



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 25 април 2009 г.

ТЕМА ЗА 4 КЛАС

Задача 1. Един ден Боби казал на брат си Иво: “Намислих си едно число. То е равно на $(2008 : 4 - 102) \cdot 5 + 8$. Намери го!” Иво отговорил: “Добре, но и ти намери моето число, ако знаеш, че като го разделиш на 7 и от полученото извадиш 7, и с полученото число пак извършиш същите две действия, ще получиш 33.”

Намерете кои числа са си намислили Иво и Боби!

Задача 2. Ангел хванал толкова риби, колкото и синът му, а Рангел хванал 3 пъти повече риби, отколкото синът му. Колко риби е хванал Рангел, ако всички хванати риби са 25?

Задача 3. Даден е правоъгълник с лице 196 кв. см , който може да се разреже на 4 еднакви квадрата.

а) Намерете дължините на страните на този правоъгълник.

б) Минчо се опитал да разреже дадения правоъгълник на квадрати с дължини на страните 5 см и 2 см , като искал от всеки вид квадрати да има най-малко по един представител. Възможно ли е това? Помогнете му да го направи, ако е възможно.

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа 4 часа.

Пожелаваме Ви успех!

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАДАЧИТЕ ЗА 4 КЛАС

Задача 1. За намиране числото на Боби пресмятаме:

$$(2008 : 4 - 102) \cdot 5 + 8 = (502 - 102) \cdot 5 + 8 = 400 \cdot 5 + 8 = 2000 + 8 = 2008 \quad (3 \text{ т.}).$$

За намиране числото на Иво пресмятаме отзад напред, като използваме обратните действия:

$$33 + 7 = 40 \quad (1 \text{ т.}), \quad 40 \cdot 7 = 280 \quad (1 \text{ т.}), \quad 280 + 7 = 287 \quad (1 \text{ т.}), \quad 287 \cdot 7 = 2009 \quad (1 \text{ т.}).$$

Намислените числа от Иво и Боби са съответно 2008 и 2009.

Задача 2. Ако синът на Рангел е хванал 7 или повече риби, то Рангел е хванал 21 или повече риби, а двамата заедно са хванали $21 + 7 = 28$ или повече риби. Това е невъзможно, защото всички хванати риби са 25. Следователно синът на Рангел е хванал най-много 6 риби (1 т.). Различните възможности подреждаме в таблица:

Синът на Рангел	Рангел	Общо	Остават
1	3	4	$25 - 4 = 21$
2	6	8	$25 - 8 = 17$
3	9	12	$25 - 12 = 13$
4	12	16	$25 - 16 = 9$
5	15	20	$25 - 20 = 5$
6	18	24	$25 - 24 = 1$

Тъй като нито едно от числата 21, 17, 13, 9, 5 и 1 не се дели на 2, то описаната ситуация е невъзможна (3 т.). Остава единствено Ангел да е син на Рангел. Тогава:

Синът на Ангел	Ангел	Рангел	Общо
1	1	3	5
2	2	6	10
3	3	9	15
4	4	12	20
5	5	15	25

От таблицата се вижда, че Ангел и синът му са хванали по 5 риби, а Рангел е хванал 15 риби, което е и отговорът на задачата (3 т.).

Забележка. Само за отбелязване, че случаят на двама сина и двама бащи е невъзможен, (1 т.). Само за отбелязване, че става дума за дядо, баяца и син (3 т.).

Задача 3. Всеки от квадратите има лице $196 : 4 = 49$ кв.см. Следователно страната на по-малките квадрати е с дължина 7 см.

а) Има две възможности: четирите квадрата да са един до друг или да образуват квадрат. Ако четирите квадрата са един до друг, то едната страна на



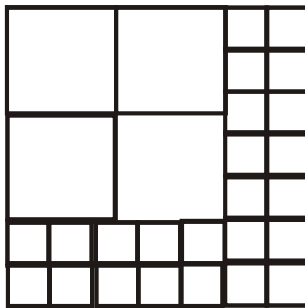
правоъгълника е 7 см, а другата е $4 \cdot 7 = 28$ см. Ако правоъгълникът е квадрат, то страните му са с дължини $2 \cdot 7 = 14$ см.

(2 т. за единия от двата случая и 1 т. за разгледан втори случай)

б) Когато право̀гълникът е квадрат, той може да се разреже на 4 квадрата с дължина на страната 5 см и 24 квадрата с дължина на страната 2 см. Един пример е представен вдясно **(1 т.)**.

Когато право̀гълникът не е квадрат, разрязване не може да се направи **(1 т.)**. Нека квадратите със страна 5 см са $x > 0$ на брой, а тези със страна 2 см са $y > 0$ на брой.

Съставяме диофантово уравнение за лицето: $25x + 4y = 196$. Уравнението има решение само при $x = 4$. Това се обосновава например с помощта на



проверки за $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ и 7 , тъй като при $x \geq 8$ се получава $25x \geq 200 > 196$.

При $x = 4$ обаче остава право̀гълник 7×8 , който не може да се запълни с квадрати със страна 2 см **(2 т.)**.