откриване и доказване на свойството, че сборът на всеки 3 последователни числа е винаги отрицателен, в случай че всички числа са повече от 16.

### 9-10 клас.

Осите на симетрия на правоъгълника го разделят на 4 еднакви правоъгълника, всеки от които е с лице  $\frac{1}{4}$  от лицето на правоъгълника  $ABCD$ ). Ако избраната точка е  $M$  и

лежи в този, който съдържа точката  $A$  или в този, който съдържа точката  $C$  (включително и по контура), то задачата е решена. **3 т.** Ако точката  $M$  лежи в някой от другите два правоъгълника, разглеждаме симетричната ѝ точка  $M'$  относно пресечната точка на диагоналите на  $ABCD$  и построяваме през нея нови две прави, успоредни на страните на  $ABCD$  (пунктирните линии от чертежа). **3 т.** Нека лицето на правоъгълника  $ABCD$  е  $S$ . За лицата на получените части ще използваме означенията от чертежа. Достатъчно е да докажем, че  $x + y < \frac{S}{4}$  или  $x + z < \frac{S}{4}$ .



Имаме:  $t + 4x + 2y + 2z = S$ , откъдето  $4x + 2y + 2z < S$ , т.е.  $2x + y + z < \frac{S}{2}$ . **2 т.**

Последното може да се запише във вида  $(x + y) + (x + z) < \frac{S}{2}$ . Заклучаваме, че  $x + y < \frac{S}{4}$

или  $x + z < \frac{S}{4}$ , с което задачата е решена. **2 т.**

### 11-12 клас.

**Отг. безброй много.** Бихме могли да изберем  $m$  от вида  $m = 25\underbrace{0\dots0}_k$ . **2 т.** Тогава

числото  $\overline{1m} = 125\underbrace{0\dots0}_k$  ще бъде точен куб, стига  $k$  да се дели на 3, **1 т.** а числото

$\overline{m0} = 25\underbrace{0\dots0}_{k+1}$  ще бъде точен квадрат, стига  $k+1$  да е четно **1 т.** Лесно може да се

провери, че условията  $k$  да се дели на 3 и  $k+1$  да е четно са изпълнени, ако  $k = 6m + 3$ ,

където  $m$  е произволно естествено число. **1 т.** Разсъждавайки за  $n$ , бихме могли да го

изберем от вида  $n = 10\underbrace{\dots0}_k$ . **1 т.** Тогава числото  $\overline{8n} = 810\underbrace{\dots0}_k$  ще бъде точен квадрат,

стига  $k$  да е четно, **1 т.** а числото  $\overline{n0} = 10\underbrace{\dots0}_{k+1}$  ще бъде точен куб, стига  $k+1$  да се дели

на 3. **1 т.** Сега е достатъчно да е изпълнено  $k = 6m + 2$ , където  $m$  е произволно естествено число. Ясно е, че условията  $k$  да е четно и  $k+1$  да се дели на 3 са

изпълнени. **1 т.** Получаваме, че числата от вида  $m = 25\underbrace{0\dots0}_{6m+3}$  и  $n = 10\underbrace{\dots0}_{6m+2}$  имат

свойствата, посочени в задачата. Числата от двата вида са безброй много. **1 т.**